

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 75 (1957)  
**Heft:** 52: 75 Jahre SBZ

**Artikel:** Elementare Betrachtungen zum Satelliten- und Raumfahrtproblem  
**Autor:** Ackeret, Jakob  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-63468>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Der Elektro-Watt, elektrische und industrielle Unternehmungen AG., Zürich, sei an dieser Stelle für die Bewilligung zur Veröffentlichung der Messdaten bestens gedankt. Für ihr Mitwirken an Versuchen und Berechnung danken die Verfasser den Ingenieuren K. Frei, A. Thomopoulos und R. Härry sowie Dr. A. Preissmann, Mathematiker der VAWE.

#### 4. Anhang: Zusammenstellung der Bezeichnungen

- $k$  Durchlässigkeit nach Darcy
- $v$  mittl. Geschwindigkeit, mit der der Stauspiegel abgesenkt wird
- $n$  Porosität (spezif. Porenvolumen)
- $n_s$  spezifisches Wasservolumen in den Poren, das bei einer Stauspiegelsenkung aus dem Stützkörper abfließt
- $\alpha$  Koeff. =  $\frac{n_s}{n}$
- $H'$  Mächtigkeit der stark durchlässigen Deckschicht
- $H$  Stauhöhe      } gilt sinngemäß auch für die W. Sp.  
 $\Delta H$  Spiegeldifferenz      } Höhen im Damminnern
- $H - \Delta H$  abgesenkter Spiegelhöhe
- $h_o$  Höhe der Sickerlinie beim Kern über der undurchlässigen Schicht
- $h_u$  Höhe des Wasserspiegels im Staubecken
- $h_m$  Mittelwert der Höhe der Sickerlinie über der undurchlässigen Schicht
- $\Delta t$  Zeitintervall
- $T$  Zeit, die erforderlich ist, um einen Stausee vom Vollstau bis zur vollständigen Entleerung abzusenken
- $t$  Zeit
- $i$  Ganze Zahl

- $L$  Länge des Stützkörpers
- $L'$  idealisierte Dammlänge
- $x$  Abszisse

#### Literaturverzeichnis

- Bishop, A. W. (1952): The Stability of Earth Dams. Thesis, University of London, Imperial College, p. 103/110.
- Irmay, S. (1956): Extension of Darcy Law to unsteady unsaturated flow through porous media. Association Internationale d'Hydrologie Scientifique, Symposia Darcy, Dijon, Sept., Tome II, p. 57/66.
- Meyer, R. (1955): Quelques résultats théoriques récents concernant les écoulements des nappes d'eau souterraines. «La Houille Blanche», 1955, No. 1, p. 86/108.
- Mosonyi, E. und Kovacs, G. (1956): Loi de modèles réduits de filtration. Association Internationale d'Hydrologie Scientifique, Symposia Darcy, Dijon, Sept., Tome II, p. 111/115, Publication No. 41.
- Müller, R. (1938): Die Anwendung von Strömungsbildern zur Berechnung durchsickerter Erdschüttungen. Erdbaukurs der ETH, 1938.
- Reinius, E. (1948): The Stability of the Upstream Slope of Earth Dams, Statens Kommitee for Byggnadsforskning, Meddelanden Nr. 12, Stockholm.
- Schneebeli, G. (1955): Le Barrage de Serre-Ponçon sur la Durance, Etude des Infiltrations. «La Houille Blanche», No. spécial A/1955, p. 320/331.
- Todd, D. K. (1955): Ground-Water Flow in Relation to a Flooding Stream. «Proc. ASCE», Vol. 81, Sep. 628, Feb. 1955. — (1954): Unsteady Flow in Porous Media by Means of a Hele-Shaw Viscous Fluid Model. «Transaction, Am. Geoph. Union», Vol. 35, No. 6, Dec. — (1956): Laboratory research with ground-water models. Association Internationale d'Hydrologie Scientifique, Symposia Darcy, Dijon, Sept. Tome II, p. 199/206.
- Zeller, J. (1957): Behandlung von Grundwasser-Strömungsproblemen mit Hilfe von Modellversuchen. «Schweiz. Zeitschrift für Hydrologie», Vol. XIX, Fasc. 1, S. 164.

## Elementare Betrachtungen zum Satelliten- und Raumfahrtproblem

DK 629.19

Vorgetragen im Technischen Verein Winterthur am 8. November 1957 von Prof. Dr. Jakob Ackeret, Vorstand des Institutes für Aerodynamik an der ETH, Zürich

Mit dem vierten Oktober 1957 ist eine neue Epoche der Ortsveränderung, die *Raumfahrt*, angebrochen. Schon fliegen zwei Körper im praktisch leeren Raum mit kosmischer Geschwindigkeit, und es ist den russischen Physikern und Ingenieuren gelungen, ein lebendes Wesen dem zweiten Satelliten mitzugeben und dessen Verhalten wenigstens während einigen Tagen zu registrieren. Der arme Hund hat inzwischen sein Leben lassen müssen; immerhin hat er zur Lösung wichtiger Fragen offenbar Wesentliches beigetragen — Fragen, die sich auf die Durchführbarkeit menschlicher Raumreisen beziehen.

An dieser Stelle wollen wir uns nicht mit den aufregenden vielfältigen, aber auch zwiespältigen Problemen politischer und militärischer Art, sondern nur mit den technischen oder eher physikalischen Aspekten beschäftigen. Dabei wollen wir uns weniger in Beschreibungen verlieren, als vielmehr die *Gesetze* der Raumfahrt, freilich in sehr vereinfachter Form, kennenlernen. Dem Ingenieur ist ja wohl eher gedient, wenn er die Dinge *quantitativ* etwas überblicken kann.

Dass ein Mond auch künstlich geschaffen werden könnte, hat Isaac Newton 1686 in seinen epochenmachenden «Principia» klar dargelegt. Er beschreibt (Bild 1) den *Wurf* (ohne Luftwiderstand) mit horizontaler Anfangsgeschwindigkeit  $V$  von

einem hohen Berg herunter. Der Körper fällt infolge seiner Schwere; aber mit grösserer  $V$  beschreibt er eine längere Bahn bis zum Auftreffen am Boden. Erreicht nun aber  $V$  einen bestimmten berechenbaren Wert  $V_z$ , so führt eine *Kreisbahn* zum Ausgangspunkt zurück, und da der Geschwindigkeitsbetrag nicht verändert wird (die Schwerkraft wirkt ja senkrecht zur Kreisbahn und hat also keine Komponente in Bahnrichtung), geht der Vorgang ad infinitum weiter; ein neuer Mond ist entstanden.

$V_z$  berechnet sich aus dem Gleichgewicht von Anziehungs- und Zentrifugalkraft. Mit der Erdbeschleunigung  $g$  (= 981 cm/s<sup>2</sup>), dem Erdradius  $R$  und dem Newtonschen Gravitationsgesetz folgt nämlich für die bewegte Masse  $m$

$$(1) \quad m g \frac{R^2}{r^2} = m \frac{V_z^2}{r}$$

also

$$(1a) \quad V_z = \sqrt{\frac{g R^2}{r}}$$

Sehr nahe am Boden ist  $r \rightarrow R$  und

$$V_{z0} = \sqrt{g R}$$

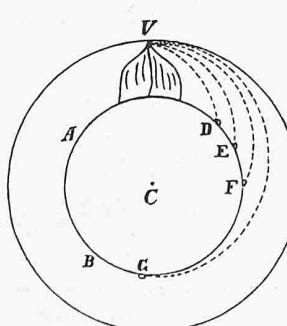
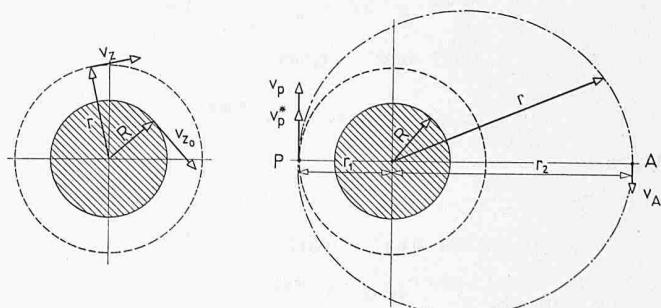


Bild 1 (links). Bahnen eines von einem hohen Berg horizontal und mit verschiedenen Anfangsgeschwindigkeiten geworfenen Körpers nach J. Newton (1686). Kreis-(Satelliten)-bahn bei einer bestimmten Geschwindigkeit

Bild 2 (Mitte). Geschwindigkeitsverhältnisse bei Kreisbahnen von verschiedenem Radius

Bild 3 (rechts). Uebergang von der Kreis- zur Ellipsenbahn bei Erhöhung der Geschwindigkeit im Perigäum P. Starke Vergrösserung des Apogäum-Abstandes  $r_2$



Setzen wir  $R = 6,371 \cdot 10^8$  cm, so ergibt sich:

$$V_{z0} = 7,912 \cdot 10^5 \text{ cm/s} = 7912 \text{ m/s} = 28500 \text{ km/h}$$

In grösseren Abständen  $r > R$  ist (Bild 2)

$$V_z = V_{z0} \sqrt{\frac{R}{r}}$$

Die Geschwindigkeit geht also zurück.

Die Umlaufzeit ist

$$(2) \quad T = \frac{2\pi r}{V_z} = T_0 \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{wo } T_0 = \frac{2\pi R}{V_{z0}} = 5060 \text{ s} = 84,4 \text{ Minuten}$$

Das ist nichts anderes als ein Spezialfall des dritten *Keplerschen* Gesetzes, wonach die Quadrate der Umlaufzeiten wie die Kuben der halben grossen Achse der Bahnellipsen (hier des Kreisradius  $r$ ) wachsen. Ist der Abstand der Kreisbahn von der Erdoberfläche z.B. 350 km, so folgt  $T = 91,8$  Minuten, was etwa dem «Sputnik I» entsprechen dürfte. Nun wissen wir, dass die beiden Satelliten nicht in genauen Kreisbahnen laufen. Einerseits ist es sehr schwierig, den Satelliten mit der dazu erforderlichen Genauigkeit auf eine Kreisbahn zu bringen; andererseits ist für geophysikalische Zwecke eine Kreisbahn nicht besonders wünschenswert, weil man sonst nur die Zustände unterhalb der Anfangskreisbahn erfassen kann. Es gibt also einen erdnahen (P) und einen erdfernen (A) Punkt der Kepler-Ellipse — das «Perigäum» bzw. das «Apogäum» (Bild 3).

Für die Kreisbahn mit dem Radius  $r_1$  ist die Geschwindigkeit (nach Formel 1a)

$$V_p = \sqrt{\frac{g R^2}{r_1}}$$

Nun wollen wir der Masse  $m$  in diesem Abstand eine zusätzliche Geschwindigkeit erteilen, so dass

$$V_p = \varphi V_p *$$

sei ( $\varphi > 1$ ). Wir wollen die daraus sich ergebende Distanz  $r_2$  bestimmen, was mit dem Drehimpuls- und Energiesatz einfach geschieht. Da zentrale (Gravitations-) Kräfte den Drehimpuls nicht ändern, erhalten wir

$$V_p r_1 = V_A r_2$$

Der Energiesatz muss auch die potentielle Energie  $\Phi$  in Betracht ziehen; deren Abnahme muss bei Reibungsfreiheit einer Zunahme der kinetischen Energie  $K$  entsprechen. Für die potentielle Energie (die Arbeit, die man im Schwerefeld aufwenden muss, um  $m$  in einen um  $dr$  grösseren Abstand vom Erdmittelpunkt zu bringen) findet man differentiell:

$$d\Phi = -mg \frac{R^2}{r^2} dr$$

Integriert haben wir

$$\Phi = -mg \frac{R^2}{r} + \text{const.}$$

Die Konstante wählt man mit Vorteil so, dass im Unendlichen die potentielle Energie Null gesetzt wird;  $\Phi$  wird dann im ganzen Bereich negativ gerechnet:

$$(3) \quad \Phi = -mg \frac{R^2}{r}$$

Anderseits ist die kinetische Energie

$$K = \frac{m}{2} V^2$$

Die Totalenergie ist die Summe:

$$(4) \quad E = K + \Phi = m \left( \frac{V^2}{2} - g \frac{R^2}{r} \right)$$

Sie bleibt während des Umlaufs konstant. Für das Perigäum  $P$  und das Apogäum  $A$  ergibt sich somit:

$$\frac{V_p^2}{2} - g \frac{R^2}{r_1} = \frac{V_A^2}{2} - g \frac{R^2}{r_2}$$

Daraus folgt nach Zwischenrechnung:

$$(5) \quad \frac{r_2}{r_1} = \frac{\varphi^2}{2 - \varphi^2}$$

Da  $\varphi$  bei den heute laufenden Satelliten von 1 nur wenig verschieden ist, setzen wir

$$\varphi = 1 + x$$

und finden für kleine  $x$  näherungsweise

$$\frac{r_2}{r_1} = 1 + 4x$$

Wenn also beispielsweise  $r_1 = 6370 + 250 = 6620$  km,  $r_2 = 6370 + 850 = 7220$  km, so folgt  $\varphi = 1,023$ . Es genügt also ein Geschwindigkeitsüberschuss von rd. 180 m/s, um das Apogäum viele hundert Kilometer nach aussen zu verlegen. Diese Tendenzen ist noch viel ausgeprägter, wenn  $\varphi$  gegen  $\sqrt{2}$  wächst. Dann wird  $r_2 = \infty$ ; die Ellipse wird zur Parabel und kehrt nicht mehr zur Erde zurück. Noch grössere  $\varphi$  geben hyperbolische Bahnen.

Von hier gewinnen wir auch eine Einsicht in den Nutzen der sogenannten *Aussenstation*, eines grossen künstlichen Satelliten, der gewissermassen als Tankstelle dienen soll, von dem aus die weiteren Raumfahrten erfolgen würden. Die kinetische Energie des dort relativ ruhenden Raumschiffes ist

$$K = \frac{m}{2} V_z^2 = \frac{m g R^2}{2r}$$

die potentielle Energie

$$\Phi = -mg \frac{R^2}{r} = -2K$$

die Gesamtenergie

$$E = K + \Phi = -K = -mg \frac{R^2}{2r}$$

Um dem Schwerefeld der Erde zu entfliehen, muss die Gesamtenergie auf Null gebracht werden (so ist diese ja normiert). Also muss man eine Zusatzgeschwindigkeit  $\Delta V$  dem Raumschiff zufügen, die gerade gleich der Umlaufgeschwindigkeit  $V_z$  der «Tankstelle» ist. Diese nimmt aber nach Formel (1a) mit grossem  $r$  (=  $r_1$  des Raumschiffes) ab, man hat nämlich nur noch aufzubringen

$$\Delta V = \sqrt{g \frac{R^2}{r}}$$

Ist also etwa  $r = 2R$ , so ist

$$V_z = \sqrt{\frac{g R}{2}} = \frac{V_{z0}}{\sqrt{2}} = 5600 \text{ m/s}$$

In Bild 4 sind die energetischen Verhältnisse dargestellt.  $E$  ist die Zusatzenergie, die zum Entfliehen noch nötig ist. Wollte man direkt von der Erdoberfläche aus starten, so müsste man also die zweifache Energie der Kreisbewegung  $V_{z0}$  aufbringen, also dem Raumschiff die Geschwindigkeit

$$(6) \quad \sqrt{2} V_{z0} = \sqrt{2gR} = 11200 \text{ m/s}$$

geben, was gegenwärtig noch schwierig, in Zukunft aber wohl möglich sein dürfte.

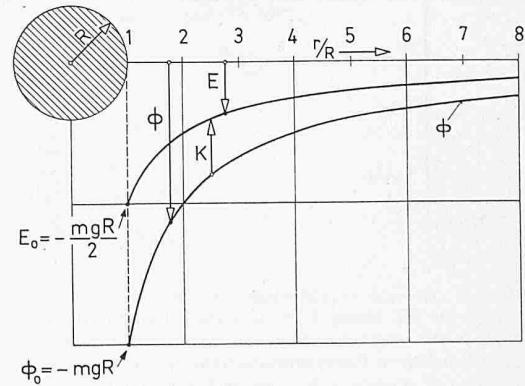


Bild 4. Kinetische Energie  $K$ , potentielle Energie  $\Phi$  und Total-Energie  $E$  eines Satelliten von der Masse  $M$  in Kreisbahnen von verschiedenem Radius

Wir wollen diese Betrachtungen noch kurz auf das Sonnensystem ausdehnen. Die Masse der Sonne ist ungeheuer gross, deshalb ist ihre potentielle Energie besonders tief (Bild 5). Wir können (etwas schematisch, da ja nicht alle Planeten auf einem Radius gleichzeitig liegen) die Potentiale überlagern und erhalten im wesentlichen das Sonnenpotential mit kleinen Zacken der Planetenpotentiale. Will man von der Erde aus z. B. zur Mars-Oberfläche und zurück gelangen, so sind folgende Arbeiten zu leisten (siehe auch Bild 13):

1. Das Schiff muss aus dem «Trichter» des Erdpotentials «ins Freie» kommen. Dazu benötigen wir die schon erwähnten 11 200 m/s, wenn wir nicht von der Aussenstation aus starten.

2. Wir müssen im Sonnenfeld aufsteigen bis zur Marsbahn. Von der Aussenstation ausgehend wären dazu rd. 2500 m/s Zusatzgeschwindigkeit erforderlich.

3. Einfangen in eine Mars-Satellitenbahn. Dazu ist eine Verzögerung nötig, die aber leider auch Treibstoff verbraucht, da im leeren Raum nicht mit äusseren (Reibungs-) Kräften gebremst werden kann (rd. 2000 m/s).

4. Abstieg zum Mars. Hier kann möglicherweise mit Luftbremsung gerechnet werden, da eine dünne Atmosphäre vorhanden ist.

5. Aufstieg vom Mars zur Mars-Satellitenbahn.

6. Vergrösserung der Umlaufgeschwindigkeit relativ zur Sonne und damit Beginn des Falles zur Erde oder zum Erd-Satelliten auf der Fortsetzung der Hinfahrt-Ellipse.

7. Bremsung beim Einfang in die Erdsatellitenbahn.

8. Abstieg in den Erd«trichter». Bremsung durch Luftwiderstand.

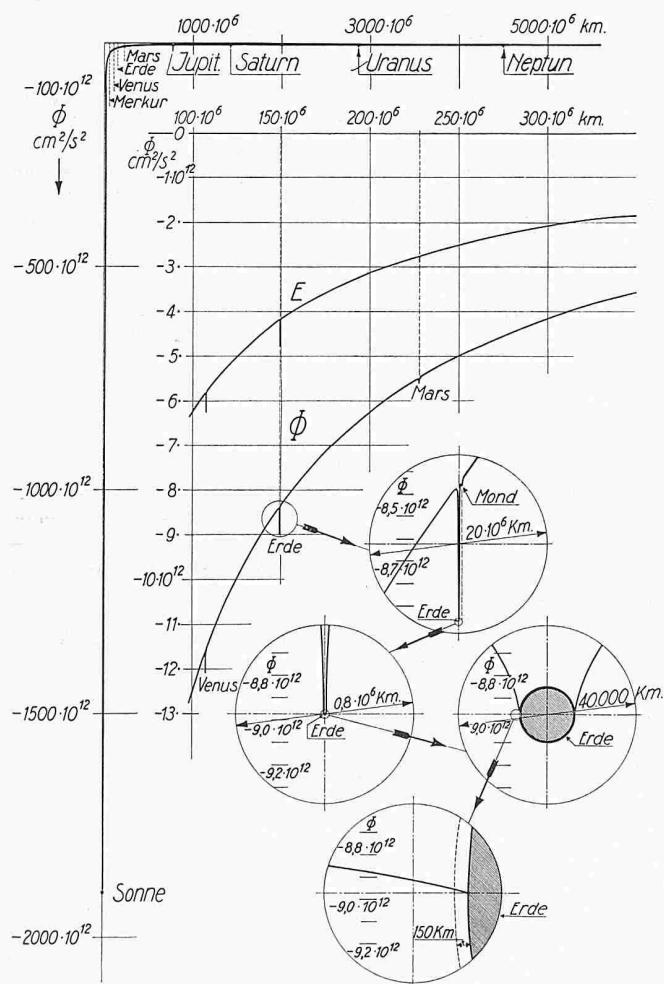


Bild 5. Energie-Verhältnisse im Sonnensystem. Energie-Einheiten  $\text{cm}^2/\text{s}^2$  für die Masse 1 gr. Das Potential für die Sonne liegt sehr tief (links). Die einzelnen Planeten geben nur verschwindend kleine Änderungen, deren Ueberwindung aber technisch schon äusserst schwierig ist. In den einzelnen Kreisen rechts findet man (mit wachsender Vergrösserung) die potentielle Energie nahe der Erde. Der oberste grosse Kreis zeigt den tiefen Trichter des Erdpotentials, dessen Ueberwindung allein schon 11 200 m/s Anfangsgeschwindigkeit erfordern würde

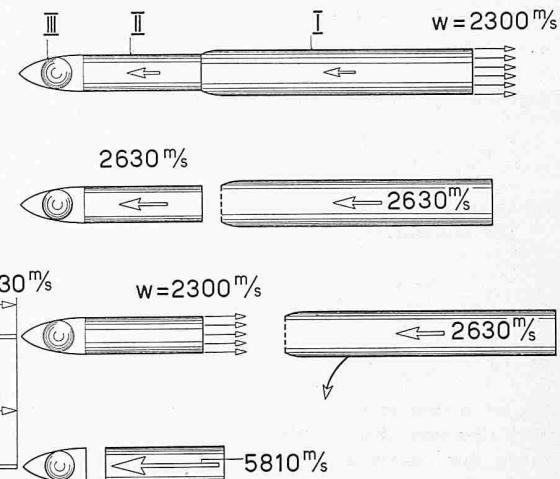


Bild 6. Das Stufenprinzip. Eine zweistufige Rakete lässt die grosse tote Masse der ausgebrannten Stufe I zurück und braucht diese nicht auf die Endgeschwindigkeit zu beschleunigen. Die kleinere tote Masse der Stufe II hat praktisch dieselbe Endgeschwindigkeit wie die in der Spitze vorhandene «Nutzlast» (Kugel, III) und ist von der Erde aus u. U. besser sichtbar. Sie erleidet aber grösseren Luftwiderstand und nähert sich der Erde schneller.

Will man die Planetenoberflächen nicht berühren, so ist viel weniger Energie erforderlich, weil man entsprechend der Abnahme der potentiellen die grössere kinetische Energie des Raumschiffes hat, die für die weitere Fahrt nicht verloren ist.

Schwierig wäre ein Abstieg zur Venus mit Halt dort. Man müsste sehr stark bremsen und nachher zum Aufstieg grosse Startgeschwindigkeiten haben. Solcher Energie-Aufwand ist mit den heute bekannten Mitteln noch ausgeschlossen. Die Mars-Fahrt hingegen scheint energetisch denkbar.

\* Wir haben uns in kurzen Zügen mit der Mechanik der Raumfahrt etwas bekannt gemacht. Stets haben wir gefunden, dass eine solche nur möglich ist, wenn man dem Raumschiff hyper-ballistische Geschwindigkeiten erteilt.

Da der Antrieb grösstenteils im luftverdünnten Raum ausgeübt werden muss, können Propeller, Turbinentreibwerke usw. natürlich nicht angewandt werden. Wir müssen deshalb das Raketenprinzip heranziehen, das darin besteht, dass man Massen (Gase) entgegen der Flugrichtung ausstösst und nach dem Gesetz von Aktion-Reaktion die Raketenmasse in der anderen, also Vorförwärtsrichtung, beschleunigt.

Sei die augenblickliche Raketenmasse  $m$  und werde das Massenelement  $dm$  mit der Auspuffgeschwindigkeit  $w$  (relativ zur Rakete) etwa nach rechts ausgeschleudert, so ist dessen Impuls  $dm \cdot w$ ; eine gleich grosse Impulsänderung erfährt die Rakete in entgegengesetzter Richtung (nach links). Diese ist dem Betrage nach  $m \cdot dv$  und es gilt:

$$m \cdot dv = - dm \cdot w$$

Die Integration ergibt die Grundgleichung der Raketen-theorie

$$(7) \quad \ln \frac{m_0}{m} = \frac{V}{w} \quad \text{oder} \quad \frac{m_0}{m} = e^{\frac{V}{w}}$$

wo  $m_0$  die Masse der Rakete (inkl. Brennstoff) beim Start sei. Hier ist von der Schwerkraftwirkung während der kurzzeitigen Beschleunigung abgesehen.

Man sieht sogleich, dass man im Prinzip fast beliebige Geschwindigkeiten  $V$  erreichen kann, wenn nur das Massenverhältnis genügend gross ist. Die Exponentialfunktion steigt aber so stark an, dass nur mässige  $V/w$  in Betracht kommen. Ein Verhältnis  $m_0/m$  von 2,7 ist schon nicht mehr leicht konstruktiv zu erreichen; es würde heissen, dass die Startmasse sich aus 63 % Treibstoff und 37 % übrigen Massen (Raketenrumpf, Behälter, Pumpen, Düsen und last not least der Nutzlast) zusammensetzt. In diesem Falle aber erreicht man gerade  $V = w$ , und da  $w$  von der Grössenordnung 2 bis 3 km/s ist, hält sich  $V$  in denselben Grenzen. Man sieht, dass es praktisch ausgeschlossen ist, mit einer solchen einstufigen Rakete 8000 m/s zu bekommen. Bei  $w = 2000 \text{ m/s}$  müsste ja  $m_0/m = e^4 = 54,6$  sein.

Es gibt einen Ausweg, um so extreme Massenverhältnisse zu vermeiden: die *Stufentankete*, Bild 6. Sie besteht beispielsweise aus zwei Stufen (I und II). Zunächst wird die erste abgebrannt und nach dem Ausbrennen der tote Teil von I (Gehäuse, Behälter, Düsen, Steuerung) abgeworfen — d.h. von Stufe II getrennt. Stufe II wird dann in Brand gesetzt und beschleunigt.

Der wesentliche Punkt ist nun der, dass die abgeworfene tote Masse von I nicht mehr weiter beschleunigt werden muss und man dadurch an Geschwindigkeit gewinnt. An Stelle allgemeiner Formeln geben wir ein *Zahlenbeispiel*.

Die Masse I soll sich aus folgenden Teilmassen zusammensetzen

Treibstoffmasse	$m_{BI} = 1500 \text{ kg}$
tote Masse	$m_{GI} = 500 \text{ kg}$
	<hr/>
für die Masse II sei analog:	$m_{BII} = 150 \text{ kg}$
	$m_{GII} = 50 \text{ kg}$
	<hr/>
total I	2000 kg
total II	200 kg
Gesamtmasse I + II	<hr/> 2200 kg

wobei in  $m_{GII}$  die «Nutzlast» inbegriffen sein soll. Insgesamt sind also Treibstoffe von der Masse 1650 kg vorhanden, tote Massen von 550 kg, das Total der ganzen Rakete ist 2200 kg.

*Einstufig* könnte bei diesem Massenverhältnis erreicht werden:

$$\frac{V}{w} = \ln \frac{2200}{550} = 1,386$$

*Zweistufig* ergeben sich folgende Zahlen:

$$\text{Stufe I: } \left( \frac{V}{w} \right)_I = \ln \frac{2200}{700} = 1,144$$

Im Nenner stehen 700 kg, weil ja die ganze zweite Stufe noch mitbeschleunigt werden muss.

$$\text{Stufe II: } \left( \frac{V}{w} \right)_{II} = \ln \frac{200}{50} = 1,386$$

Die Geschwindigkeiten addieren sich, und man erhält

$$\left( \frac{V}{w} \right)_{\text{total}} = 2,530$$

Bei einem angenommenen  $w$  von 2300 m/s würde man also einstufig erreichen:  $V = 5310 \text{ m/s}$ , zweistufig aber:  $V = 5810 \text{ m/s}$ .

Nun kann man auch auf drei, ja auf vier Stufen gehen und damit die geforderte Geschwindigkeit erhalten. Diese einfache, aber fundamentale Massnahme ist seinerzeit von Goddard (USA), Oberth (Deutschland) und Tsiolkowski (Russland) im wesentlichen angegeben worden.

Gehen wir nun über zum Raketenmechanismus, so können wir zwischen *Feststoff-(Pulver-)Raketen* und *Flüssigkeitsraketen* unterscheiden. Da im Pulver sehr viel Masse steckt (z.B. Stickstoff), die keine Verbrennungswärme liefert, so sind die Auspuffgeschwindigkeiten begrenzt und erreichen nur wenig mehr als 2000 m/s (immerhin sind in der letzten Zeit beachtliche Fortschritte auf diesem Gebiet gemacht worden). — *Flüssigkeiten* müssen getrennt als *Oxydatoren* und *Brennstoff* in einen «Raketenofen» gefördert werden. Man kann Kombinationen finden, bei denen keine inerte Substanz vorhanden ist. Naheliegend wäre flüssiger Sauerstoff als idealer Oxydator und flüssiger Wasserstoff, die Auspuffgeschwindigkeiten von gegen 3700 m/s geben. Freilich ist flüssiger Wasserstoff schwer zu lagern und nimmt ein allzu grosses Volumen je kg ein, so dass er aus praktischen Gründen wohl ausfällt. Hingegen können die bekannten Kohlenwasserstoffe wie Petrol, Alkohol oder auch Anilin und dgl. herangezogen werden. — Es ist aber nicht nur der Heizwert, der für die Auspuffgeschwindigkeit massgebend ist. Greifen wir nämlich zur altbekannten Formel von *St. Venant* und *Zeuner* zurück, wo

$$(8) \quad w = \sqrt{2 \mathfrak{M} \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{T_i}{\mathfrak{M}} \left[ 1 - \left( \frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

[mit den Bezeichnungen  $\gamma = c_p/c_v$ ,  $T_i = \text{Ofentemperatur}$ ,  $p_i = \text{Ofendruck}$ ,  $p_a = \text{Aussendruck}$ ,  $\mathfrak{M} = \text{mittleres Molekulargewicht des ausströmenden Gases}$ ,  $\mathfrak{R} = \text{allgemeine Gaskonstante (je g-Mol)}$ ] so sieht man, dass ebenso wichtig wie eine grosse Ofentemperatur ein kleines  $\gamma$  und ein kleines  $\mathfrak{M}$  ist. Es kön-

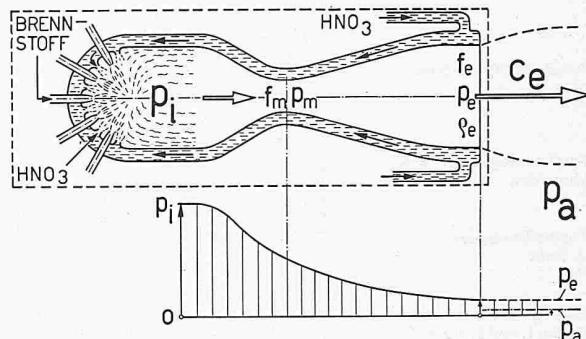


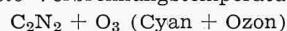
Bild 7. Schema eines Raketenofens mit Laval-Düse und Kühlmantel. Hier wird mit Salpetersäure ( $\text{HNO}_3$ ) als Oxydator gekühlt. Unter der Druckverlauf. Am Ende ( $f_2$ ) braucht der Düsendruck nicht gleich dem Aussendruck zu sein. Der gezeichnete Zustand gilt für grosse Höhen

nen dann auch Stoffe vorteilhaft sein, die weniger Hitze, dafür aber ein kleines  $\mathfrak{M}$  oder  $\gamma$  nach der Verbrennung ergeben. Für

$$p_i = 21 \text{ ata}, p_a = 1 \text{ ata}$$

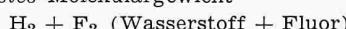
findet man rechnerisch und angenehrt experimentell beispielsweise folgende Werte<sup>1)</sup>:

Höchste Verbrennungstemperatur



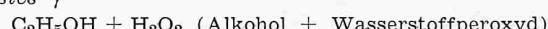
$$T_o = 5230^\circ \text{ C}$$

Kleindestes Molekulargewicht



$$\mathfrak{M} = 8,9$$

Kleindestes  $\gamma$



$$\gamma = 1,20$$

Grösste Auspuffgeschwindigkeit



$$w = 3800 \text{ m/s}$$

Bei der Reaktion  $\text{H}_2 + \text{F}_2$  ist wiederum die Schwierigkeit mit dem flüssigen Wasserstoff vorhanden.

Man denkt deshalb heute eher an die Kombination: *Fluor + Diboran*  $\text{F}_2 + \text{B}_2\text{H}_6$ , für welche sich folgende Daten ergeben:

$$T_o = 4350^\circ \text{ C}$$

$$\gamma = 1,30$$

$$\mathfrak{M} = 21$$

$$w = 3100 \text{ m/s}$$

Fluor war bis vor kurzem wegen seiner ungeheuren chemischen Reaktionsfähigkeit schwer zu handhaben; doch scheinen hier grosse Fortschritte erzielt worden zu sein. Die Borane werden heute in rasch wachsenden Mengen hergestellt; sie geben, auch mit Sauerstoff verbrannt, wesentlich höhere Heizwerte als die Kohlenwasserstoffe. Gerüchtweise verlautet, dass Borane (möglicherweise auch Fluor), bei den russischen Satellitenraketen verwendet wurden, jedoch ist Genaueres vorläufig nicht bekannt. — Vergleicht man diesen Super-Treibstoff mit der Kombination, die in der einstufigen deutschen V2-Rakete verwendet wurde



$$\text{mit } T_o = 2850^\circ \text{ C}$$

$$\gamma = 1,22$$

$$\mathfrak{M} = 23$$

$$w = 2400 \text{ m/s}$$

so sieht man, dass bei gleichem Massenverhältnis gegenüber der V2-Rakete die Raketengeschwindigkeit um den Faktor 1,30 vergrössert werden kann. Damit sind dann in drei Stufen Satellitengeschwindigkeiten, in vier Stufen bereits Fliehgeschwindigkeit (11 200 m/s) erreichbar.

Die Temperaturen bei der Verbrennung sind so gross, dass man es noch vor kurzem als unmöglich bezeichnet haben würde, sie in einem relativ dünnwandigen Stahlbehälter für

<sup>1)</sup> Nach einer Zusammenstellung der Rocketdyne-Division of North American Aviation Inc.

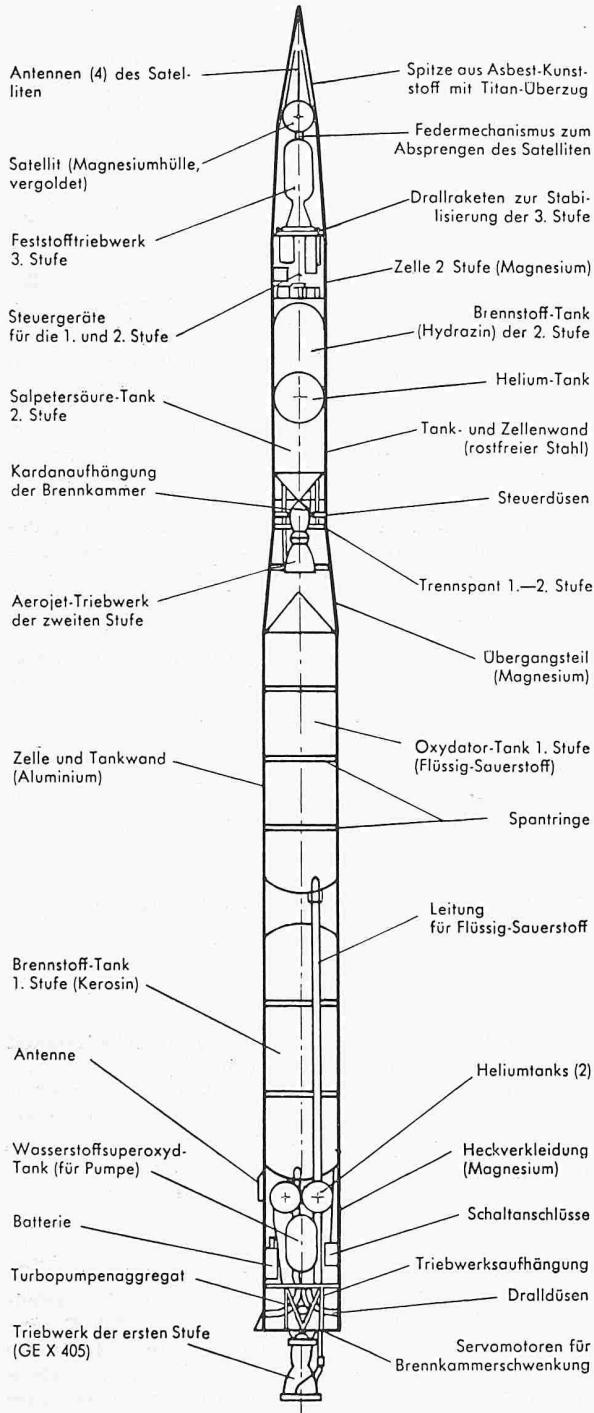


Bild 8. Die amerikanische Satelliten-Rakete VANGUARD mit drei Stufen. Die Hauptdaten sind in Tabelle 1 zusammengestellt

viele Minuten aufrecht erhalten zu können. Vergegenwärtigen wir uns nur, dass in einem Ofen-Raum von Metergrösse bei einem Druck von 20 Atm die Hitze eines Schweißbrenners eingeschlossen ist.

Den Ausweg hat Oberth angegeben: Er besteht in der *Regenerativ-Kühlung* (Bild 7). Der Oxydator (z. B.  $\text{HNO}_3$ ) läuft mit hoher Geschwindigkeit in einem Kühlmantel längs der Düsenwände und erwärmt sich natürlich entsprechend; die Kühlwärme ist also nicht verloren. Beim Eintritt in den Brennraum vermischen sich Oxydator und Brennstoff in feinen Strahlen und brennen sofort. Es können vor allem noch an zwei Stellen u.U. gefährliche Temperaturen auftreten: im engsten Düsenquerschnitt, wo das Gas noch ziemlich dicht ist und schon mit vielen hundert Metern pro Sekunde läuft, und gelegentlich nahe dem Austritt, wo bei höheren Gegendrücken (in Bodennähe) Verdichtungsstöße die Wand treffen und Orte erhöhter Wärmetüberganges schaffen. Die Wand wird am Austritt u. a. durch Zuführen von kaltem Brennstoff durch Wand-

Tabelle 1. Daten der Vanguard-Rakete

*Entwicklung: Zelle:*

Martin Company, Baltimore, Md. USA

*Länge:*

1. Stufe (allein)	13,5 m
2. Stufe (allein)	9,5 m
3. Stufe (allein)	2,1 m
Gesamtlänge der montierten Rakete	22 m

*Durchmesser:*

1. Stufe	114 cm
2. Stufe	82 cm

*Gewichte:*

Startgewicht	10 200 kg
Zelle	1 400 kg
Treibstoffe	ca. 7 700 kg
Triebwerke + Steuerung	ca. 1 100 kg
Nutzlast (Satellit)	9,3 kg
1. Stufe (allein)	8 000 kg
2. + 3. Stufe	2 200 kg
3. Stufe + Satellit	225 kg

*Steuerung:*

Steuergeräte für die 1. und 2. Stufe:	
1. Programmgerät für Zeit und Neigungswinkel	
2. Stufentrennungs-Impulsgeber mit Beschleunigungsmesser	
3. Kreiselsystem (dreiachsig)	
4. El. magn. Verstärkeranlage	
Dritte Stufe: Keine Steuerung — Stabilisierung durch Drallraketen der 2. Stufe vor Abtrennung (rd. 200 U/min).	

*Stufentrennung:*

Stufe 1/2: Sechs Sprengbolzen	
Stufe 2/3: Zwei Verzögerungsraketen (Schub: je 23 kg)	
Stufe 3/Satellit: Federmechanismus	

*Triebwerke*

*1. Stufe:*

Hersteller: General-Electric Comp. Cincinnati, Ohio,	X-405
Typenbezeichnung:	
Schub	12 500 kg
Brennzeit	150 s
Brennkammerdruck	35 kg/cm <sup>2</sup>
Treibstoffe: Flüssig-Sauerstoff/Kerosin	
Triebwerksgewicht	225 kg

*2. Stufe:*

Hersteller: Aerojet-General Corp. Azusa, Californien	AJ 10-37
Typenbezeichnung:	
Schub	3 400 kg
Brennzeit	100 s

Treibstoffe: Weissrauchende Salpetersäure/Unsym. Dimethyl-Hydrazin

*3. Stufe:*

Feststofftriebwerk	
Hersteller: Grand Central Rocket Comp., Redlands, Californien	
Schub	2 160 kg
Brennzeit	20 s
Triebwerksgewicht	210 kg

*Leistungen*

Brennschluss 1. Stufe	1 680 m/s
Brennschluss 2. Stufe	4 100 m/s
bei Zündung der 3. Stufe	3 800 m/s
Brennschluss 3. Stufe	8 000 m/s

*Höhen:*

Brennschluss 1. Stufe	56 km
Brennschluss 2. Stufe	210 km
Brennschluss 3. Stufe	480 km

*Flugzeiten:*

Senkrechter Aufstieg	10 s
Brennschluss 2. Stufe	250 s
Brennschluss 3. Stufe	600 s

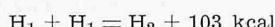
öffnungen, die ins Innere führen, direkt gekühlte. Poröse Wände sind schon seit einiger Zeit im Studium, wobei durchtretendes Gas oder Flüssigkeit eine sehr wirksame sogenannte «Schwitz»-Kühlung ergeben. Die Förderung der Treibstoffe erfolgt bei kleinen Raketen durch Druckgas, bei grossen durch Pumpen.

Die Anordnung der dreistufigen amerikanischen Vanguard-Rakete geht aus Bild 8<sup>2)</sup> hervor. Abmessungen, Gewichte, Leistungen usw. sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Die Steuerung der ersten beiden Stufen geschieht durch Schwenken der Düse in zwei Richtungen. Der Start erfolgt vertikal; die Bahn wird dann langsam geneigt. Dann brennt die zweite Stufe ab; die Rakete erreicht in horizontaler Lage die Perigäumshöhe. Hier beschleunigt die sehr kräftige dritte Stufe die Bewegung bis zur Zirkulargeschwindigkeit. Während des Brennens erfährt die Rakete beträchtliche Erschütterungen; man versteht deshalb, dass die komplizierten Kreisel- und Rechengeräte für die Steuerung und die Radioapparaturen sehr sorgfältig montiert werden müssen und Störungen schwer zu vermeiden sind.

\*

Die bisherigen Raketenantriebe beruhen auf der Ausnutzung *chemischer* Energie, d. h. der Energie der Elektronenhülle. Es ist naheliegend, zu fragen, ob die *Kern-Energie* nicht einen grossen Fortschritt für die Raumfahrt bringen könnte. Doch liegt die Sache nicht einfach so, dass Energie allein entscheidend ist. Um Vortriebskraft zu bekommen, muss ein Massenstrom (genauer ein Impulstrom) nach rückwärts ausfliessen. Masse können wir aber in den nötigen grossen Quantitäten nur dadurch in Bewegung setzen, dass wir sie unter Druck erwärmen und dann expandieren lassen. Es käme also darauf an, möglichst leichte Gase, etwa Wasserstoff, Helium, aber auch Ammoniak (das in der Hitze vollständig dissoziert), stark zu erhitzen. Das kann in einem angereicherten Uranreaktor geschehen; doch sind Temperaturen von über 2000 ° C mit Rücksicht auf die Uranstäbe (hier vielleicht Urankarbidstäbe) nicht wahrscheinlich, jedenfalls heute lange noch nicht erreicht. Was man im Prinzip herausholen könnte, ist aus Bild 9 ersichtlich<sup>3)</sup>. Es müssen wohl noch viele Fortschritte gemacht werden, bis Kernantrieb ernsthaft in Frage kommt.

Eine weitere Entwicklung scheint sich anzubauen, die zwar noch auf chemischer Basis, aber mit der wesentlich höheren Wärmeteröfung der einatomigen Gase und anderer Radikale beruht — beispielsweise der Reaktion (g-Mol)



Bis vor kurzer Zeit konnte keine Rede davon sein, dass einatomiger Wasserstoff in substanzien Mengen gelagert werden könnte. Inzwischen ist es aber gelungen, ihn bei sehr tiefen Temperaturen (Temp. des flüssigen Heliums) an Wände zu frieren — allerdings noch in starker Verdünnung mit gewöhnlichem Wasserstoff H<sub>2</sub>. Das hat aber genügt, um eine grosse Forschungstätigkeit in den USA auszulösen, und vielleicht ist die Hoffnung nicht ganz unbegründet, dass gefrorener einatomiger Wasserstoff oder Stickstoff zum Raketenantrieb verwendet werden kann. Was erreicht werden könnte (mit Wasserstoff), geht aus Bild 10 hervor. Da hier das Temperaturproblem nicht so drückend ist wie beim Reaktor, da man die Wände kühlen darf, würden wohl wesentlich höhere

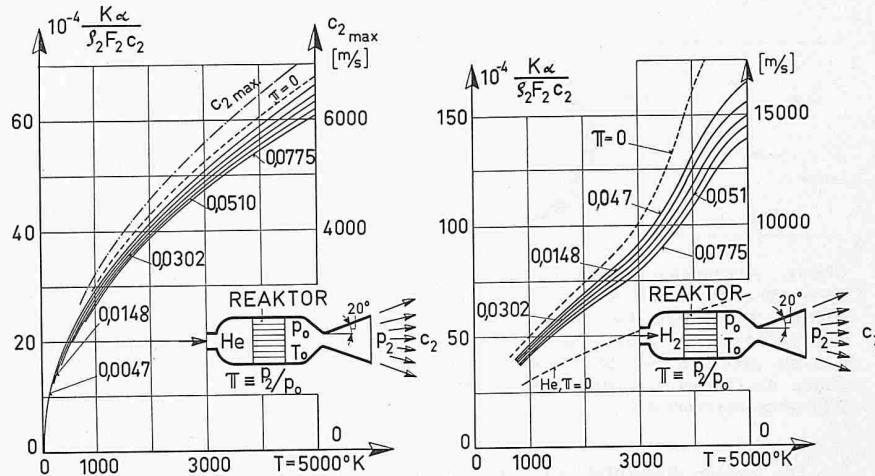


Bild 9. Rakete mit Heizung durch Kern-Reaktor. Leichte Gase (Helium oder Wasserstoff) wären am vorteilhaftesten. Austrittsgeschwindigkeiten  $c_2$  in Funktion des Druckverhältnisses  $T$  der Gastemp. nach dem Reaktor. Beim Wasserstoff (rechts) ist die Dissoziation berücksichtigt.  $K_\alpha$  ist der Schub; der Index 2 bezieht sich auf den Austritt. Setzt man als Höchsttemperatur des Reaktors 2000 ° K fest, so würde man mit Helium etwa 4000 m/s, mit Wasserstoff etwa 7000 m/s Austrittsgeschwindigkeit erreichen

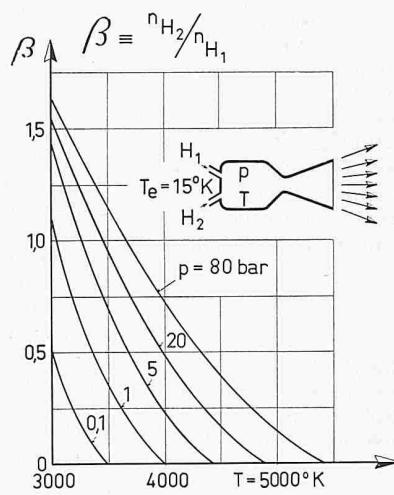


Bild 10. Raketenmotor, betrieben mit einer Mischung von ein- und zweiatomigem Wasserstoff. Links: Temperatur abhängig vom Verhältnis der Komponenten; rechts: Austrittsgeschwindigkeit. Bei 4000 ° K Ofentemperatur wäre die Austrittsgeschwindigkeit rund 17 000 m/s

Austrittsgeschwindigkeiten in der Gegend von 10 000 m/s möglich. Das gäbe der Raumfahrt einen außerordentlichen Impuls. Einstweilen ist man aber noch nicht so weit; auch die H<sub>1</sub>-Lagerung bei sehr tiefen Temperaturen wäre zweifellos schwierig.

Schliesslich sind noch die sogenannten *Ionen-Schiffe* zu erwähnen, bei welchen der Antrieb durch elektrisch beschleunigte positive Ionenstrahlen erfolgt<sup>4)</sup>. Obwohl man relativ leicht Austrittsgeschwindigkeiten von 100 000 m/s erreichen würde, sieht die Sache bei näherer Betrachtung zunächst sehr bedenklich aus. Denn um ein einziges Gramm ionisierten Wasserstoffes je Sekunde auszustossen, ist eine Stromstärke von nicht weniger als 96 400 A erforderlich (gemäss dem altbekannten Faradayschen Gesetz). Man würde also nur ganz kleine Schübe erzielen, die allerdings eine sehr lange Zeit (Jahre) wirken könnten. Diese sind zum Start natürlich nicht geeignet, vielmehr nur zur Weiterbeschleunigung und Steuerung im leeren Raum weitab von Himmelskörpern. Die elektrische Energie könnte durch Kern-Reaktor-Turbinenaggregate oder auch durch Umwandlung der im Raum ja 24stündig zur Verfügung stehenden Sonnenenergie erzeugt werden. — So weit entfernt solche Vorschläge liegen mögen: man hat sich Mühe gegeben, sie sorgfältig durchzurechnen. Darnach ist dieser Weg möglicherweise nicht so ungangbar, wie dies zunächst scheinen mag.

<sup>2)</sup> Bild 8 und die Angaben der Tabelle 1 sind «Raketentechnik und Raumfahrtforschung», 1957, Heft Nr. 3, entnommen.

<sup>3)</sup> Die Rechnungen, die bei Wasserstoff eine sorgfältige Berücksichtigung der veränderlichen spezifischen Wärmes und vor allem der Dissoziation verlangen, sind von meinem Assistenten Dipl. Ing. E. Brocher ausgeführt worden — desgleichen diejenigen, die Bild 10 zu Grunde liegen.

<sup>4)</sup> Zur Kompensation der sonst sich ergebenden Aufladung der Rakete müssen ebensoviele Elektronen gleichzeitig weggeschleudert werden.

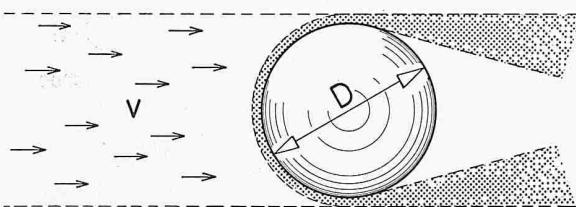


Bild 11. Anströmung einer Kugel bei sehr geringer Luftdichte ( $H > 150$  km) und mit mehrfacher Schallgeschwindigkeit. Die Moleküle fliegen praktisch parallel und ohne gegenseitige Beeinflussung (große freie Weglänge). An der Oberfläche kommen sie praktisch zum Stillstand und fließen langsam nach hinten ab. Dieser Grenzfall liefert den alten Newton'schen Widerstandsbeiwert 2.

Die beiden Satelliten sind noch nicht so hoch, dass sie ganz reibungsfrei auf ihrer Bahn laufen; immerhin sind die Einwirkungen des Luftwiderstandes verhältnismässig gering. Aus den Veränderungen der Umlaufzeit lässt sich auf die Luftdichte in grossen Höhen schliessen. Charakteristisch ist, dass in Höhen über 150 km die *freie Weglänge* der Moleküle schon mit dem Durchmesser der Satellitenkugel vergleichbar ist, darüber aber sie rasch übertrifft. Das hat eine grosse Vereinfachung des Luftwiderstandsgesetzes zur Folge; man fällt geradezu zurück zum Gesetz von Newton (1686). Wenn nämlich zwischen zwei Zusammenstössen der Moleküle grosse Wege zurückgelegt werden, so treffen diese die Kugel einzeln und ohne gegenseitige Beeinflussung (Bild 11). Die Anströmgeschwindigkeit  $V$  ist wesentlich grösser als die thermische Geschwindigkeit der Moleküle, so dass man im Grenzfall hoher Machzahlen einfach mit parallelem Einfall der Einzelmoleküle rechnen kann. Der sekundlich auf die Kugel treffende Impulsstrom ist

$$S = \rho V^2 \frac{\pi}{4} D^2$$

Die Moleküle verlieren diesen Impuls fast vollständig und laufen in dichter schmaler Schicht verhältnismässig langsam über den Äquator nach hinten ab. Es ist deshalb angenähert richtig, den Widerstand  $W$  einfach  $S$  gleichzusetzen. Der Widerstandsbeiwert

$$(9) \quad c_w = \frac{W}{\frac{\rho}{2} V^2 \frac{\pi}{4} D^2} = 2$$

ist damit der Newtonsche. Eine geringe Unsicherheit in seiner Grösse ist nicht störend, da man anderseits hinsichtlich der Luftpumpe um Zehnerpotenzen im Ungewissen ist. — Wir können eine einfache Abschätzung der Abbremsung eines Satelliten auf der Kreisbahn in folgender Weise machen:

Es ist das frühere Resultat:

$$V^2 = V_z^2 = g \frac{R^2}{r}$$

auch bei Anwesenheit von Widerständen näherungsweise richtig, falls die Abbremsung nur schwach ist, also viele Umläufe insgesamt erfolgen. Aendert sich nun der Bahnradius  $r$  um  $\delta r$ , so wird die potentielle Energie geändert um:

$$\delta \Phi = m g \frac{R^2}{r^2} \delta r$$

die kinetische Energie

$$K = \frac{m}{2} V^2 = m \frac{g R^2}{2 r}$$

ändert sich um

$$(10) \quad \delta K = - \frac{m}{2} \frac{g R^2}{r^2} \delta r = - \frac{1}{2} \delta \Phi$$

Die Widerstandsarbeit je Umlauf ist:

$$(11) \quad 2\pi r W = 2\pi r c_w \frac{\rho}{2} V^2 \frac{\pi}{4} D^2 = \delta A$$

Der Energiesatz lautet dann (für einen Umlauf geschrieben):

$$-\delta \Phi = \delta K + \delta A$$

mit Gl. (10)

$$(12) \quad - \frac{\delta \Phi}{2} = \delta A$$

Führt man die gefundenen Ausdrücke ein, so folgt

$$(13) \quad \frac{\delta r}{r} = - \frac{\pi^2}{2} D^2 r c_w \frac{\rho}{m}$$

je Umlauf. Die Umlaufzeit ist

$$(14) \quad T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\pi r^2}{\sqrt{g R^2}}$$

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{3}{2} \frac{\delta r}{r} = - \frac{3}{4} \pi^2 D^2 r c_w \frac{\rho}{m}$$

Die Umlaufzeit wird also kürzer, die Geschwindigkeit grösser durch die Wirkung der Reibung — ein zunächst etwas paradox scheinendes Ergebnis. Die Erklärung liegt aber darin, dass die Schwerkraft eben Arbeit leistet und zwar *doppelt* so viel als durch Reibung in Wärme verwandelt wird.

Für den ersten Sputnik ist etwa:  $m = 80\,000$  g

$$D = 60 \text{ cm}$$

$$r = 6,6 \cdot 10^8 \text{ cm}$$

Für eine Kreisbahn ergäbe sich damit

$$\frac{\delta r}{r} \approx 3 \cdot 10^{-8} \rho$$

$$\frac{\delta T}{T} \approx 4,5 \cdot 10^{-8} \rho$$

Je Tag (rd. 16 Umläufe) ergibt sich eine Zeitverkürzung von rund 3 Sekunden, falls  $\rho = 10^{-13} \text{ g/cm}^3$  gewählt wird. Die Beobachtung hat nämlich diese Zeittifferenz ergeben. Eine genaue Theorie müsste natürlich die Elliptizität der Bahn in Betracht ziehen. Da die Trägerrakete ein grösseres Produkt  $c_w D^2 / m$  aufweist, ist für diese die Zeitveränderung grösser. Sie hat inzwischen ja auch mehr Umläufe gemacht.

Wir haben schon kurz erwähnt, dass die Reibungsarbeit in Wärme übergeht. Diese wird für den Bestand des Satelliten oder Ferngeschoßes mit grösserer Annäherung an die Erde immer bedeutsamer und kann schliesslich zum Schmelzen und Zerstören führen. Bei einem idealen Gas mässiger Dichte und absoluter Temperatur  $T_0$  ist die sogenannte Stau-temperatur gegeben durch

$$(15) \quad T_s = T_0 \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)$$

wo  $\gamma = c_p/c_v$  und  $M$  die Machzahl ist.  $M$  ist beim Wiedereintritt in die Atmosphäre, etwa bei einer interkontinentalen Rakete, von der Grössenordnung 20,  $\gamma$  der gewöhnlichen Luft 1,40,  $T_0$  in einiger Höhe 300 ° K<sup>5</sup>). Dies ergäbe

$$T_s = 300 (1 + 0,2 \cdot 400) = 24\,300 \text{ ° K}.$$

Das ist die Staupunkttemperatur. Aber an der Vorderseite müssten auch in der Grenzschicht Temperaturen auftreten, die nicht viel niedriger wären. Nun ist es freilich so, dass die Luft aufhört, ein einfaches Gemisch von neutralem Sauerstoff und Stickstoff zu sein. Bei 20 000 ° K und schon vorher wird Dissoziation der Moleküle eintreten und teilweise auch Ionisation. Wir erhalten in letzterem Falle ein elektrisch leitendes sogenanntes Plasma. Beide Vorgänge schlucken sehr viel Wärme und lassen die Temperatur nicht so hoch steigen, wie Formel (15) liefert. Aber trotzdem ist die Sachlage noch gefährlich genug, und man kann einigermassen begreifen, dass geradezu märchenhafte Summen für das Studium gerade dieser Erwärmungsvorgänge in den USA (und wohl auch in der Sowjetunion) ausgegeben werden. Immerhin gibt es auch einige erleichternde Faktoren. Vor allem handelt es sich nicht um stationäre Zustände, bei welchen naturgemäß alle heute vorhandenen Materialien zerstört würden, sondern um kurzzeitige Beanspruchungen. Bei nichtstationärer kurzzeitiger Heizung ist aber der in das Material eindringende Wärmefluss sehr abhängig vom Wärme-Uebergangskoeffizienten; dieser kann bei laminarer Grenzschichtströmung eine Grössenordnung kleiner sein als bei turbulenter. Nun hat sich aber gezeigt, dass bei passender Form des Raketenkopfes Laminarität

<sup>5</sup>) Die Temperatur der Atmosphäre und damit auch die Schallgeschwindigkeit steigen über 80 km Höhe wieder an.

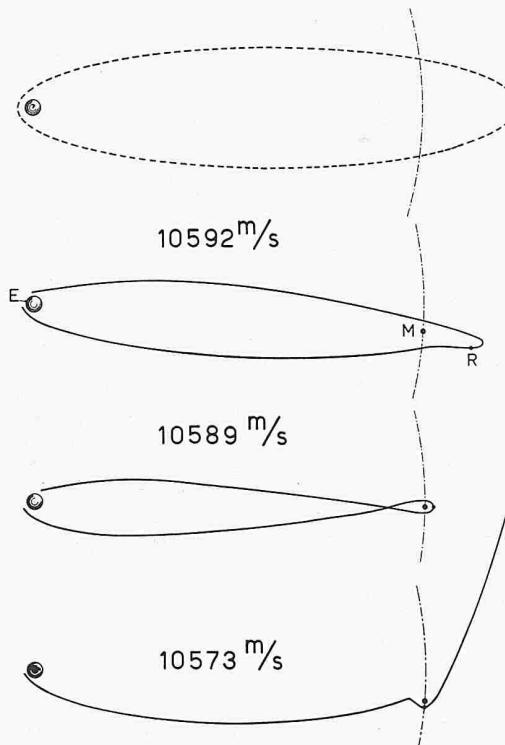


Bild 12. Ballistische Flugbahnen (ohne Nachsteuerung) eines gegen den Mond gestarteten Missils. Oben: ohne Mond-Anziehung Kepler-Ellipse. Die drei unteren Fälle: verschiedene Brennschlussgeschwindigkeiten. Sehr grosse Bahnstörung in der untersten Figur, weil die Bahn zu nahe an den Mond kommt. Die zweit-unterste Bahn wäre möglicherweise günstig für eine Umkreisung

in der Tat auf weiten Strecken erhalten bleibt. Dann genügt aber der Wärmeabfluss ins Innere des Materials, um die Oberflächentemperatur ziemlich herabzusetzen. Im gleichen Sinne wirkt die Wärmestrahlung des Körpers. Dass das Wiedereindringen zwar ein schwieriges aber nicht unlösbares Problem ist, wird auch etwas illustriert durch das Verhalten der mit manchmal noch viel grösserer Geschwindigkeit ( $M = 100$  bis  $200$ ) in die Atmosphäre einstürzenden Meteoriten, von denen doch ganz handfeste Exemplare in den Museen aufliegen und bei denen man gelegentlich hat feststellen können, dass sie im Innern *kalt* geblieben sind. Eine Erklärung dafür liefert vor allem die Beobachtung, dass die Oberflächen nur bis zu einer gewissen Tiefe abgeschmolzen und dann weggeblasen wurden. Man glaubt heute, dass schon geeignete Kunststoffe in allerdings dezimeterdicker Auflage den Wiedereintritt überleben können. Und schliesslich haben wir heute das Fernsehbild, wo Präsident Eisenhower auf einen Konus zeigt, der offenbar eine beträchtliche Ueberhitzung heil überstanden hat.

\*

Wir stehen heute dank aller dieser Vorarbeiten über Antrieb, Konstruktion, Wärmeverhalten und auch Steuerung an der Schwelle der Raumfahrt. Mögen wir auch vor einigen Jahren noch mehr oder weniger zurückhaltend gewesen sein, wenn wir die grossartigen Visionen *v. Braun*s und anderer über Aussenstationen, Mond- und sogar Mars-Expeditionen uns angesehen haben — heute müssen wir uns klar werden, dass solche Dinge ausführbar sind. Vielleicht, ja sehr wahrscheinlich mit besseren Mitteln. Dafür sorgen ja schon die unerhörten Anstrengungen und Aufwendungen der beiden führenden Staaten. Wir wollen deshalb noch kurz die mögliche Entwicklung der Raumfahrt zu skizzieren versuchen. Dass wir hier allerdings unsicherer Grund betreten, braucht ja wohl kaum betont zu werden.

Nachdem die Sputniks auf ihre Bahn gebracht werden konnten und der zweite eine relativ grosse Masse aufweist, scheint es nicht unmöglich, einen allerdings kleineren Körper etwa als vierte Raketenstufe auf die Entweichungsgeschwindigkeit (rd. 11 000 m/s) zu bringen. Ein solcher würde dann

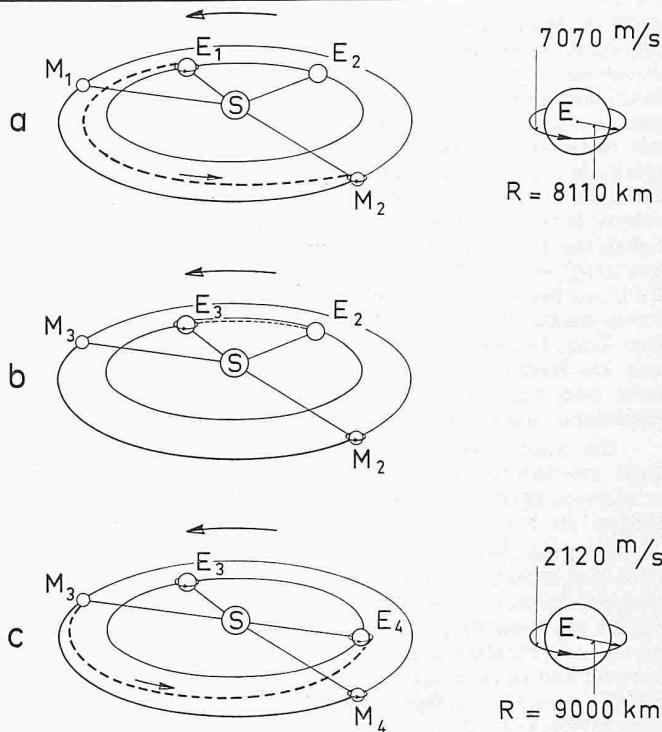


Bild 13. Mars-Expedition nach dem Projekt *v. Braun*. Ausgang von einer Erdsatellitenbahn, 260 Tage Ueberfahrt auf einer Kepler-Ellipse. Aufenthalt 449 Tage in einer Mars-Satellitenbahn. 260 Tage Rückreise und Einfang in eine (höhere) Erdsatellitenbahn. Für jedes einzelne Manöver sind rund 2 km/s Geschwindigkeitsänderung erforderlich. Während den 449 Tagen soll mit besonderen Raumschiffen (mit Tragflügeln) die Marsoberfläche besucht werden.

in der Lage sein, den Mond zu treffen oder zu umfliegen (und im letzteren Falle auf die Erde zurückzukehren). Zwei Voraussetzungen schwieriger Art sind freilich notwendig. Die erste ist eine sehr grosse Genauigkeit des Abschusses hinsichtlich Geschwindigkeitsbetrag und Richtung. Aus einer Berechnung von *Lieske* (vorgeführt in Barcelona, Oktober 1957) sind die Anforderungen:

	Geschwindigkeits-toleranz m/s	Winkel-toleranz Grad
Treffen des Mondes (irgendwo)	23	0,5
Treffen eines Quadrates von $160 \times 160$ km auf dem Mond	1,2	0,01
Umfliegen des Mondes und die Erde irgendwo treffen	45	10
Dasselbe, aber auf ein bestimmtes Quadrat (Erde) ( $1600 \times 1600$ km) treffen	0,075	0,03
Zum Vergleich sind die Anforderungen für einen Satellitenstart beigegeben:	300	4

Man sieht, dass gegenüber dem Satelliten eine viel höhere Präzision erforderlich ist (eine solche ist ja anderseits auch nötig für die interkontinentalen Geschosse, die ja auf viele tausend Kilometer Entfernung auf zwei oder drei Kilometer genau niedergehen sollen). Man kann sich fragen, ob da nicht eine Nachsteuerung während des Fluges, die allerdings enorm rasch arbeitende Bahn-Rechenmaschinen voraussetzt, vorteilhafter wäre.

Wie entscheidend Geschwindigkeitsunterschiede sich auswirken, geht aus Bild 12 hervor (nach *Gamow* und *Ehrcke*). Dort sind die Bahnen für eine Mondfahrt (ohne Landung) gezeichnet, die der Reihe nach für verschiedene Anfangsgeschwindigkeiten gelten. Die Kepler-Ellipse (Bild 12 oben) wird bei starker Annäherung des Körpers an den Mond durch dessen Anziehung erheblich gestört. Bild 12, unten, zeigt, dass kleine Fehler sogar zu Geschwindigkeitszuwachsen führen können, die eine nicht mehr zur Erde führende Bahn bewirken. Die dritte Bahn wäre für eine Photographie der bisher nie ge-

sehenen Mond-Rückseite geeignet. Die Bilder zeigen recht anschaulich, wo die Schwierigkeit des berühmten *Dreikörper-Problems* liegt: kleinste Abstandsunterschiede beim Begegnen mit einer grossen Masse bewirken enorme Bahnänderungen und es braucht nur wenig Kenntnisse der höheren Mathematik, um zu verstehen, dass eine *analytische* Erfassung solcher Vorgänge in allgemein gültigen Formeln ausgeschlossen ist. Spezielle Fälle aber lassen sich *numerisch*, Schritt für Schritt, relativ leicht, wenn auch umständlich ausrechnen. Hier aber haben die neuen Rechenmaschinen umwälzende Fortschritte gebracht, so dass Dreikörperbahnen, besonders im speziellen Fall, wo der dritte Körper (das Raumschiff) verschwindend kleine Masse, verglichen mit Erde und Mond, hat, nun in hundert oder tausendmal kürzerer Zeit gerechnet werden können. Die Rechenmaschine dürfte für die Raumfahrt eine ähnliche Bedeutung haben wie seinerzeit der Telegraph für die Eisenbahn und die Radiokommunikation für das Flugzeug.

Die zweite grosse Schwierigkeit ist die Rückkehr zur Erde. Die Erhitzung haben wir schon erwähnt; das Auffinden in Meeren, Wüsten oder Wäldern braucht sehr raffinierte Methoden, die aber heute schon sich als brauchbar ankündigen.

Weit ergiebiger wäre natürlich eine *bemannte* Raumfahrt nach dem Mond. Hierfür existieren schon Pläne, die nicht mit «Science fiction» verwechselt werden dürfen. Sie setzen zunächst die Schaffung einer bemannten Aussenstation voraus, die als Aufenthaltsraum, Tank- und Montage-Stelle im Raum schwebt und von dort aus den Start von speziellen Expeditions-schiffen erlaubt, der, da die Station schon eine grosse Umlaufgeschwindigkeit (7 bis 8 km/s) hat, viel leichter ist. — Wer diese Dinge in anschaulicher Darstellung näher kennen lernen

möchte, sei auf ein Buch verwiesen<sup>6)</sup>, das auch viele zahlen-mässige Angaben und grossartige farbige Bilder (Ch. Bonestell) enthält<sup>7)</sup>. In gleicher Weise ist eine *Mars-Expedition* (Bild 13) in grossen Zügen projektiert worden<sup>8)</sup>. Sie braucht einen gigantischen Aufwand — immerhin wohl nicht mehr, als der erste Tag eines neuen Weltkrieges kosten würde.

Die Frage nach dem «Nutzen» solcher Expeditionen setzt voraus, dass man weiß, was «nützlich» bedeuten soll. Es gibt Leute, die die «Eroberung» der Planeten etwa in ähnlicher Weise auffassen wie die seinerzeitigen Eroberungen der Kolonien. Ihnen ist die Schaffung von «Stützpunkten» im Weltall wichtig. Man kann wirklich nur hoffen, dass dieser Standpunkt so rasch wie möglich überwunden wird und keine Raumschlachten um den Mond entbrennen. Der *wissenschaftliche Nutzen* aber ist unbestreitbar. Die Astronomen werden auf dem Mond, vielleicht schon auf der Aussenstation, eine ideale Sternwarte errichten können — ist doch die Lufthülle der Erde, so nützlich sie sich in der Abwehr von Meteoren und kosmischen Strahlen anderseits auswirkt, ein sehr störender Faktor für die Beobachtung. Wenn man aber weiterhin die Planeten näher untersuchen kann, werden sich wohl ungeahnte Aufschlüsse über die Entstehung des Planetensystems und für die Kosmologie ergeben.

<sup>6)</sup> v. Braun, Ley, Whipple, Ryan: Die Eroberung des Mondes, S. Fischer-Verlag, Frankfurt 1957.

<sup>7)</sup> Ganz im Gegensatz zu den zahllosen hingeworfenen Phantasieproduktiven sind diese Bilder wissenschaftlich aufs sorgfältigste ausgearbeitet, sowohl nach der astronomischen als auch nach der technischen Seite.

<sup>8)</sup> v. Braun, Ley, Bonestell: The Exploration of Mars, Sidgwick and Johnson, London 1956.

## Das Herabsetzen der Erregung von Schaufelschwingungen durch gegenseitiges Verbinden der Schaufeln

Von Prof. Dr. Walter Traupel, ETH, Zürich

DK 621—253.5:621—752

**Zusammenfassung:** In Turbomaschinen werden oft zur Bekämpfung von Schwingungen die Schaufeln eines Rades durch Deckbänder oder Bindedrähte gruppenweise miteinander verbunden. Es wird gezeigt, dass die Anzahl der auf diese Weise verbundenen Schaufeln in zweckmässiger Weise auf die Periode der erregenden Kraft abgestimmt werden kann.

Schaufelschwingungen verdienen bekanntlich bei Dampfturbinen, Gasturbinen und Turbokompressoren eine sehr sorgfältige Beachtung, da ihre Unterdrückung für die Betriebssicherheit von entscheidender Wichtigkeit ist. Ein Mittel, das zu ihrer Bekämpfung oft vorgesehen wird, ist die Anordnung von Querverbindungen zwischen mehreren Schaufeln ein und desselben Rades, sei es durch Deckbänder oder Bindedrähte. — Von den Bindedrähten sind zu unterscheiden die lose eingelegten Dämpfungsdrähte, die nur bei Laufrädern anwendbar sind, da bei Leiträdern die Anpressung durch die Fliehkräft fehlt, so dass mit einer zuverlässigen Dämpfung nicht mehr zu rechnen ist. — Die Wirksamkeit solcher Querverbindungen (nicht Dämpfungsdrähte) kann einerseits unter Umständen bedingt sein durch Verschiebungen von Eigenfrequenzen, also Beseitigung der Resonanzgefahr. Dies gilt aber keineswegs allgemein, sondern es kann sogar das Gegenteil zutreffen. Anderseits erwartet aber der Konstrukteur von dieser Massnahme oft eine gegenseitige Störung der Schwingungen der einzelnen Schaufeln oder selbst eine völlige Verunmöglichung einzelner Schwingungsformen. So kann sich z. B. die Torsionschwingung erster Ordnung einer einzelnen Schaufel überhaupt nicht mehr ausbilden, sobald die Schaufeln durch Deckbänder verbunden werden. Hingegen kann eine völlige Unterdrückung von Biegungsschwingungen von solchen Querverbindungen nicht ohne weiteres erwartet werden. Die nachfolgende Untersuchung zeigt,

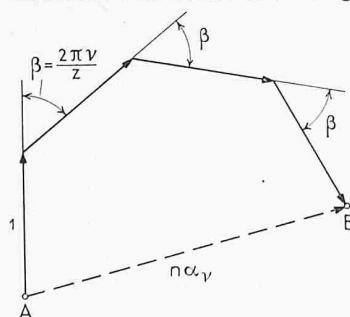


Bild 1. Graphische Bestimmung der relativen Erregung  $\alpha_r$

wie Querverbindungen zweckmäßig gewählt werden, um unter gegebenen Verhältnissen ein Maximum an Wirksamkeit zu gewährleisten.

Die häufigste Erregungsursache für Schaufelschwingungen sind Strömungskräfte mit längs des Umfangs periodischem Charakter. Dreht sich z. B. eine Laufschaufel mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , so ist die auf sie ausgeübte Strömungskraft  $P$  sicher darstellbar in der Form

$$(1) \quad P = P_0 + \sum_{v=1}^{\infty} P_v \sin [v(\omega t - \varphi_v)]$$

Die Grösse der einzelnen Kräfte  $P_v$  hängt ab von der Art der längs des Umfangs anzutreffenden Unregelmässigkeiten. Bei Vollbeaufschlagung ist vor allem  $v = z'$  eine stark hervortretende Ordnung, wenn  $z'$  die Schaufelzahl des vorgeschalteten Leitrades ist. Aber auch andere Ordnungen können wichtig werden, z. B. infolge von Asymmetrien der Eintritts- und Austrittsstützen, vorgeschalteten Brennkammern nach Art der Flugtriebwerke usw. Bei Teilbeaufschlagung hat, wie die Fourieranalyse im Einzelfall zeigt, eine ganze Anzahl von  $P_v$ -Werten sehr erhebliche Beträge. Auch können die Vielfachen von  $z'$  noch grosse  $P_v$  aufweisen.

Nun sei  $z''$  die Anzahl der Laufschaufeln, von denen Gruppen zu je  $n$  Schaufeln eine Querverbindung aufweisen. Da eine der betrachteten Schaufel unmittelbar benachbarte offenbar die Kraft

$$(2) \quad P = P_0 + \sum_{v=1}^{\infty} P_v \sin \left[ v \left( \omega t - \varphi_v + \frac{2\pi}{z''} \right) \right]$$

erfährt, wird die resultierende Kraft auf die ganze Gruppe von  $n$  Schaufeln

$$(3) \quad P = n P_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=0}^{n-1} P_v \sin \left[ v \left( \omega t - \varphi_v + \frac{2\pi k}{z''} \right) \right]$$

Davon interessiert im Hinblick auf die Schwingungen nur der periodische Anteil. Dabei sei eine bestimmte Ordnung  $v$  die-