

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 75 (1957)  
**Heft:** 35

**Artikel:** Die Kennliniengeometrie bei rückgekoppelten, nichtlinearen Regelsystemen: erweiterter Vortrag  
**Autor:** Gerecke, Eduard  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-63408>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 25.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Die Kennliniengeometrie bei rückgekoppelten, nichtlinearen Regelsystemen

Erweiterter Vortrag, gehalten am 7. Dezember 1956 an der ETH in der Schweizerischen Gesellschaft für Automatik

von Dipl. Ing. Eduard Gerecke, Professor für Allgemeine Elektrotechnik an der ETH

DK 621-53

### Zusammenfassung

Das hier behandelte Problem ist das der Steuerung einer Energiequelle. Hierzu muss ganz allgemein ein Stellorgan vorhanden sein. Bei elektrischen Energiequellen sind die Ausgangsgrößen die Spannung und die Stromstärke, bei mechanischen Quellen die Drehzahl und das Drehmoment (bzw. die Frequenz und die Leistung). Hält man die Stellgröße konstant, so kann man die Ausgangsgrößen durch eine äussere (natürliche) Kennlinie,  $U/I$  bzw.  $n/M$ , darstellen. Verändert man die Stellgröße als Parameter, so ergibt sich die gesamte Kennlinienschar. Durch Rückkopplung oder durch Regler erhält man neue äussere Kennlinien, die die «natürlichen» Kennlinien überschneiden und je nach dem Grade der Mit- oder Gegenkopplung steiler oder flacher als diese verlaufen. Diese neuen Kennlinien lassen sich durch einfache geometrische Konstruktionen aus den «natürlichen» Kennlinien ableiten.

Auch die Energieverbraucher können durch eine Kennlinie oder eine Kennlinienschar erfasst werden. Das sich im statischen Zustand einstellende «natürliche» Gleichgewicht oder der «Selbstausgleich» zwischen Erzeuger und Verbraucher wird einseitlich durch den Schnittpunkt der entsprechenden Kennlinien und im mathematischen Schaltbild durch eine Wirk- und Gegenkette erfasst. Die Behandlung elektrischer und mechanischer Probleme kann deshalb ganz analog durchgeführt werden.

Als elektrische Energiequelle kommen in Frage: die Gleichstrommaschine, deren Kaskadenschaltung, die Verstärkermaschine (Metadyne, Amplidyne), der magnetische Verstärker und der gesteuerte Stromrichter. Sie alle können durch ähnlich verlaufende Kennlinien erfasst werden, während die Synchronmaschine kompliziertere Verhältnisse aufweist. Zu den mechanischen Energiequellen gehören: Wasser-, Dampf- und Gasturbinen, Gleich- und Wechselstrommotoren. Der Ausdruck «Verstärker» deutet stets auf eine steuerbare Energiequelle hin; er ist im Grunde genommen falsch, da Energie «nicht verstärkt», sondern nur «gesteuert» werden kann.

Die Arbeit wendet die Nomenklatur und die graphischen Symbole der Regelungstechnik an. Sie zeigt, wie das normale elektrische Schema in ein «mathematisches Schaltbild» übergeführt werden kann, das die exakte Berechnung gestattet.

Die behandelten mathematischen Schaltbilder enthalten sowohl in der Wirk- wie in der Gegen- und Rückführkette nichtlineare Übertragungsglieder.

### 1. Elektrischer Kreis mit starrer Quellenspannung

Bild 1 zeigt das elektrische Schema einer Gleichspannungsquelle mit der Quellenspannung  $U_q$  an den gedachten inneren Klemmen  $U_1$  und  $U_2$  sowie den Quellenwiderstand  $R_q$ , so dass an den von außen zugänglichen Klemmen  $U_3$  und  $U_4$  die Klemmen-

spannung  $U$  auftritt. Als Belastung ist eine Kombination von einem ohmschen Widerstand  $R$ , einer Induktivität  $L$  und einer idealen Gleichspannung  $U_i$  (z. B. innere Spannung einer Batterie oder die Spannung einer Gleichstrommaschine) vorgesehen. Durch Schliessen des Schalters  $S$  tritt nach dem Abklingen des transienten Vorganges ein stationärer Gleichstrom  $I$  und eine Klemmenspannung

$$U = U_q - R_q I \quad (1)$$

auf.

Bild 2 stellt die Verhältnisse in Form von Kennlinien graphisch dar. Vom Leerlaufpunkt  $L$  (mit  $U = U_q$  für  $I = 0$ ) sinkt die Klemmenspannung  $U$  längs der Geraden  $G_1$ , der «Kennlinie der Quelle», linear ab. Für einen beliebigen Betriebspunkt  $T$  ist  $AT = U$  gleich der Klemmenspannung und  $TD = R_q I$  der innere Spannungsabfall. Die entsprechende «Kennlinie  $G_2$  des Verbrauchers» steigt, vom Leerlaufpunkt  $E$  mit der Gegenspannung  $U_i$  ausgehend, linear mit dem Strom an; die Spannung am Widerstand  $R$  beträgt  $BT = RI$ . Durch Schliessen des Schalters  $S$  stellt sich ein Zustand ein, der durch den Schnittpunkt  $T$  von  $G_1$  und  $G_2$  gekennzeichnet ist. In Bild 2 ist ferner der Nennbetriebspunkt  $N$  mit dem Nennstrom  $I_n$  der Anlage eingetragen. Uebersteigt  $U_i$  den Wert von  $U_q$ , so tritt «Rückarbeit, Rekuperation» ein, der Strom  $I$  ist als dann negativ (linker Teil des Bildes 2).

Bild 3 zeigt nun das zu Bild 1 gehörige «Strukturschaltbild» oder das «mathematische Schaltbild», das die mathematischen Zusammenhänge in der für die Regelungstechnik charakteristischen Weise aufzeigt. Die obere horizontale Linie zeigt die «Spannungskette», die untere den Strom. Sowohl die Spannungen wie auch die Ströme werden durch eine einzige Linie, das «Signal», dargestellt. Die unabhängige Veränderliche  $U_q$  wird als «Eingangsgröße» oder «Ursache» aufgefasst. Aus ihr folgt die Klemmenspannung  $U$  nach Gleichung (1) durch Subtraktion der Spannung  $R_q I$ . Das Symbol 1 stellt die mathematische Operation für die Subtraktion dar. Die Gegenwirkung der beiden Spannungen  $U$  und  $U_i$  wird analog durch das Symbol 2 erfasst. Nach dem ohmschen Gesetz folgt für den Strom  $I$

$$(2) \quad I = \frac{U - U_i}{R}$$

Das Struktursymbol 3 in Bild 3 deutet diese Operation an. Die Differenzspannung als Ursache erzeugt als Wirkung oder Ausgangsgröße den Strom  $I$ , und die zugehörige mathematische Operation ist eine Division durch eine Konstante  $R$ . Der Strom  $I$  hat nun anderseits eine Rückwirkung auf die Klemmenspannung  $U$ , was durch das Struktursymbol 4 erfasst wird, das die Multiplikation von  $I$  mit der Konstanten  $R_q$  versinnbildlicht.

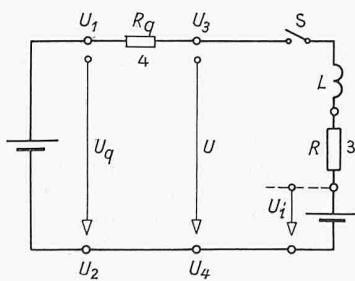


Bild 1. Elektrisches Schema einer Quelle  $U_q$  mit innerem Widerstand  $R_q$  und äußerem Belastungskreis  $U_i, R, L$

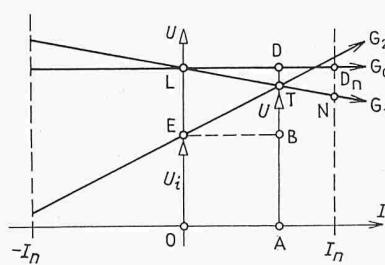


Bild 2. Kennlinien  $G_1$  der Quelle und  $G_2$  des Verbrauchers

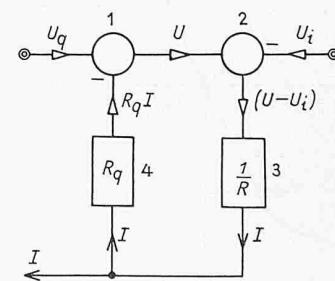


Bild 3. Mathematisches Schaltbild zu Bild 1

Legende:

T = Betriebspunkt  
L = Leerlauf

OL =  $U_q$   
OE =  $U_i$

OL =  $U_q$   
OE =  $U_i$

OA =  $I$   
AT =  $U$

TD =  $R_q I$   
BT =  $RI$

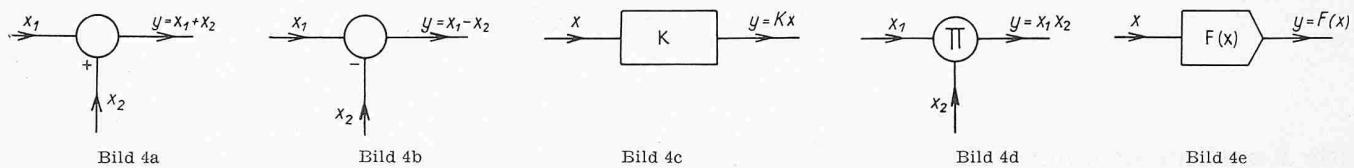


Bild 4. Graphische Symbole für mathematische Operationen

Die Bilder 4a bis 4e zeigen die im folgenden verwendeten Struktursymbole für die Addition (4a)  $y = x_1 + x_2$ , die Subtraktion (4b)  $y = x_1 - x_2$ , die Multiplikation mit einer Konstanten  $K$ , dem «Uebertragungsfaktor»,  $y = K \cdot x$ , die Multiplikation (4d) zweier Veränderlicher,  $y = x_1 x_2$ , sowie den allgemeinen funktionalen, nichtlinearen Zusammenhang  $y = F(x)$  einer abhängigen Variablen  $y$  von einer unabhängigen Variablen  $x$ .

Der durch die Symbole 1 bis 4 in Bild 3 dargestellte geschlossene Wirkkreis zeigt die regelungstechnisch wichtige Rückwirkung des Stromes  $I$  auf die Spannungskette und stellt eine allereinfachste Form eines «gegengekoppelten Systems» dar. Zwischen der Quelle und dem Verbraucher stellt sich ein «natürliches Gleichgewicht» oder ein «Selbstausgleich» ein, was geometrisch in Bild 2 durch den Schnittpunkt  $T$  der beiden Kennlinien  $G_1$ ,  $G_2$  und in Bild 3 durch den gegengekoppelten Kreis zur Darstellung gebracht wird.

Soll nun die Klemmenspannung  $U$  trotz veränderlichem Strom konstant gehalten werden, so ist das offenbar nur durch Verändern der Quellenspannung  $U_q$  in Abhängigkeit von der Belastung möglich. Es ist also ein zusätzlicher, vom Menschen erfundener «Rückwirkungskreis» oder «Rückkopplungskreis» nötig, um den inneren Spannungsabfall  $R_q I$  wenigstens teilweise aufzuheben. Die folgenden mathematischen Schaltbilder für die «Spannungshaltung» werden also stets zwei gegengekoppelte Systeme aufweisen, ein erstes im Sinne des natürlichen Gleichgewichtes und ein zweites, absichtlich hinzugefügtes. Diese Vorgänge haben in der Mathematik ein Analogon. Die Gleichung

(3a)  $y = 3x + 7$

(3b)  $3x + 7 = y_s$

sagt aus, dass  $x$  als «frei wählbare Eingangsgröße» zu betrachten ist und dass zu jedem Wert von  $x$  in eindeutiger, «starrer» Weise eine «Ausgangsgröße»  $y$  zugeordnet ist. Die Gleichung (3a) stellt also eine «Steuerung» dar. Wird jedoch umgekehrt für  $y$  ein bestimmter «Sollwert»  $y_s$  verlangt, so muss aus (3b) durch «Auflösen» der zugehörige Wert von  $x$  bestimmt werden.  $x$  muss also durch eine «Rückmeldeeinrichtung» so gewählt oder «ausprobiert» oder «eingeregelt» werden, dass daraus  $y_s$  hervorgeht. Das Auflösen einer Gleichung entspricht also einer «Regelung».

#### Elektrischer Kreis mit veränderlicher Quellenspannung

Bild 5 zeigt das elektrische Schema einer fremderregten Gleichstrommaschine, Bild 6 das zugehörige mathematische Schaltbild, während die Bilder 7a und 7b die zugehörigen Kennlinien enthalten. Der durch den Erregerstrom oder Magnetisierungstrom oder die Stellgrösse  $I_m$  erzeugte Erregerfluss  $\Phi$  verläuft laut dem Struktursymbol 5 von Bild 6 nichtlinear und kann sogar Hysteresis aufweisen. Die induzierte Quellenspannung  $U_q$  ist gemäss der Gleichung

(4)  $U_q = C n \Phi$

proportional zur Drehzahl  $n$ , was durch das Multiplikationssymbol 6 in Bild 6 erfasst wird. Die Leerlaufkennlinie K, Bild 7a, zeigt einen geradlinigen Teil  $L_{a2}$ ,  $L_{b2}$  und zwei gekrümmte Äste. Der Belastungsstrom  $I$  erzeugt seinerseits ein Querfeld  $\Phi_q$ , das im linearen Teil von  $\Phi$  durch eine Induktivität  $L_q$  (Quelleninduktivität) erfasst werden kann. Der Ankerwiderstand  $R_q$ , die Klemmenspannung  $U$  und die aus  $U_i$ ,  $R$  und  $L$  aufgebauten Last entsprechen genau der Schaltung nach Bild 1 und damit der Teil auf der rechten Seite von Bild 6 dem mathematischen Schema von Bild 3. Bild 7b stellt die äusseren Kennlinien der Gleichstrommaschine, also den Verlauf der Klemmenspannung  $U$  in Funktion der Belastung  $I$  bei konstantem Erregerstrom  $I_m$  dar. Ist  $I_m = O_1 B$  gegeben, so ergibt sich daraus der Leerlaufpunkt  $L_2$  auf  $K_2$  und damit der Leerlaufpunkt  $L$  in Bild 7b. Die äussere Kennlinie  $G_1$  durch  $L$  ist in erster Annäherung eine Gerade entsprechend Gleichung (1). Für variables  $I_m$  ergibt sich daher als äusseres Kennlinienfeld eine Schar paralleler Geraden, wie sie in Bild 7b eingezzeichnet sind.  $N$  ist der Nennbetriebspunkt.

#### 3. Stromrückkopplung

Es werde zunächst untersucht, welchen Einfluss eine Stromrückkopplung nach Bild 8 auf die Kennlinien der Gleichstrommaschine ausübt. Zur elektrischen Durchflutung  $N_0 I_0$  der fremdgepeisten Erregerwicklung kommt die Durchflutung  $NI$  der Rückkopplungswicklung, was die gesamte Durchflutung

(5)  $\Theta = N_0 I_0 + NI = N_0 \left[ I_0 + \frac{N}{N_0} I \right]$

ergibt.

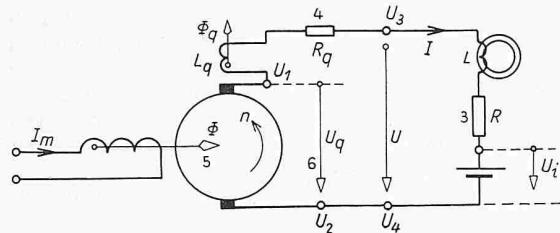


Bild 5. Elektrisches Schema einer fremderregten Gleichstrommaschine

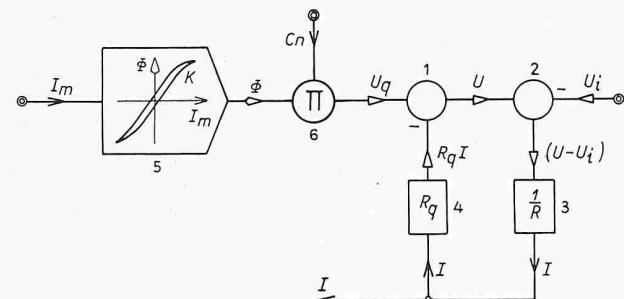


Bild 6. Mathematisches Schaltbild zu Bild 5

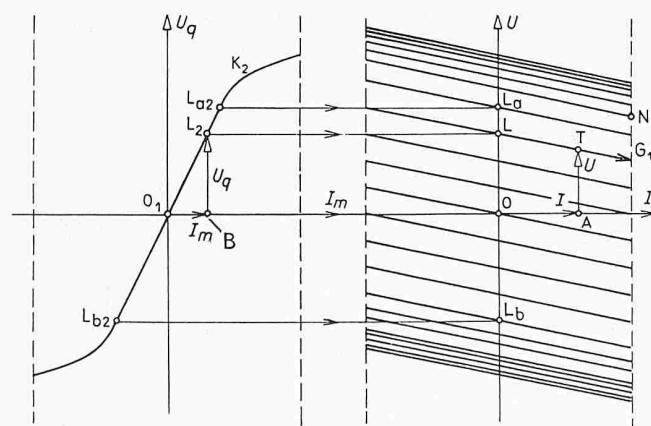
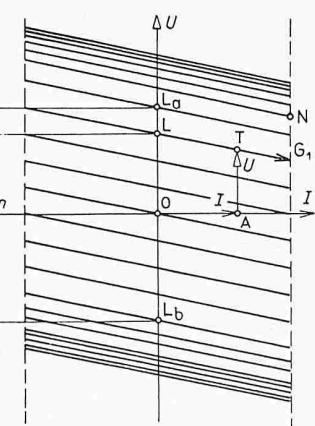
Bild 7a. Steuerkennlinie  $K_2$  der Gleichstrommaschine

Bild 7b. Äusseres Kennlinienfeld der Gleichstrommaschine

$$OL = BL_2 = U_q$$

$$OA = I$$

$$AT = U$$

$$O_1 B = I_m$$

Schickt man durch die Wicklung  $N_0$  einen gedachten Magnetisierungsstrom  $I_m$ , der die gleiche Durchflutung  $\Theta$  ergibt, so folgt

$$(6) \quad \Theta = N_0 I_m \quad I_m = I_0 + \rho I \quad \rho = \frac{N}{N_0}$$

$\rho$  sei als «Rückkopplungsgrad» bezeichnet. Bei «Mitkopplung» (Kompoundierung) ist  $\rho$  positiv, bei «Gegenkopplung» (Gegengkompoundierung) negativ.

Das zugehörige mathematische Schaltbild geht aus Bild 6 durch Hinzufügen des Additionssymbols 7 hervor (Bild 9). Zu dem in der Natur bereits vorhandenen, dem Selbstausgleich entsprechenden, gegengekoppelten System 1 - 2 - 3 - 4 von Bild 6 tritt nun das vom Menschen hinzugefügte System 7-8.

Die Bilder 10a und 10b beziehen sich auf die Mitkopplung. Bei offenem Lastkreis ( $I = 0$ ) entspricht dem Erregerstrom  $I_0 = O_1 D$  in Bild 10a die Quellenspannung  $D L_2 = U_q = O L$  und in Bild 10b der Leerlaufpunkt  $L$ . Bei Belastung ohne Rückkopplung ( $\rho = 0$ ) würde die Klemmenspannung der Geraden  $G_1$  folgen und zum Strom  $O A = I$  würde der Betriebspunkt  $T$  mit  $A T = U$  gehören.

Zur Konstruktion der äusseren Kennlinie bei Mitkopplung übertragen wir den Strom  $I = O A = O A' = A_0 A_1$  nach dem Bild 10a auf die «Rückkopplungsgerade»  $K_1$  und wählen  $D A_0 = \rho \cdot A_0 A_1 = \rho I$ . Dann wird der gesamte Magnetisierungsstrom oder die «Stellgröße» gleich  $O_1 A_0 = O_1 D + D A_0 = I_0 + \rho I = I_m$ . Alle Punkte  $A_1$  liegen auf der Geraden  $K_1$ . Zu  $I_m$  als Stellgröße gehören entsprechend der Steuerkennlinie  $K_2$  die erhöhte Quellenspannung  $A_0 A_2 = O A_3$  und die Kennliniengerade  $G^*$  durch den neuen Leerlaufpunkt  $A_3$ . Der Betriebspunkt  $T^*$  bei Mitkopplung liegt also um die Erhöhung

$\delta U_q$  der Quellenspannung über dem Punkt  $T$ . Setzt man für den Uebertragungsfaktor der Quellenspannung

$$(7) \quad K_2 = \frac{\delta U_q}{\rho I}$$

so wird:  $\delta U_q = \rho K_2 I$

und damit

$$(8) \quad U = U_q + (\rho K_2 - R_q) I$$

im linearen Teil. Die abfallende Kennlinie  $G_1$  bei  $\rho = 0$  geht in eine ansteigende S-förmige Kennlinie  $K$  (Bild 10b) über, die um so steiler verläuft, je grösser der Kopplungsgrad  $\rho$  ist. Für

$$(9) \quad \rho = R_q/K_2$$

verläuft die Kennlinie in der Umgebung des Leerlaufpunktes genau horizontal, womit man also eine konstante Spannung erhält. Im Falle der Gegenkopplung ist die Gerade  $K_1$  von  $D$  aus nach rechts ansteigend einzutragen und die äusseren Kennlinien  $K$  fallen dann stark ab. Die zugehörige graphische Konstruktion ist in den Bildern 13a und 13b durchgeführt unter Zugrundelegung des Schemas nach Bild 11, wonach die an einem kleinen Messwiderstand  $R_s$  abgegriffene Spannung  $R_s I$  in einem besonderen Verstärker verstärkt wird, dessen Ausgangsstrom  $I_\rho$  dem Strom  $I_0$  gegengeschaltet wird. Die Kennlinie  $K_1$  dieses Verstärkers ist im Struktursymbol 8 des mathematischen Schaltbildes (Bild 12) und zudem in Bild 13a eingezeichnet mit  $D$  als Ursprung und von dort vertikal abwärts zeigender  $I$ -Achse. Dabei ist  $O_1 D = I_0$  der Erregerstrom,  $D L_2 = O L$  die zugehörige Quellenspannung (bei  $I_\rho = 0$ ).  $G_1$  ist die zugehörige Kennlinie mit einem Betriebspunkt  $T$ . Die Kon-

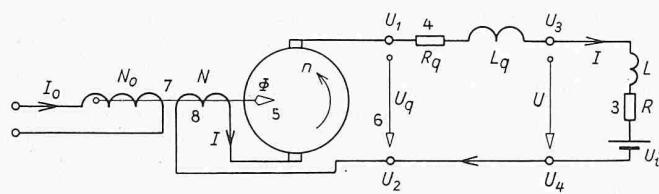


Bild 8. Gleichstrommaschine mit Stromrückkopplung (Kompoundierung)

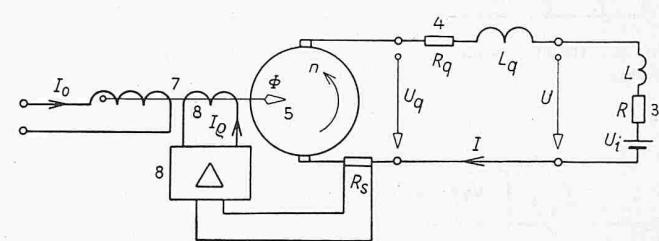


Bild 11. Gleichstrommaschine mit Stromrückkopplung und Verstärker

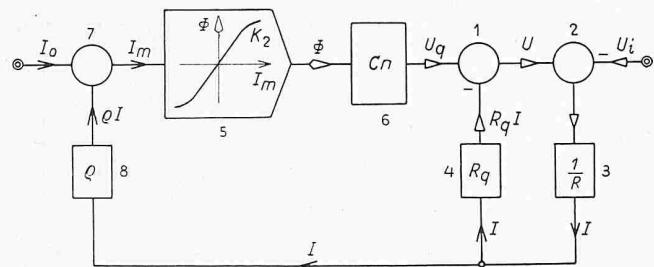


Bild 9. Mathematisches Schaltbild zu Bild 8

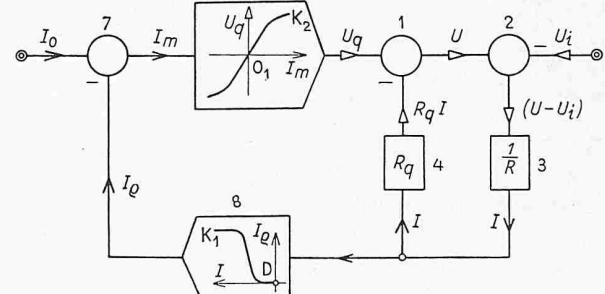


Bild 12. Mathematisches Schaltschema zu Bild 11

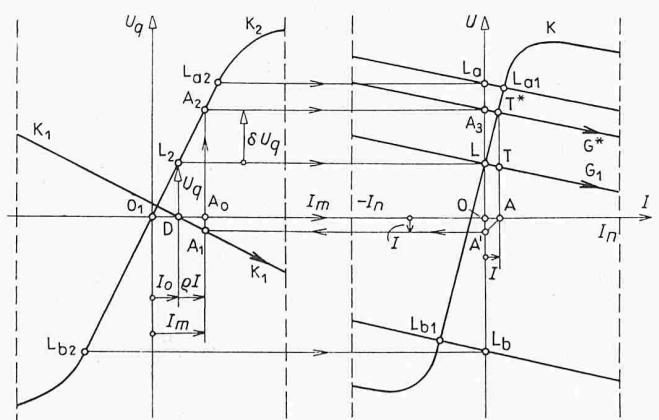


Bild 10a. Rückkopplungsgerade  $K_1$  und Steuerkennlinie  $K_2$

Bild 10b. Äussere Kennlinien  $K$  bei Mitkopplung.  
Linearer Bereich  $L_{a1} L_{b1}$

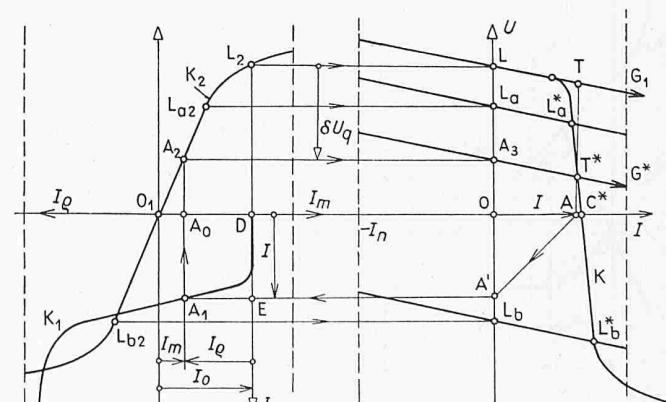


Bild 13a. Verstärker-Kennlinie  $K_1$  und Steuerkennlinie  $K_2$  zu Bild 12

Bild 13b. Äussere Kennlinie  $K$  bei Gegenkopplung

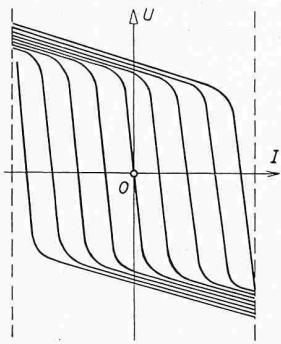


Bild 14. Aussenre Kennlinien bei Strom-Gegen-Kopplung

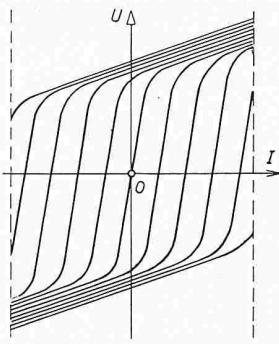


Bild 15. Aussenre Kennlinien bei Strom-Mit-Kopplung

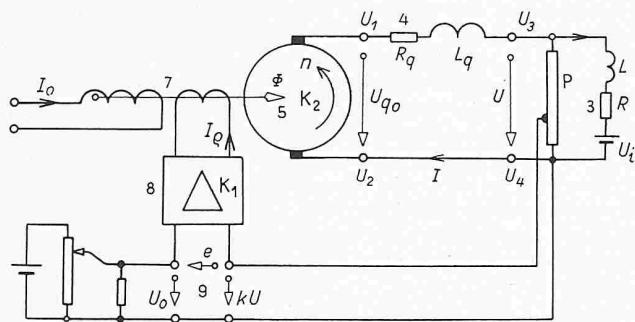


Bild 16. Gleichstrommaschine mit Spannungsueckkopplung über Verstärker

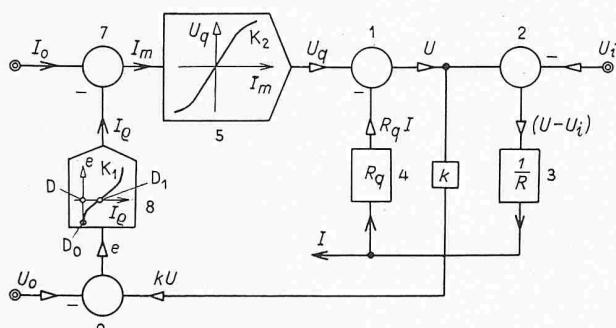


Bild 17. Mathematisches Schaltbild zu Bild 16

struktion geht von einem beliebigen Strom  $OA = I$  aus; dann wird der Punkt A nach A' und E übertragen ( $OA = OA'$ ) und der Schnittpunkt A<sub>1</sub> der Horizontalen durch A' mit der Verstärkerkennlinie K<sub>1</sub> gesucht. A<sub>1</sub>E ist dann der am Verstärkerausgang auftretende Strom  $I_p$ . Die zu dem resultierenden Magnetisierungsstrom (Stellgröße)  $I_m = I_0 - I_p = O_1A_0$  zugehörige Quellenspannung  $A_0A_2 = OA_3$  ist um  $\delta U_q$  kleiner als bei fehlender Gegenkopplung. Die Gerade G\* durch A<sub>3</sub> liefert den gesuchten Betriebspunkt T\* mit dem Strom  $OA = I$ . Führt man diese Konstruktion für alle Ströme I bei festem Fremdstrom  $I_0$  durch, so erhält man als äussere Kennlinie für den Betriebspunkt T\* die S-förmig abfallende Kurve K. Deren steil abfallender Ast wirkt sich wie eine «Strombegrenzung» aus; selbst beim äusseren Kurzschluss (Punkt C\*, U = 0) können die auftretenden Ströme kleiner als der Nennstrom sein. Diese Kennlinien entsprechen einer sog. «Stromquelle», der Strom bleibt in einem grossen Bereich nahezu konstant, auch wenn sich die Spannung in weiten Grenzen ändert. Zu jedem Wert der «Leitgrösse  $I_0$ » gehört eine äussere Kennlinie K. Bild 14 zeigt diese Kennlinienschar bei Gegenkopplung und Bild 15 bei Mitkopplung.

#### 4. Spannungsueckkopplung

Sie dient der Erzeugung einer möglichst konstanten Klemmenspannung U. Diese wird als Regelgrösse (Bild 16) an einem Potentiometer mit dem Teilverhältnis k abgegriffen und mit einer wählbaren Spannung  $U_0$  verglichen. Die Differenz oder die «Abweichung» oder der «Fehler» e

$$(10) \quad e = kU - U_0$$

wird einem Verstärker zugeführt und dessen Ausgangsstrom  $I_p$  dem Fremdstrom  $I_0$  gegengeschaltet. Im mathematischen Schaltbild (Bild 17) wird nun die Spannung U zunächst mit dem Sollwert  $U_0$  verglichen (Subtraktionsymbol 9). Das Struktursymbol 8 zeigt die Verstärkerkennlinie K<sub>1</sub> mit  $I_p = f(e)$  und den auf ihr gelegenen Punkt D<sub>1</sub> für  $e = 0$ . Diese Kennlinie ist nun in Bild 18a mit dem Nullpunkt D und mit vertikaler Spannungsachse e eingezeichnet. Der Abstand des Nullpunktes O<sub>3</sub>' vom Nullpunkt O<sub>1</sub> ist gleich  $I_0$ .

Wir betrachten zunächst den Leerlaufpunkt L in Bild 18b, zu welchem die Leerlaufspannung OL =  $U_q$  gehöre. Dann tritt am Potentiometer P die Teilspannung O<sub>0</sub>L' =  $kU_q$  auf, wobei

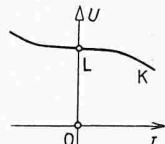


Bild 18c. Aussenre Kennlinie bei Spannungsgegenkopplung

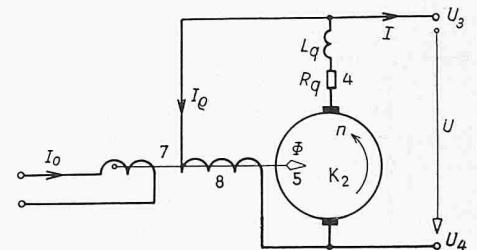


Bild 18d. Nebenschlussmaschine mit zusätzlichen Steuerstrom (Spannungs-Mit-Kopplung)

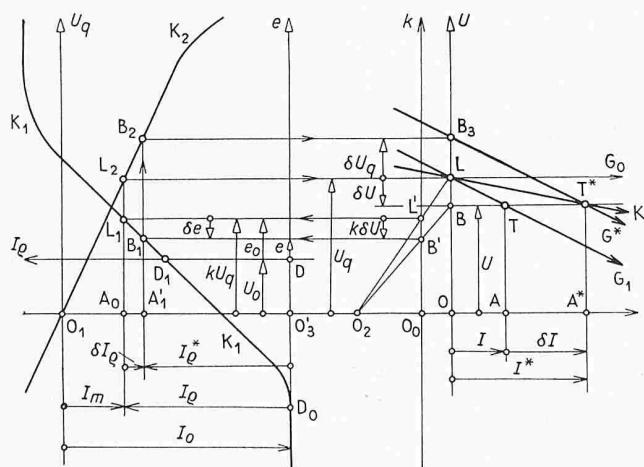
Bild 18a. Verstaerkerkennlinie K<sub>1</sub> und Steuerkennlinie K<sub>2</sub> zu Bild 16

Bild 18b. Konstruktion der äusseren Kennlinie K bei Spannungsgegenkopplung

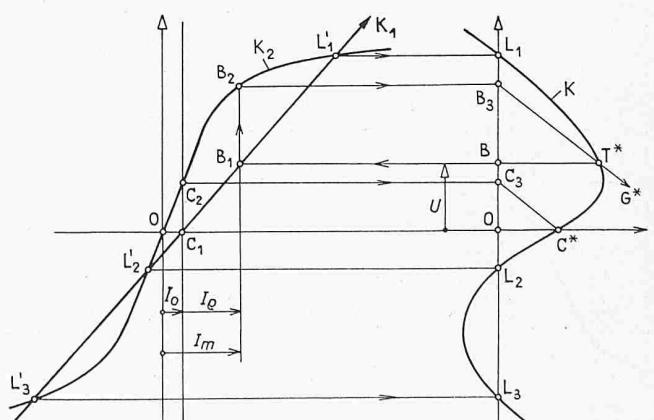


Bild 18e. Kennlinien zu Bild 18d

die Potentiometergerade  $K$  in geeignetem Abstand zwischen  $O$  und dem Aehnlichkeitszentrum  $O_2$  liegen muss. Zu  $L$  gehört der Punkt  $L_2$  auf der Steuerkennlinie  $K_2$  und zu diesem der resultierende Magnetisierungsstrom  $O_1A_0 = I_m$ . Also muss die Strecke  $A_0O_3' = I_0 - I_m$  gleich dem Gegenstrom  $I_p$  im Leerlauf sein. Man zieht nun die Horizontale durch  $L'$  und erhält damit den Punkt  $L_1$ , durch welchen man die Verstärkerkennlinie  $K_1$  legt. Diese ist also durch die Wahl von  $U_q$  (also von Punkt  $L$ ) und  $I_0 = O_1O_3'$  festgelegt und damit auch deren Nullpunkt  $D$  sowie Punkt  $D_1$  ( $e = 0$ ) und Punkt  $D_0$  ( $I_p = 0$ ).

Der Punkt  $L_1$  weist nun nach Bild 18a die dort eingetragene Abweichung  $e_0$  gegenüber  $D$  auf, welche ihrerseits den Strom  $I_p$  zur Folge hat. Die Ordinate des Punktes  $D$  ist zufolge Gl. (10) gleich der Vergleichsspannung  $U_0 = O_3'D$ .

Ohne Rückkopplung würde die Klemmenspannung  $U$  bei Belastung durch den Strom  $I = OA$  um  $\delta U = LB$  auf  $AT = U$  entsprechend der Geraden  $G_1$  abnehmen. Diese Variation  $\delta U$  hat am Potentiometer  $P$  ein Absinken um  $k\delta U = L'B'$  zur Folge. Das bedeutet anderseits, dass nun im Schema Bild 14 die Abweichung  $e$  sich um  $\delta e = k\delta U$  geändert hat, wodurch der Punkt  $L_1$  sich nach  $B_1$  verschiebt und der Ausgangstrom  $I_p$  des Verstärkers sich um  $\delta I_p = A_0A_1'$  ändert. Das Absinken der Klemmenspannung  $U$  hat also bei Gegenschaltung eine Verkleinerung des Gegenstromes  $I_p$  zur Folge, wodurch der resultierende Magnetisierungsstrom  $I_m$  steigt und dadurch auch die Quellenspannung; sie beträgt nun nach Bild 18a  $A_1B_2 = OB_3 = U_q + \delta U_q$ . Man erhält dadurch den Punkt  $B_2$  auf  $K_2$  wie die Kennliniengerade  $G^*$  durch  $B_3$ . Der neue Betriebspunkt  $T^*$  liegt im Schnittpunkt von  $G^*$  mit der Horizontalen durch  $T$ , denn sowohl  $T$  wie  $T^*$  weisen gegenüber  $L$  den angenommenen Spannungsabfall  $\delta U$  auf; der Strom  $I^*$  von  $T^*$  ist jedoch beträchtlich grösser als der von  $T$ . Die Kurve  $LT^*$  ist die neue Kennlinie  $K$  bei Spannungsrückkopplung; sie verläuft also nicht horizontal, jedoch viel flacher als im offenen Kreis, sie ist in Bild 18c in ihrem ganzen Verlauf dargestellt.

Im linearen Gebiet kann man setzen:

$$(11) \quad \begin{aligned} \delta I_p &= K_1 \cdot \delta e = kK_1 \delta U \\ \delta U_q &= K_2 \cdot \delta I_p = kK_1 K_2 \delta U = K \delta U; \quad K = kK_1 K_2 \end{aligned}$$

Die Erhöhung  $\delta U_q$  der Quellenspannung ist also im linearen Bereich proportional zum Spannungsabfall  $\delta U$ ; man spricht daher von einem «Proportionalregler». Aus dem Aehnlichkeitsatz

$$B_3L : LB = T^*T : TB \quad \text{also}$$

$$\delta U_q : \delta U = \delta I : I = K$$

folgt

$$(12) \quad \delta I = K \cdot I \quad I^* = (I + K) I$$

Die Stromzunahme  $\delta I$  ist also ebenfalls proportional zu  $\delta U$ . Wegen

$$\delta U = R_q I \quad \text{folgt}$$

$$(13) \quad \frac{\delta U}{I^*} = \frac{R_q I}{(1+K) I} = \frac{R_q}{1+K} = R_q^*$$

$R_q^*$  kann als «Ersatzquellenwiderstand» bezeichnet werden. Die Regelung wirkt also derart, wie wenn der Quellenwiderstand  $R_q$  auf den  $(1+K)$ -ten Teil verringert wäre.

Die Bilder 18a und 18b zeigen in anschaulicher Weise, wie sich durch das Schliessen des Regelkreises die einzelnen Arbeitspunkte auf den Kennlinien  $K_1$ ,  $K_2$  verschieben. Bei Leerlauf ist der Linienzug  $LL'L_1L_2L$  massgebend, bei Betrieb  $BB'B_1B_2B_3T^*$ . Die Verlagerung der äusseren Kennlinie  $K$  im Kennlinienfeld kann durch zwei Massnahmen geschehen. Man kann die Leitgrösse  $U_0$  am Potentiometer von Bild 16 verändern; dadurch ändert man  $O_3'D$ . Man verschiebt damit die Kennlinie  $K_1$  translatorisch in vertikaler Richtung. Oder man ändert den Steuerstrom  $I_0$  als Leitgrösse und verschiebt damit  $K_1$  horizontal. Damit erhält man die gesamte Kennlinienschar  $K$ .

Selbstverständlich kann man in Bild 16 durch Umpolen des Verstärkers auch eine Mitkopplung erhalten.  $K_1$  in Bild 18a ist dann spiegelbildlich bezüglich einer Vertikalen einzutragen, womit man eine stärker abfallende Kennlinie  $K$  in Bild 18b erhält. Bild 18d stellt einen Spezialfall der Schaltung nach Bild 16 dar, in dem der Mit-Kopplungsstrom  $I_p$  durch die Nebenschlusswicklung direkt proportional zu  $U$  ist und damit  $K_1$  in Bild 18e gerade verläuft. Die zugehörige äussere Kennlinie

$K$  verläuft S-förmig abfallend und besitzt drei Leerlaufpunkte  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ . Für  $I_0 = 0$  geht sie in die bekannte äussere Kennlinie der Nebenschlussmaschine über.

## 5. Kennliniengeometrie bei elektrischen Kreisen

Aus den bisherigen Betrachtungen geht hervor, dass man aus den äusseren Kennlinien der ungesteuerten Spannungsquelle durch einfache geometrische Konstruktionen unter Benützung der Verstärkerkennlinie  $K_1$  und der Steuerkennlinie  $K_2$  der Quelle die äusseren Kennlinien bei Mit- und Gegenkopplung konstruieren kann. Bei der Spannungsgegenkopplung nach Bild 16 erhält man nach Bild 18c flacher verlaufende Kennlinien. Man kann auch nach Bild 18d zur Wicklung  $I_0$  eine zweite «Spannungswicklung» hinzufügen und erhält dann eine «Nebenschlussmaschine mit Steuerwicklung» mit der Kennlinie nach Bild 18e.

Bei starker Stromgegenkopplung nach den Bildern 8 und 11 verlaufen die Kennlinien S-förmig abfallend, wie in den Bildern 13b und 14 ersichtlich ist; die Maschine verhält sich wie eine «Stromquelle». Bei geringer Strommitkopplung kann in einem gewissen Bereich eine konstante Spannung erreicht werden. Bei sehr starker Strommitkopplung erhält man nach Bild 10b, bzw. 15, S-förmig ansteigende Kennlinien, die unter Umständen zu Instabilitäten führen können. Die Neigung der äusseren Kennlinien ergibt sich ganz allgemein bei Stromrückkopplung zu

$$(14) \quad \frac{dU}{dI} = R_q \pm \rho K_1 K_2$$

mit  $K_1$  als Uebertragungsfaktor des Verstärkers und  $K_2$  als Uebertragungsfaktor der Steuerkennlinie, beide im linearen Bereich oder für kleine Variationen.

Bild 19 zeigt das grundsätzliche Schaltbild bei Stromrückkopplung mit einem nichtlinearen Glied in der Wirkkette und einem solchen in der Gegenkette. Für kleine Variationen folgt daraus das linearisierte Schaltbild 20. Die Strom- und Spannungsrückkopplung lassen sich beliebig kombinieren, zum Beispiel für Betrieb mit konstanter Spannung und mit Strombegrenzung nach Bild 21, Teile a und b.

## 6. Kennliniengeometrie bei mechanischen Antrieben

Ist der Verbraucher in den Bildern 5, 8, 11 und 16 ein mit einem konstanten Fluss  $\Phi$  fremderregter Gleichstrommotor, so gelangt man zum Ward Leonard-Antrieb nach Bild 22a. Die induzierte Spannung  $U_i$  des Motors M ist alsdann proportional zur Drehzahl  $n$ :

$$(15) \quad U_i = C_1 n = k \cdot U_T$$

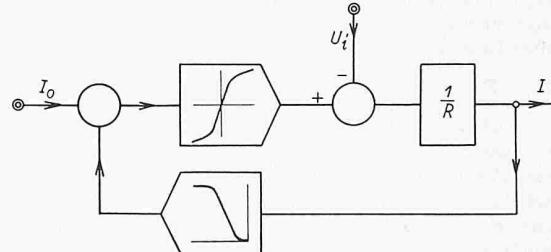


Bild 19. Einfachstes nichtlineares Schaltbild mit einem nichtlinearen Glied in der Wirkkette und einem solchen in der Gegenkette

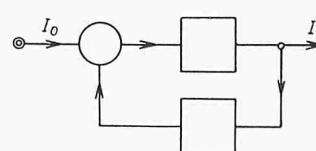


Bild 20. Linearisiertes Schema zu Bild 19

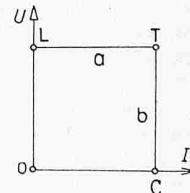


Bild 21. Regelung auf konstante Spannung (Ast a) und auf konstanten Strom (Ast b)

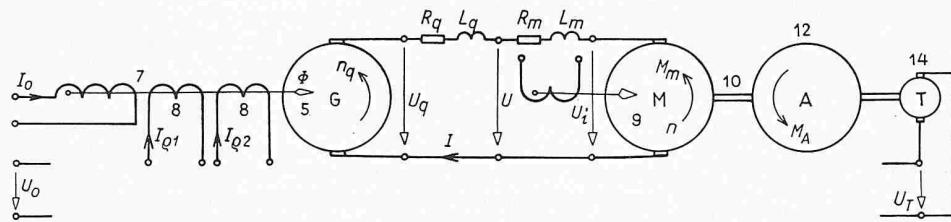


Bild 22a. Ward Leonhard-Antrieb.  $I_0$  = Steuerstrom,  $U_0$  = Vergleichsspannung,  $I_{p1}$ ,  $I_{p2}$  = Rückkopplungsströme, G = Generator, M = Motor, A = Arbeitsmaschine, T = Tachometerdynamo

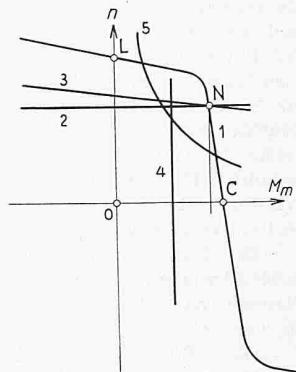


Bild 23. Verschiedene Drehzahl-Drehmomenten-Kennlinien von Motoren

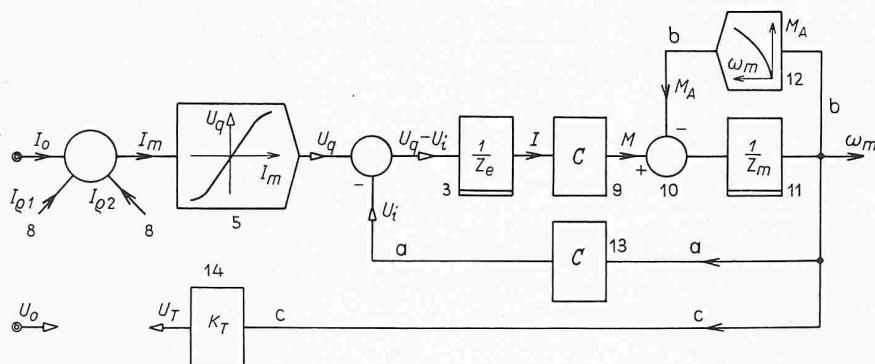


Bild 22b. Mathematisches Schaltbild zum Ward Leonhard-Antrieb nach Bild 22a.  
 $a$  = elektrische Gegenkette,  $b$  = mechanische Gegenkette,  $c$  = Rückkopplung

Sie kann mittels der zu ihr proportionalen Tachometerspannung  $U_T$  gemessen werden. Das Motordrehmoment  $M_m$  ist proportional zum Strom  $I$ :

$$(16) \quad M_m = C \cdot I$$

Mit Hilfe der vorher behandelten Kennliniengeometrie lassen sich für beliebige Mit- und Gegenkopplungen die äusseren Kennlinien  $U_i/I$  ermitteln. Daraus ergibt sich durch proportionale Umrechnung das Drehzahl-Drehmomenten-Kennlinienfeld  $n/M_m$  des Motors. Die Kurve 1 in Bild 23 stellt eine beliebige  $n/M_m$ -Kennlinie mit dem «idealen mechanischen Leerlaufpunkt L», dem Nennbetriebspunkt N und dem «mechanischen Kurzschlusspunkt C, Stillstand» dar. Die horizontale Gerade 2 für genau konstante Drehzahl entspricht einer «genau astatischen Regelung», während die schwach geneigte Gerade 3 eine «Regelung mit geringem Statismus» darstellt. Die Gerade 4 bezieht sich auf eine Regelung mit konstantem Drehmoment bei veränderlicher Drehzahl, wie sie bei Förderanrieben, Hubwerken, Tiefbohrungen und in der Textilindustrie verlangt werden. Die Hyperbel 5 entspricht konstanter mechanischer Leistung.

$$(17) \quad P_m = 2\pi n M_m$$

Auf der rechten Seite von Bild 22a entspricht der Motor der «mechanischen Kraftquelle» und die Arbeitsmaschine A dem «Verbraucher» von mechanischer Leistung. Letztere besitzt für sie charakteristische Kennlinien  $n/M_A$ , z. B. nach den Kurven 1 bis 5 in Bild 24. Oft ist das Moment eine Potenzfunktion von  $n$ , z. B.:

$$(18) \quad M_A = k n^\nu$$

Bild 24 zeigt die Fälle  $\nu = 0$  ( $M_A$  = konstant, Kurve 2),  $\nu = 1$  (Kurve 3) und  $\nu = 2$  (Kurve 4, Pumpe, Ventilator).

Die Kennliniengeometrie lässt sich auch auf die Fälle anwenden, bei denen die «Kraftquelle» nicht elektrischer, sondern rein mechanischer Natur ist. Bild 25a deutet beispielsweise das Kennlinienfeld  $n/M$  einer Turbine mit der Stellgrösse  $s$  als Parameter an. Wird die Turbine also nicht geregelt, so gibt z. B. die Kennlinie  $K_1$  durch den Nennbetriebspunkt  $N$  den Zusammenhang zwischen der Drehzahl  $n$  und dem Drehmoment  $M$ . Durch das Eingreifen eines «Reglers», also einer «Rückkopplung», können die Kennlinien verändert werden. Die Gerade 1 z. B. entspricht «astatischer» Regelung, die Gerade 2 schwachem «Statismus». Die Regelung kommt genau wie in den früheren elektrischen Beispielen durch Veränderung einer Stellgrösse auf die Kennlinien zustande. Die Möglichkeit einer

Regelung ist an die Existenz einer Kennlinienschar gebunden. Der sich im Betrieb einstellende statische Zustand entspricht analog zu Bild 2 dem Schnittpunkt der  $n/M$ -Kennlinien der Kraftquelle (Motor, Turbine) und der Arbeitsmaschine, z. B. von  $K_1$  und  $K_2$  in Bild 25.

Diese mechanischen Kennlinien haben eine grosse Bedeutung erlangt bei der Regelung der Uebergabeleistung zwischen grossen elektrischen Netzverbänden, insbesondere beim internationalen Energietransport zwischen benachbarten Ländern. Damit die Turbinen gut parallel arbeiten und ferner die Uebergabeleistung überhaupt geregelt werden kann, wird ein kleiner Statismus zugelassen. Bei den hier gebräuchlichen Leistungs-Frequenz-Kennlinien wird nach Bild 25b die zur Turbinendrehzahl  $n$  proportionale Netzfrequenz  $f = p_o n$  ( $p_o$  = Polpaarzahl des Generators) in Funktion der Turbinenleistung  $P$  aufgetragen. Die Gleichung der Geraden TN in Bild 25b lautet:

$$(19) \quad P + kf = kf_o \text{ mit } k \equiv P_n : (f_o - f_n)$$

Die Konstante  $k$  wird als «Energie réglante» bezeichnet und hat bei astatischem Betrieb den Wert  $\infty$ . Bei den hier vorliegenden Regulierproblemen interessiert meistens die Abweichung  $\Delta f$  der Frequenz von der Nennfrequenz in Funktion der Abweichung  $\Delta P$  der Leistung von der Nennleistung, zwischen welchen die Beziehung besteht:

$$(20) \quad \Delta P + k \Delta f = 0$$

$$k = -\Delta P : \Delta f$$

$k$  bedeutet darnach die Zunahme der Leistung bei 1 Hz Frequenzabfall. Bild 25c zeigt diese Verhältnisse in relativen Grössen:

$$(21) \quad P^r \equiv P : P_n$$

$$f^r = f : f_n$$

Die Erhöhung  $\varepsilon_n$  der relativen Drehzahl zwischen Nennbetrieb und Leerlauf

$$(22) \quad \varepsilon_n = f_0^r - 1$$

beträgt bei der Regelung von Netzverbänden etwa 0,05 bis 0,10. Diese Grösse entspricht ungefähr dem relativen Nennspannungsabfall in den Fällen der Bilder 1 und 2. Genau so wie für den guten Parallelbetrieb von elektrischen Generatoren eine abfallende Kennlinie nötig ist, ist dies auch der Fall beim Parallellauf von Wasser-, Dampf- und Gasturbinen.

Bei der Regelung der Uebergabeleistung im internationalen Energietransport wird an der Uebergabestelle die Leistung

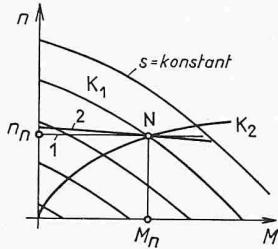


Bild 25a.  $n/M$ -Kennlinienfeld bei mechanischem Antrieb.  $K_1$  = Kennlinienschar der Kraftquelle mit Stellgrösse  $s$  als Parameter.  $K_2$  = Kennlinie des Konsumenten

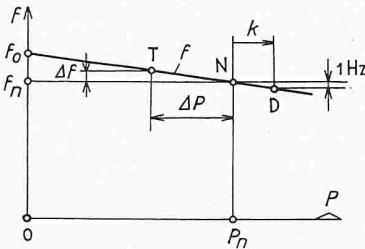


Bild 25b. Leistungs-Frequenz-Kennlinie einer geregelten Turbine mit Generator

$P$  = Turbinenleistung  
 $f$  = Frequenz der Spannung  
 $\Delta P$  = Abweichung der Leistung  
 $\Delta f$  = Abweichung der Frequenz

$k$  = Abweichung der Leistung für  $\Delta f = 1 \text{ Hz}$

$P_n$  = Nennleistung  
 $f_n$  = Nennfrequenz  
 $f_0$  = Leerlauf frequenz



Bild 25c. Relative Leistungs-Frequenz-Kennlinie

$P_r$  =  $P/P_n$  relative Leistung  
 $f'_r$  =  $f/f_n$  relative Frequenz  
 $f'_0$  =  $f_0/f_n$  relative Leerlauf frequenz  
 $\varepsilon_n$  =  $f'_0 - 1$  relative Nennfrequenz-Erhöhung

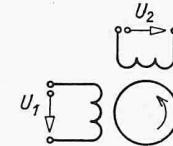


Bild 25d. Zweiphasenmotor mit Kurzschlussanker

stung elektrisch gemessen und deren Abweichung vom Sollwert über einen Fernmeldekanal einem elektrisch-hydraulischen Wandler (linearer Regler) zugeführt, der dann mechanisch auf das Stellorgan der Turbinen einwirkt. Wir haben also hier den Fall der Kombination einer Regelung von elektrischer und mechanischer Leistung über elektrische und mechanische Übertragungsglieder.

Im mathematischen Schaltbild 22b zum Ward Leonard Antrieb treten eine elektrische Gegenkette a, eine mechanische Gegenkette b und eine Rückkopplung c auf. Die Gegenkette a veranschaulicht das natürliche elektrische Gleichgewicht oder den Selbstausgleich zwischen der Generatorspannung  $U_q$ , der Motorspannung  $U_m$  und den strombedingten Spannungsabfällen an den Ankerwiderständen  $R_q$  bzw.  $R_m$  und an den Ankerinduktivitäten  $L_q$  bzw.  $L_m$ . Die mechanische Gegenkette b veranschaulicht das natürliche Gleichgewicht oder den Selbstausgleich zwischen dem auf die rotierenden Massen einwirkenden Motordrehmoment  $M = CI$ , dem Gegendrehmoment  $M_A$  der Arbeitsmaschine, dem Reibungsmoment  $\rho\omega_m$  und dem Newtonschen Beschleunigungsmoment  $J\dot{\omega}_m/dt$  mit  $J$  als totalem Massen-Trägheitsmoment. Wir wollen hier noch die dynamischen Zustände betrachten und finden dafür:

$$(23) \quad (R_q + R_m) i + (L_q + L_m) \frac{di}{dt} = u_q - u_i$$

$$(24) \quad \rho\omega_m + J \frac{d\omega_m}{dt} = M - M_A$$

Durch Anwendung der Laplace-Transformation (mit  $p = \sigma + j\omega$  als komplexer Frequenz) findet man:

$$(25) \quad L(i) = \frac{L(u_q) - L(u_i)}{Z_e}$$

$$(26) \quad L(\omega_m) = \frac{L(M) - L(M_A)}{Z_m}$$

$$(27) \quad \text{mit } Z_e = (R_q + R_m) + p(L_q + L_m)$$

$$(28) \quad Z_m = p + pL$$

als verallgemeinertes Ohmsches Gesetz. In Bild 22b sind daher die elektrische Impedanz  $Z_e$  sowie die mechanische Impedanz  $Z_m$  eingetragen. Ferner ist dort angenommen, dass das Drehmoment  $M_A$  der Arbeitsmaschine nichtlinear mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_m$  zusammenhängt.

Ersetzt man in den mathematischen Schaltbildern 1, 6, 8, 12 und 17 die Werte  $R_q$  bzw.  $R$  durch

$$(29) \quad Z_q = R_q + pL_q \quad Z = R + pL$$

so geben diese auch dynamische Zustände wieder.

Ein weiteres Beispiel eines regelbaren elektrischen Motors ist der heute in der Servotechnik viel angewandte Zweiphasenmotor mit Kurzschlussanker nach Bild 25d. Er wird an einer Phase mit einer konstanten Wechselspannung  $U_1$  (von 50 oder 400 Hz) und an der zweiten Phase mit einer variablen, synchronen, und zu  $U_1$  um  $90^\circ$  phasenverschobenen Spannung  $U_2$  gespeist. Er weist dann  $n/M$ -Kennlinien nach Bild 25a auf.

Die Kennliniengeometrie kann in analoger Weise auf die übrigen elektrischen Energiequellen angewandt werden, z. B. auf die Kaskadenschaltung von Gleichstromgeneratoren, auf «Verstärkermaschinen» (Metadyne, Amplidyne), auf Transduktoren und gesteuerte Stromrichter.

## Verwaltungsgebäude der Kabelwerke Brugg AG

Hierzu Tafeln 31/34

DK 725.23

Architekt: C. Froelich, S. I. A., Brugg, Mitarbeiter: Hans Kündig, Arch., Zürich, Ingenieur: P. Soutter, Ing., Zürich

Dem für ein Verwaltungsgebäude der Kabelwerke Brugg AG ausgeschriebenen Wettbewerb war folgendes Raumprogramm zugrunde gelegt:

Räume am Haupteingang, Eingangshalle, Auskunft und Empfang sowie drei Sprechzimmer  
 Zugang von Süden:  
 Räume am Nebeneingang, Buchhaltung, Materialverwaltung und Schalterraum  
 Zugang von Norden:  
 Bureaux:

Keller:  
 Nebenräume  
 Einstellräume:  
 Verbindungsgang zum unterirdischen Werkkanal  
 Abwartwohnung  
 Parkplätze im Freien für Autos

Die drei besten Lösungen zeigten die auf den Bildern 1, 2 und 3 dargestellten Situationen (Masstab 1:3500) und wiesen die unter den Bildern angeführten Hauptmerkmale auf. Eine nochmalige Überarbeitung der Projekte 1 und 2 (zweistufiger Wettbewerb) zeigte, dass vom städtebaulichen Standpunkt die punktförmige Hochhaus-Lösung vorzuziehen war. Vom betrieblichen Standpunkt aus waren beide Projekte bezüglich des Verwaltungsbauens gleichwertig. Das Abwarthaus ist mit einem vorgesehenen Wohlfahrtshaus auf eine spätere Etappe verlegt.

Begrenzt wird das knappe Bauareal, welches ein stark ansteigendes Geländedreieck bildet, durch die obere und die untere Klosterzelgstrasse (Strassengabelung) und in seiner weiteren Nachbarschaft durch das eigene Fabrikareal mit gelagerten Baumassen, sowie das mit Einfamilienhäusern durchsetzte Wohngebiet von Windisch. Bild 4 zeigt die heutige Situation. Einem zukünftigen Straßenbauprojekt mit Überführung wurde volle Aufmerksamkeit geschenkt, so dass der Ausführung dieser Anlage nichts im Wege steht.