

# Bemerkungen zur Schweizerischen Klothoidentafel

Autor(en): **Peter, G. / Peter, H.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **74 (1956)**

Heft 26

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-62663>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

**Bemerkungen zur Schweizerischen Klothoidentafel<sup>1)</sup>**

DK 625.724

Von G. & H. Peter, Dipl. Ing. ETH, Bern

Das stattliche Werk mit dem klaren Druck von Wort und Zahl bildet eine wichtige Grundlage der technischen Liniengestaltung beim Ausbau des Schweizerischen Strassen-netzes, der wirtschaftlich von grosser Bedeutung ist. Mancher Fachmann hätte es wohl begrüsst, wenn der im Gegensatz zu den ausführlichen Tabellen sehr knapp gehaltene Erläuterungstext etwas eingehender gestaltet worden wäre; denn seine Zeit wird durch berufliche Arbeit schon voll beansprucht; aber er möchte die Sache doch verstehen, und zwar ohne sich selbst in die verirrlichen Dschungel des Schrift-tums stürzen zu müssen. Die nachfolgenden Ausführungen haben den Zweck, ihm zu dienen.

**1. Der Zusammenhang zwischen rechtwinkligen Koordinaten und Bogen- und Evolventenlängen**

Bei einer mathematischen Kurve interessiert in erster Linie deren Gleichung. Gerhard Schramm<sup>2)</sup> sagt: «Für die Ordinaten der Klothoide lässt sich keine Gleichung von der Form  $y = f(x)$  angeben. Sie können vielmehr nur durch Reihenentwicklung ermittelt werden, was sehr umständlich ist.» Damit verhält es sich wie folgt:

Die bekannte Gleichung (1)  $y = \frac{x^3}{6RL}$  stellt eine Klothoide dar, wenn  $x$  und  $y$  nicht als rechtwinklige Koordinaten deklariert werden, sondern  $x$  als Bogenlänge  $AP$  und  $y$  als Evolventenlänge des Klothoidenpunktes  $P$ , wobei die Klothoide, ausgehend von  $P(x, y)$ , auf die Grundtangente abgewickelt gedacht wird. Man kann sie Evolventengleichung der Klothoide nennen und zur Vermeidung von Verwechslungen in der Form

$$(1) \quad \varepsilon = \frac{\lambda^3}{6RL} \text{ schreiben.}$$

$R$  und  $L$  sind Krümmungsradius und Bogenlänge irgend eines bekannten Punktes  $E$  ( $\rho = R, \lambda = L$ ); nach dem Krümmungsgesetz der Klothoide ist bekanntlich  $RL = \rho\lambda = a^2$ , es ist  $1/RL = 1/\rho\lambda = 1/a^2$  die spezifische Krümmungsänderung.

Wickelt man die Klothoide, ausgehend vom Punkt  $E$  ( $R, L$ ), auf die Grundtangente ab, so wird

$$(2) \quad \varepsilon_E = \frac{L^3}{6RL} = \frac{L^2}{6R}$$

Wickelt man sie, ausgehend vom Ursprung  $A$  ( $\infty, 0$ ), auf die Endtangente in  $E$  ab, so wird

$$(2a) \quad \varepsilon_A = \frac{L^3}{3RL} = \frac{L^2}{3R}$$

Irgend zwei Klothoidenpunkte  $P_1(\lambda_1, \rho_1)$  und  $P_2(\lambda_2, \rho_2)$  haben die im Bild 1 eingezeichneten Evolventen in bezug auf ihre gegenseitigen Tangenten

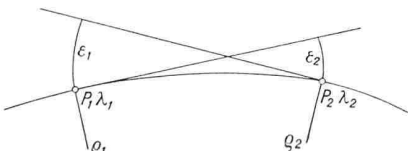


Bild 1.

$$(3) \quad \varepsilon_1 = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)^2 (2\rho_1 + \rho_2)}{6\rho_1\rho_2} \text{ und}$$

$$(3a) \quad \varepsilon_2 = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)^2 (2\rho_2 + \rho_1)}{6\rho_1\rho_2}$$

1) Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Strassenfachmänner VSS. Verfasser: Pierre Klaus †, Leitung: VSS-Kommission 1 für Projektierung. Druck: Sauerländer & Co., Aarau, 1953. Vgl. die Mitteilung in SBZ 1954, Nr. 11, S. 149.

2) Bogengestaltung und Bogenabsteckung, Berlin 1949.

Die rechtwinkligen Koordinaten eines Klothoidenpunktes  $P(\lambda, r) = \lambda/2\rho$  lauten in der anschaulichsten Form:

$$(4) \quad x = \lambda \left( 1 - \frac{\tau^2}{10} + \frac{\tau^4}{216} - \frac{\tau^6}{9360} + \frac{\tau^8}{685440} - \frac{\tau^{10}}{76204800} + \dots \right)$$

$$(5) \quad y = \lambda \left( \frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{42} + \frac{\tau^5}{1320} - \frac{\tau^7}{75600} + \frac{\tau^9}{6894720} - \frac{\tau^{11}}{918086400} + \dots \right)$$

Das erste Glied von  $x$  ist die Bogenlänge  $\lambda = AP$ , die durch die übrigen Glieder zur Abszisse reduziert wird. Im Uebergangskurven-Bereich genügen im allgemeinen 1 bis 2

Korrekturglieder  $-\frac{\lambda\tau^2}{10}, +\frac{\lambda\tau^4}{216}$ .

Das erste Glied von  $y$  stellt die Evolventenlänge

$$\varepsilon = \frac{\lambda^3}{6\rho\lambda} = \frac{\lambda^2}{6\rho} = \frac{\lambda\tau}{3}$$

dar, weil  $\tau = \frac{\lambda}{2\rho}$ , also  $\frac{\lambda\tau}{3} = \frac{\lambda^2}{6\rho}$  ist.

Die übrigen Glieder sind Korrekturglieder, welche die Evolvente zur Ordinate verwandeln. Im allgemeinen genügt ein Korrekturglied,  $-\frac{\lambda\tau^3}{42}$  im Bereich der Uebergangskurve.

**2. Das Pfeilhöhen-Gesetz**

lautet bei rechtwinkligen Koordinaten allgemein

$$(6) \quad f = \frac{d^2y}{2} \approx \frac{\Delta^2y}{2}$$

Wenn  $\Delta x \leq \rho_{min}/20$  eingehalten wird, so bleibt der Längenunterschied zwischen Sehne und Bogen kleiner als  $1/2 \text{ ‰}$ . Bei der kubischen Parabel  $y = kx^3/6$  wird  $\Delta^2y/2 = kx\Delta x^2/2$  und  $\Delta f = \Delta^3y/2 = k\Delta x^3/2 = \text{konstant}$ , so dass bei regelmässiger Teilung  $\Delta x$  alle Pfeilhöhen zwischen Anfang und Ende auf die einfachste Weise

$$f_1 = 1k\Delta x^3/2, f_2 = 2k\Delta x^3/2, f_3 = 3k\Delta x^3/2 \dots$$

berechnet werden können; sie müssen dann allerdings noch mit  $\cos \tau$  reduziert werden.

Aus Gl. (1) kann von der kubischen Parabel auf die Klothoide geschlossen werden:

$$(7) \quad f = \frac{\lambda\Delta\lambda^2}{2a^2} \text{ und } (8) \quad \Delta f = \frac{\Delta\lambda^3}{2a^2}$$

gemessen über der Sehne  $s = 2\Delta\lambda$  in Evolventen-Richtung, so dass sich eine Reduktion erübrigt. Eine Kontrollrechnung bestätigt die Richtigkeit dieser Schlussfolgerung.

Bei regelmässiger Teilung  $\Delta\lambda$  benützt man also von  $f_1$  bis  $f_{n-1}$  die Formeln (7) und (8) zur Berechnung der Pfeilhöhen, z. B. Klothoide  $L = 53 \text{ m}, R = 100 \text{ m}$ , also  $a^2 = 53 \cdot 100 = 5300$ .

Die Einteilung ergibt zehn Elemente zu 5,0 m und ein Element zu 3,0 m.

$$(-1) \quad | \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 11 \quad | \quad -12 \quad -13$$

$$\quad \quad \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 3 \quad 5 \quad 5$$

Mit Hilfe des Pfeilhöhen-Gesetzes

$$\Delta f = \frac{\Delta\lambda^3}{2a^2} = \frac{5^3}{2 \cdot 5300} = 0,0118 \text{ m}$$

erhalten wir rasch und genau:

$f_1 = 11,8$  mm,  $f_2 = 23,6$  mm,  $f_3 = 35,4$  mm,  $f_4 = 47,2$  mm,  $f_5 = 59,0$  mm,  $f_6 = 70,8$  mm,  $f_7 = 82,6$  mm,  $f_8 = 94,4$  mm und  $f_9 = 106,2$  mm.

Bei unregelmässiger Teilung und an den Grenzen des Krümmungsgesetzes, für  $f_o$  und  $f_n$ , versagt diese Berechnung; aber das Schrifttum bietet für solche Fälle über 20 Formeln, die alle in einer einzigen zusammengefasst werden können:

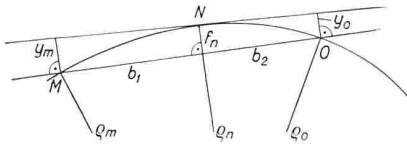


Bild 2.

Nach Bild 2 ist

$$(9) \quad f_n = y_m \frac{b_2}{b} + y_o \frac{b_1}{b} = \frac{b_1^2 (2\rho_m + \rho_n) b_2}{6\rho_o \rho_n b} + \frac{b_2^2 (2\rho_o + \rho_n) b_1}{6\rho_o \rho_n b}$$

Anstelle der zu  $f$  parallelen  $y_m$  und  $y_o$  werden die Evolventen Gl. (3) und (3a) der Bogen  $MN$  bzw.  $ON$  gesetzt; ferner ist  $b_1 = MN$  und  $b_2 = NO$  gesetzt mit der Bedingung  $b_1 + b_2 = b \leq \frac{\rho_{min}}{10}$ . Ist eine der Teilstrecken  $b_1$  oder  $b_2$  gerade, so wird  $y_m$  bzw.  $y_o = 0$ ; ist eine der Teilstrecken  $b_1$  oder  $b_2$  ein Kreisbogen  $R$ , so wird  $y_m = b_1^2/2R$  bzw.  $y_o = b_2^2/2R$ . Aendert sich das Krümmungsgesetz innerhalb einer Teilstrecke  $b_1$  bzw.  $b_2$ , so müssen für  $y_m$  bzw.  $y_o$  die entsprechenden Evolventen eingesetzt werden, die allenfalls auch graphisch ermittelt werden können.

Mit Hilfe der Gl. (9) können wir nun die noch fehlenden Pfeilhöhen unseres Beispiels berechnen: Zunächst ist

$$f_0 = \frac{\varepsilon_1}{2} = \frac{5^2}{12\rho_1} = \frac{5^2}{12 \cdot 100 \cdot \frac{53}{5}} = \frac{25}{12 \cdot 1060} = 0,00196 \text{ m}$$

Um  $f_{10}$  und  $f_{11}$  zu berechnen, benötigen wir die Krümmungsradien

$$\rho_9 = 100 \frac{53}{45} = 117,8 \text{ m}, \quad \rho_{10} = 100 \frac{53}{50} = 106 \text{ m},$$

$$\rho_{11} = \rho_{12} = \rho_{13} = 100 \text{ m}$$

Dann werden nach Gl. (9):

$$f_{10} = \frac{5^2 (2 \cdot 117,8 + 106) 3}{6 \cdot 117,8 \cdot 106 \cdot 8} + \frac{3^2 (2 \cdot 100 + 106) 5}{6 \cdot 100 \cdot 106 \cdot 8} = 0,0428 + 0,0270 = 0,0698 \text{ m} = 69,8 \text{ mm}$$

$$f_{11} = \frac{3^2 (2 \cdot 106 + 100) 5}{6 \cdot 106 \cdot 100 \cdot 8} + \frac{5^2 (2 \cdot 100 + 100) 3}{6 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 8} = 0,0276 + 0,0469 = 0,0745 \text{ m} = 74,5 \text{ mm}$$

$$f_{12} = \frac{5^2 (2 \cdot 100 + 100) 5}{6 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 10} + \frac{5^2 (2 \cdot 100 + 100) 5}{6 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 10} = 2 \cdot 0,0625 = 0,125 \text{ m} = 125 \text{ mm}$$

Bekanntlich ist  $f_{12} = \frac{5^2}{2 \cdot 100} = 0,125 \text{ m} = 125 \text{ mm}$ , wie vorstehend. Die Gl. (9) gibt übrigens auch den richtigen Wert für  $f_0 = \frac{\varepsilon_1}{2}$ , ebenso für  $f_1$  bis  $f_9$ .

### 3. Uebergänge von der Geraden zum Kreis: Normalfall und Scheitelkurve

Normalerweise ist die Länge  $L$  der Uebergangskurve und deren Krümmungsradius  $R$  am Ende  $E$  der Bogenlänge  $L$  bekannt, also  $E(\lambda = L, \rho = R)$ . Bei der Scheitelklothoide ist der Tangentenwinkel und der Minimalradius (im Scheitel) bekannt.

a) Normalfall Seite 28 bis 32, Fig. 14 und 15

Die Orientierung beruht nur auf den rechtwinkligen Koordinaten  $x_M$  und  $y_M$  des Krümmungsmittelpunktes. Bezeichnet man den Schnittpunkt der Grundtangente mit  $S$ ,

den Fusspunkt von  $y_M$  mit  $B_o$ , so muss  $B_oS = y_M \cdot \text{tg } \gamma/2$  sein, wobei  $\gamma$  der Zentriwinkel ist. Im Falle der Asymmetrie  $E_1 \neq E_2$  hat man zwei Tangentenschnittpunkte  $S_1$  und  $S_2$ , wovon der eine  $S_1$  zum gedachten Fall  $E_1 = E'_2$  gehört und der andere  $S_2$  zum gedachten Fall  $E'_1 = E_2$ . Die richtige Orientierung der Uebergangskurve ist von grundlegender Wichtigkeit.

b) Scheitelklothoide Seite 41 bis 47, Fig. 20 und 21

Hier geht die Orientierung automatisch in Ordnung, weil alles auf den Scheitelpunkt bezogen werden muss. Es drängen sich aber andere Fragen auf:

1. Wäre es nicht ratsam, im Scheitel einen Kreisbogen von angemessener Länge, d. h. ein Teilstück mit konstanter Krümmung und Ueberhöhung einzuschalten, damit die dynamischen Wirkungen verbessert würden?
2. Eine lange Scheitelkurve kann fahrdynamisch nicht begründet werden. Für die Fahrgeschwindigkeit ist der Minimalradius, d. h. die zulässige Radialbeschleunigung massgebend, für die Länge der Uebergangskurve der Ruck, d. h. die spezifische Aenderung der Radialbeschleunigung. Es ist verirrlich, den Parameter als Charakteristikum für die Ausbaugeschwindigkeit zu deklarieren, ohne ausdrücklich darauf aufmerksam zu machen, dass die Fahrgeschwindigkeit imperativ durch den Minimalradius begrenzt wird, es mag der Parameter so gross sein als er will. Sprechend ist das Beispiel c) Fig. 22 mit  $a = 370$  ( $V > 140$  km/h) und  $R_{min} = 300$  m, d. h.  $V_{max} = 80-85$  km/h. Diese Kurve könnte man um 70 bis 75 % kürzen, ohne dass die Fahrgeschwindigkeit herabgesetzt werden müsste oder man könnte die Fahrgeschwindigkeit um 25 bis 30 % erhöhen, ohne dass die Kurve länger würde.
3. Wäre es nicht ratsam, jedem Radius einen entsprechenden Parameter zuzuordnen, damit der Fahrzeuglenker merken kann, was für eine Minimalkurve er zu gewärtigen hat?

### 4. Uebergänge von Kreis zu Kreis

Normalfall und Scheitelklothoide sind Uebergänge von der Geraden zum Kreis bzw. zum kleinsten Krümmungskreis. Jetzt handelt es sich um Uebergänge von einem grössern Kreis  $M_1/R_1$  zu einem kleinern  $M_2/r_2$  oder umgekehrt. Die geeigneten Mittel zur Abklärung der bezüglichen Aufgaben sind die Zentrale  $M_1 M_2 = m$ , die Aehnlichkeitspunkte  $J$  und  $U$  auf der Zentralen und die Chordale, die senkrecht auf der Zentralen steht (Bild 5, Ei- und S-Linienlage).

Durch die Aehnlichkeitspunkte  $J$  und  $U$  eines Kreispaars  $R_1$  und  $r_2$  gehen u. a. die gemeinsamen Tangenten dieser Kreise. Die Aehnlichkeitspunkte liegen im Abstand

$$(10) \quad i_1 = m \frac{R_1}{R_1 + r_2} \text{ von } M_1, \text{ bzw. } i_2 = \frac{r_2}{R_1 + r_2} \text{ von } M_2$$

$$(11) \quad u_1 = m \frac{R_1}{R_1 - r_2} \text{ von } M_1, \text{ bzw. } u_2 = m \frac{r_2}{r_2 - R_1} \text{ von } M_2$$

Die Chordale eines Kreispaars  $R_1$  und  $r_2$  hat den Abstand

$$(12) \quad m_1 = \frac{m^2 + R_1^2 - r_2^2}{2m} \text{ von } M_1, \text{ bzw.}$$

$$m_2 = \frac{m^2 + r_2^2 - R_1^2}{2m} \text{ von } M_2$$

Jeder Punkt der Chordalen hat u. a. gleichlange Tangenten an die beiden Kreise  $R_1$  und  $r_2$ .

Positive Abstände  $i, u$  und  $m$  werden zentripetal, negative zentrifugal aufgetragen; die Enden der zusammengehörigen Masse  $i_1, i_2$  ( $J$ ),  $u_1, u_2$  ( $U$ ) und  $m_1, m_2$  ( $C$ ) müssen zusammenfallen.

Im folgenden werden konzentrische Kreise ausgeschlossen. Dann ergeben sich nachstehende Situationen:

**Fall I.** Ein kleinerer Kreis  $M_2/r_2$  liegt im Innern eines grössern  $M_1/R_1$  (Korbbogen-Lage).  $J$  und  $U$  sind imaginär und der Schnittpunkt  $C$  der Chordalen mit der Zentralen liegt ausserhalb  $M_1/R_1$  (Bild 3).

**Fall II.** Zwei Kreise  $M_1/R_1$  und  $M_2/r_2$  schneiden sich (Ei-Linien-Lage), die Chordale geht durch ihre Schnittpunkte,  $J$  ist imaginär. Spezialfall  $R_1 = r_2$ . (Bild 4).

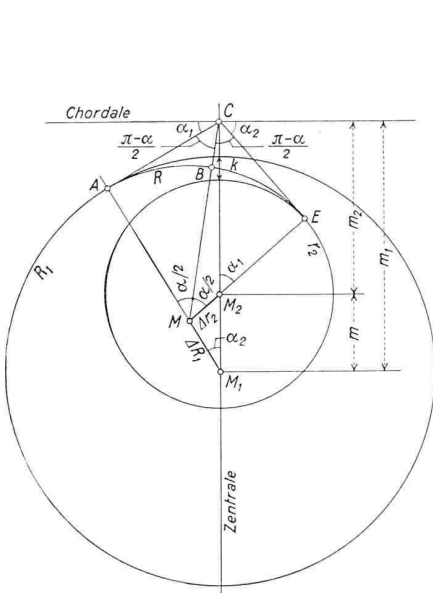


Bild 3. (Fall I) Korbbogenlage

$$(22) \cos \alpha_1 = \frac{R_1}{m_1}; \cos \alpha_2 = \frac{r_2}{m_2}$$

$$(23) t = \sqrt{m_1^2 - R_1^2} = \sqrt{(m_2 + r_2)(m_2 - r_2)}$$

$$(24) \sin \alpha_1 = \frac{t}{m_1}; \sin \alpha_2 = \frac{t}{m_2}$$

$$(25) \Delta R = \frac{m m_1}{R_1 + r_2}; \Delta r = \frac{m m_2}{R_1 + r_2}$$

$$(26) R = R_1 - \Delta R = r_2 - \Delta r$$

$$(26) R = \frac{R_1 + r_2}{2} - \frac{m^2}{2(R_1 + r_2)}$$

$$(27) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{t}{R} = \operatorname{tg} \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$$

$$(28) BC = \frac{R}{\cos \frac{\alpha}{2}} - R = R \left( \sec \frac{\alpha}{2} - 1 \right)$$

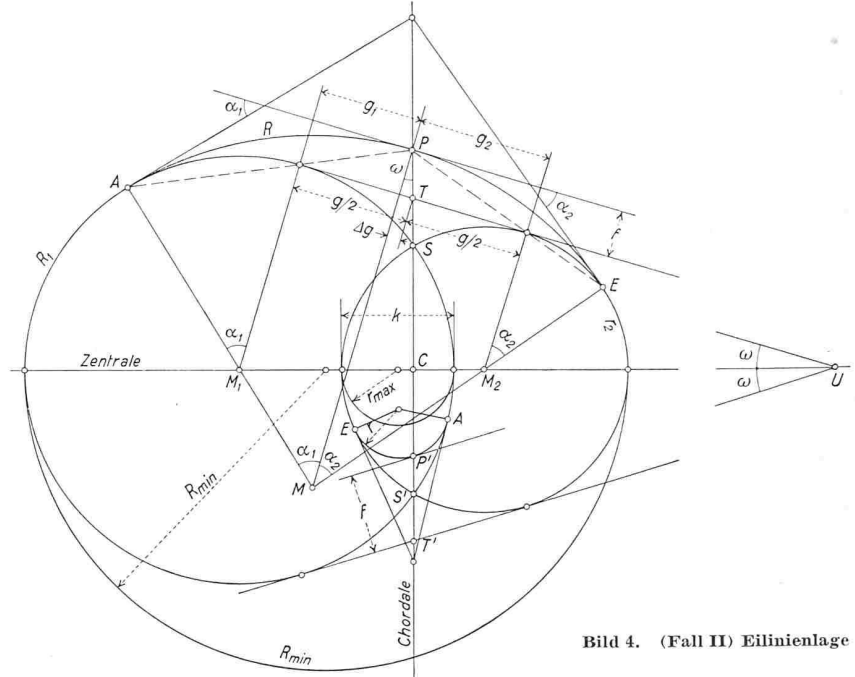


Bild 4. (Fall II) Ellinienlage

Außenbogen

$$(16) g = \sqrt{m^2 - (R_1 - r_2)^2} \quad (22) \operatorname{tg} \omega = \frac{R_1 - r_2}{g} \quad (23) \Delta g = \frac{R_1 - r_2}{g} f$$

$$(24) \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2} = \frac{2 g f}{g^2 - 2 f (R_1 - r_2)} \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} = \frac{2 g f}{g^2 + 2 f (R_1 - r_2)}$$

$$(25) R = R_1 + \frac{f}{2} + \frac{\left(\frac{g}{2} - \frac{R_1 - r_2}{g} f\right)^2}{2 f} = r_2 + \frac{f}{2} + \frac{\left(\frac{g}{2} + \frac{R_1 - r_2}{g} f\right)^2}{2 f}$$

$$(26) t_R = R \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2} \quad t_r = R \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} \quad (27) f_{\min} = 0; R_{\max} = \infty$$

$$(28) f_{\max} = \frac{m}{\left[\left(\frac{R_1 - r_2}{g}\right)^2 + 1\right]^{1/2}}; R_{\min} = \frac{R_1 + m + r_2}{2}$$

$$(29) f_R = \frac{2 R - (R_1 + r_2) - 2 \sqrt{R^2 - (R_1 + r_2) R + R_1 r_2 - \left(\frac{g}{2}\right)^2}}{2 \left[\left(\frac{R_1 - r_2}{g}\right)^2 + 1\right]}$$

$$(30) R_1 = r_2 = r \therefore R = r + \frac{f}{2} + \frac{g^2}{8 f}; f_r = R - r - \sqrt{(R - r)^2 - \left(\frac{g}{2}\right)^2}$$

Innenbogen

$$(25') R = R_1 - \frac{f}{2} - \frac{\left(\frac{g}{2} + \frac{R_1 - r_2}{g} f\right)^2}{2 f} = r_2 - \frac{f}{2} - \frac{\left(\frac{g}{2} - \frac{R_1 - r_2}{g} f\right)^2}{2 f}$$

$$(29') f_R = \frac{-2 R + (R_1 + r_2) + 2 \sqrt{R^2 - (R_1 + r_2) R + R_1 r_2 - \left(\frac{g}{2}\right)^2}}{2 \left[\left(\frac{R_1 - r_2}{g}\right)^2 + 1\right]}$$

$$(30') R_1 = r_2 = r \therefore f_r = r - R + \sqrt{(R - r)^2 - \left(\frac{g}{2}\right)^2}; R = r - \frac{f}{2} - \frac{g^2}{8 f}$$

$$(27') f_{\min} = T'S' \therefore r_{\min} = 0$$

$$(28') f_{\max} = \cos \omega [T'C - \sqrt{(R_1 - m_1)(r_2 - m_2)}]; r_{\max} = \frac{R_1 + r_2 - m}{2} = \frac{k}{2}$$

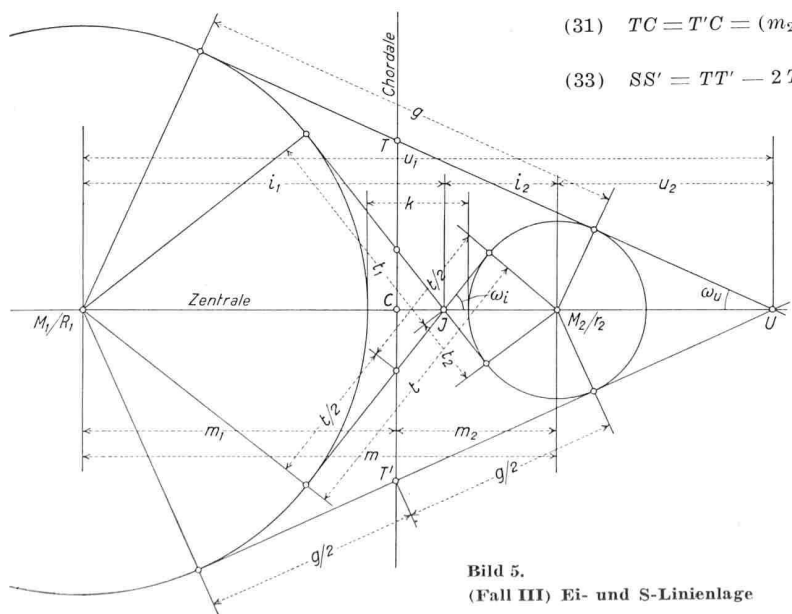


Bild 5. (Fall III) Ei- und S-Linienlage

$$(31) TC = T'C = (m_2 + u_2) \frac{R_1 - r_2}{g}; \quad (32) TS = \frac{TT'}{2} - \sqrt{\left(\frac{TT'}{2}\right)^2 - \left(\frac{g}{2}\right)^2}$$

$$(33) SS' = TT' - 2 TS \quad (34) TT' = 2 (m_2 + u_2) \frac{R_1 - r_2}{g}$$

$$(10) i_1 = \frac{m R_1}{R_1 + r_2} \quad i_2 = \frac{m r_2}{R_1 + r_2}$$

$$(11) u_1 = \frac{m R_1}{R_1 - r_2} \quad u_2 = \frac{m r_2}{r_2 - R_1}$$

$$(12) m_1 = \frac{m^2 + R_1^2 - r_2^2}{2 m} \quad m_2 = \frac{m^2 + r_2^2 - R_1^2}{2 m}$$

$$(16) g = \sqrt{m^2 - (R_1 - r_2)^2} \quad (17) t = \sqrt{m^2 - (R_1 + r_2)^2}$$

$$(18) t_1 = \frac{t R_1}{R_1 + r_2} \quad t_2 = \frac{t r_2}{R_1 + r_2}$$

$$(19) \operatorname{tg} \omega_u = \frac{R_1 - r_2}{g}; \quad \operatorname{tg} \omega_i = \frac{R_1}{t_1} = \frac{r_2}{t_2}$$

$$(20) \sin \omega_u = \frac{R_1}{u_1} = \frac{r_2}{u_2}; \quad \sin \omega_i = \frac{R_1}{i_1} = \frac{r_2}{i_2}$$

$$(21) TC = (m_2 + u_2) \frac{R_1 - r_2}{g} = T'C$$

Fall III. Die beiden Kreise  $M_1/R_1$  und  $M_2/r_2$  liegen ausserhalb einander (Ei- und S-Linienlage),  $J$  und  $U$  sind reell,  $C$  liegt zwischen  $M_1$  und  $M_2$ . Spezialfall  $R_1 = r_2$ . (Bild 5).

Es ist uns daran gelegen, den Radialsprung  $k$  (I) bzw. die gemeinsame äussere Tangente (II und III) zunächst einmal durch einen Kreisbogen  $R$  zu überbrücken, der tangential an die Kreisbogen  $R_1$  und  $r_2$  anschliesst, so dass wir die Radialsprünge  $k$  frei bemessen können und nicht vor Zwangslagen gestellt sind, die uns zu unzweckmässigen Lösungen nötigen. Denn es besteht zwischen Radialsprung  $k$  und Länge  $\lambda$  des Klothoidenbogens die bindende Beziehung

$$(13) \quad \lambda = \sqrt{\frac{24 k R_1 r_2}{R_1 - r_2}} \quad \text{oder} \quad k = \frac{\lambda^2 (R_1 - r_2)}{24 R_1 r_2}$$

Im Fall I, Korbboogen-Lage, ziehen wir die Tangenten an die Kreise  $R_1$  und  $r_2$  nicht von einem beliebigen Punkt der Chordalen aus, sondern von deren Schnittpunkt  $C$  mit der Zentralen. Dadurch erhalten wir den Kreisbogen mit dem kleinsten möglichen Radius, der ein wenig grösser ist als das harmonische Mittel aus  $R_1$  und  $r_2$ . Die benötigten Formeln (22) bis (28) sind Bild 3 beigelegt. Wenn wir statt  $R_1$  und  $r_2$  in diese Formeln  $R_1 - k_1$  bzw.  $r_2 + k_2$  einsetzen, so erhalten wir bei  $A$  und  $E$  die Radialsprünge  $k_1$  und  $k_2$ , welche zweckmässige Uebergangskurven ermöglichen.

Der Fall II, Eiliniolen-Lage, stellt einen typischen Fall mangelhafter Linienführung dar, wenn die gemeinsame Tangente  $g = \sqrt{m^2 - (R_1 - r_2)^2}$  der gleichsinnig gekrümmten Kreise  $R_1$  und  $r_2$  zu kurz ist, um regelrechte Uebergangskurven mit einer Zwischengeraden von genügender Länge einschalten zu können [ $g < 5 (\sqrt{R_1} + \sqrt{r_2})$ ]. Dabei handelt es sich praktisch meistens um beschränkte Platzverhältnisse, die es nicht erlauben, die Tangente  $g$  beliebig zu überschreiten, sondern nur um ein gewisses Mass  $f$ . Der Radius  $R$  des überbrückenden Kreisbogens wird immer gross, zwischen  $\infty$  und  $(R_1 + m + r_2)/2$  für den Aussenbogen und klein für den Innenbogen, zwischen 0 und  $k/2$ . Der Radius  $R$  des Aussenbogens wird um ein zweckmässiges Mass  $k_1 = k_2$  vergrössert, um bei  $A$  und  $E$  die gewünschten Uebergangskurven einlegen zu können; analog muss der Radius des Innenbogens verkleinert werden. Dies ist bei der Festsetzung des Masses  $f$  im voraus zu berücksichtigen.

Im Fall III, Ei- und S-Linienlage, haben wir die allgemeinen Formeln (10) bis (21) ebenfalls beigelegt, wie im Fall II, Eiliniolen-Lage (22) bis (34). Wir kommen bei der S-Linie darauf zurück.

5. Länge der Uebergangskurven und Zwischengeraden

Unter Vorbehalt behördlicher Vorschriften über die Länge der Uebergangskurven im Strassenbau bemerken wir dazu:

1. Für den Uebergang von der Geraden zum Kreis  $r$  schlagen wir vor

$$(14) \quad l_r = 5 \sqrt{r}$$

2. Für den Uebergang vom Kreis  $R$  zum Kreis  $r$  wäre dann theoretisch notwendig

$$\lambda = l_r \left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

Wir schlagen aber vor:

$$(15) \quad \lambda = 2 l_r \left(1 - \frac{r}{R}\right) \leq l_r$$

Als Länge der Zwischengeraden zwischen zwei Kreisen  $R_1$  und  $r_2$  schlagen wir vor:

$$g \geq 5 (\sqrt{R_1} + \sqrt{r_2})$$

so dass als gerade Strecke zwischen den Uebergangskurven ungefähr

$$\frac{5 (\sqrt{R_1} + \sqrt{r_2})}{2}$$

verbleibt, was in allen Fällen genügen dürfte.

6. Die Ueberbrückung der Radialsprünge  $k$  durch Klothoidenbogen

Zwei Kreise  $M_1/r_2$  in Korbboogenlage, mit Mittelpunktsabstand  $m$  und Radialsprung  $k$  auf der Zentralen, unterliegen der Bedingung  $m + r_2 + k = R_1$ , also  $k = R_1 - r_2 - m$  oder  $m = R_1 - r_2 - k$ .

Wir überbrücken den Radialsprung  $k$  mit einem Klothoidenbogen  $\rho$  von der Länge  $\lambda$ , der bei  $A$  den Krümmungsradius  $\rho_A = R_1$ , bei  $E$  natürlich  $\rho_E = r_2$  und in der Mitte  $B$  zwischen  $A$  und  $E$ , das gilt für die Mitte jedes Klothoidenbogens, den Krümmungsradius

$$(35) \quad \rho_B = \frac{2 \rho_A \rho_E}{\rho_A + \rho_E}$$

also das harmonische Mittel aus  $\rho_A$  und  $\rho_E$  hat.

Diesen Klothoidenbogen  $\rho$  denken wir uns entstanden durch Zusammensetzung der Kreisbogen  $R_1$  bzw.  $r_2$  mit einem andern Klothoidenbogen  $\rho'$  derart, dass an jeder Stelle

$$(36) \quad \frac{1}{R_1} + \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{\rho} \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{r_2} - \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{\rho} \quad \text{ist.}$$

Für die Mitte  $B$  lauten diese Bedingungen übereinstimmend

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{\rho'_B} = \frac{1}{\rho_B} \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{r_2} - \frac{1}{\rho'_B} = \frac{1}{\rho_B}$$

woraus folgt:

$$\frac{1}{\rho'_B} = \frac{R_1 + r_2}{2 R_1 r_2} - \frac{1}{R_1} = \frac{R_1 - r_2}{2 R_1 r_2} \quad \text{oder}$$

$$\frac{1}{\rho'_B} = \frac{1}{r_2} - \frac{R_1 + r_2}{2 R_1 r_2} = \frac{R_1 - r_2}{2 R_1 r_2}$$

also

$$(37) \quad \rho'_B = \frac{2 R_1 r_2}{R_1 - r_2}$$

Für die Klothoide  $\rho'$  gilt  $\rho'_B \frac{\lambda}{2} = (a')^2$ , also der Parameter

$$a' = \sqrt{\frac{R_1 r_2 \lambda}{R_1 - r_2}}$$

Unter Bezugnahme auf die Evolventenl. (1) können wir setzen:

$$(38) \quad \epsilon_B = \frac{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^3}{6 \rho'_B \frac{\lambda}{2}} = \frac{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2}{12 \frac{R_1 r_2}{R_1 - r_2}} = \frac{k}{2}, \quad \text{woraus Formel (13)}$$

folgt, ferner

$$\frac{6 R_1 r_2}{R_1 - r_2} = \frac{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2}{k}, \quad \text{was wir nachstehend benötigen.}$$

Die Evolventen der Klothoide  $\rho'$  in bezug auf den Kreisbogen  $R_1$  erfüllen die Gleichung

$$(39) \quad \epsilon_R = \frac{\lambda_R^3}{12 \frac{R_1 r_2}{R_1 - r_2} \frac{\lambda}{2}} = \frac{k \lambda_R^3}{2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 \frac{\lambda}{2}} = 4 k \left(\frac{\lambda_R}{\lambda}\right)^3$$

Analog (39)  $\epsilon_r = 4 k \left(\frac{\lambda_r}{\lambda}\right)^3$

Für irgend einen Punkt  $\lambda_R$  oder  $\lambda_r$  der Kreisbogen  $R_1$  oder  $r_2$ , gemessen von  $A$  bzw.  $E$  aus, erhalten wir also den zugehörigen Punkt der endgültigen Klothoide  $\rho$  aus den einfachen Gleichungen (39);  $\epsilon_R$  ist radial zentripetal,  $\epsilon_r$  radial zentrifugal abzutragen. Zu jedem allenfalls schon abgesteckten Kreisbogen  $\lambda_R$  oder  $\lambda_r$  kann man  $\epsilon_R$  oder  $\epsilon_r$  in einfachster Weise berechnen. Setzt man  $\lambda_R = \lambda/4 = \lambda_r$ , so wird  $\epsilon_R = \epsilon_r = k/16$ ; in vielen Fällen werden die Punkte  $A(0, 0)$ ,  $A'(\lambda/4, k/16)$ ,  $B(\lambda/2, k/2)$ ,  $E'(\lambda/4, k/16)$  und  $E(0, 0)$  für die Absteckung schon genügen, weil weitere Punkte mit Hilfe der Pfeilhöhen nach Belieben eingeschaltet werden können, vorausgesetzt, dass  $\lambda/4 \leq r_2/10$  ist.

Die resultierende Klothoide  $\rho$  hat folgende Krümmungsradien (die entsprechenden Werte für  $\rho'$  sind eingeklammert):

In  $A$ :  $R_1(\infty)$ ; in  $B$ :  $\frac{2 R_1 r_2}{R_1 + r_2} \left(\frac{2 R_1 r_2}{R_1 - r_2}\right)$ ; in  $E$ :  $r_2(\infty)$

Ihre spezifische Krümmungsänderung beträgt also

$$\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{R_1}\right) \frac{1}{\lambda} = \frac{R_1 - r_2}{R_1 r_2 \lambda} = \frac{1}{a^2}$$

woraus

$$(40) \quad a = \sqrt{\frac{R_1 r_2 \lambda}{R_1 - r_2}} = a'$$

was selbstverständlich ist, weil die Kreisbogen konstante Krümmung  $1/R_1$  bzw.  $1/r_2$  haben und deshalb zur Krümmungsänderung nichts beitragen. Die resultierende Klothoide  $\rho$  und die superponierte  $\rho'$  haben also den gleichen Parameter.

Die Bogenabstände der Punkte  $A$ ,  $B$  und  $E$ , nämlich

$$(41) \quad \lambda_A = a^2/R_1; \lambda_B = a^2(R_1 + r_2)/2R_1 r_2; \lambda_E = a^2/r_2$$

vom Ursprung der resultierenden Klothoide  $\rho$ , ebenso die Tangenteneneigungswinkel

$$(42) \quad \tau_A = \lambda_A/2R_1; \tau_B = \lambda_B/2R_1 r_2; \tau_E = \lambda_E/2r_2,$$

sowie die Evolventen

$$(43) \quad \varepsilon_A = \frac{\lambda_A^2}{6R_1}; \varepsilon_B = \frac{\lambda_B^2}{6R_1 r_2}; \varepsilon_E = \frac{\lambda_E^2}{6r_2}$$

können ohne weiteres berechnet werden, sind aber praktisch entbehrlich.

Ueber die Wahl der Radialsprünge  $k$  ist folgendes zu sagen:

$$\text{Korbbogen } R_1 - R - r_2 \quad \left( R \approx \frac{2R_1 r_2}{R_1 + r_2} \right)$$

Der Radialsprung  $k_1$  für den Uebergang  $R_1/R$  wird wie folgt bemessen

$$\lambda_1' \approx 10\sqrt{R} \left(1 - \frac{R}{R_1}\right) \leq 5\sqrt{R} \quad \text{und} \quad k_1' \approx \frac{\lambda_1'^2 (R_1 - R)}{24R_1 R}$$

Die Millimeterzahl von  $k_1'$  wird derart auf- oder abgerundet, dass sie durch 16 ohne Rest teilbar ist, und als endgültiges  $k_1$  festgehalten. Dann folgt

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{24k_1 R_1 R}{R_1 - R}}$$

mit  $R$  aus Gl. (26) für  $R_1 - k_1$  bzw.  $r_2 + k_2$ . In gleicher Weise wird

$$\lambda_2' \approx 10\sqrt{r_2} \left(1 - \frac{r_2}{R}\right) \leq 5\sqrt{r_2} \quad \text{und} \quad k_2' = \frac{\lambda_2'^2 (R - r_2)}{24R r_2}$$

auf- oder abgerundet auf  $k_2$ , worauf

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{24k_2 R r_2}{R - r_2}}$$

Dann können die Enden  $A_1(0, 0)$ ,  $E_1(0, 0)$  und die Mitte  $B_1(\lambda/2, k/2)$ , sowie die Viertelpunkte  $A'_1(\lambda/4, k_1/16)$  und  $E'_1(\lambda/4, k_1/16)$  auf die einfachste Weise abgesteckt werden, wobei die Kreisperipherien  $R_1$  und  $R$  als Basis dienen. Weitere Punkte können mit Hilfe von Gl. (39) oder mit Pfeilhöhen festgelegt werden. Ebenso wird der Uebergang  $\lambda_2$  behandelt.

$$\text{Eilinie } R_1 - R - r_2 \quad \left( R \geq \frac{R_1 + m + r_2}{2} \right)$$

Da  $R$  gross ist, kann man zum vornherein

$$\lambda_1' \approx \lambda_2' \approx 5 \left( \frac{\sqrt{R_1} + \sqrt{r_2}}{2} \right) = \lambda'$$

setzen, so dass man erhält:

$$\begin{aligned} \frac{k_1' + k_2'}{2} &= \frac{\lambda'^2 (R - R_1)}{48R_1 R} + \frac{\lambda'^2 (R - r_2)}{48R r_2} = \\ &= \frac{\lambda'^2}{48} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{2}{R} \right) \end{aligned}$$

Die Millimeterzahl dieses Masses wird derart auf- oder abgerundet, dass sie durch 16 ohne Rest teilbar ist, und als  $k$  festgehalten. Dann folgen

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{24k R_1 (R + k)}{R_1 - (R + k)}} \quad \text{und} \quad \lambda_2 = \sqrt{\frac{24k (R + k) r_2}{(R + k) - r_2}}$$

### 7. Die S-Linie

Es handle sich um ein Kreispaar  $M_1/R_1$  und  $M_2/r_2$  in S-Linienlage (Fall III), mit Mittelpunktsabstand  $m = R_1 + k + r_2$ . Wir nehmen an, dass die Kreise nicht mehr eingerückt werden dürfen:

Wenn die gemeinsame Tangente

$$t = \sqrt{m^2 - (R_1 + r_2)^2} \geq l_R + l_r = 5(\sqrt{R_1} + \sqrt{r_2})$$

ist, kann man normale Uebergangskurven  $l_R$  und  $l_r$  einschalten mit einer Zwischengeraden von der Länge  $\geq (l_R + l_r)/2$ . Das dürfte in allen Fällen genügen.

Die offizielle Lösung  $\lambda_1/\lambda_2 = r_2/R_1$ , eine einheitliche Klothoide als S-Linie, hat den Nachteil, dass sie den Fahrzeuglenker nicht merken lässt, was für eine Minimalkurve er zu gewärtigen hat. Fahrdynamisch zweckmässiger ist das andere Extrem  $\lambda_1/\lambda_2 = R_1/r_2$ , so dass der Fahrzeuglenker spüren muss, was kommt. Wir zeigen nachstehend diese Lösung, die zudem einfacher ist, Bild 6.

Die folgenden Ausführungen stützen sich auf die gemeinsame Innentangente  $t$  und ihren  $J$ -Punkt, der sie im Verhältnis  $R_1/r_2$  teilt, so dass  $t_1 = tR_1/(R_1 + r_2)$  und  $t_2 = tr_2/(R_1 + R_2)$  ist (18). Die Länge  $\lambda$  der S-Linie findet man aus dem Winkelbild<sup>3)</sup>. Darin bildet die Tangente  $t$  mit den Kreisbogen  $R_1$  und  $r_2$  ein eindeutiges dreieckiges unveränderliches Gerippe. Das Lot von der Spitze  $S$  auf die Wagrechte  $t$  (Fusspunkt  $J$ ) teilt sowohl  $\lambda$  als  $t$  im Verhältnis  $R_1/r_2$ , so dass

$$(44) \quad \lambda_1 = \frac{\lambda R_1}{R_1 + r_2} \quad \text{und} \quad \lambda_2 = \frac{\lambda r_2}{R_1 + r_2} \quad \text{wird.}$$

Wir halbieren  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  und bringen die Lote  $U_1 W_1$  und  $U_2 W_2$  zum Schnitt mit  $R_1$  und  $r_2$ . Die waagrechte Verbindung  $W_1 W_2$  ist die Tangente im Wendepunkt  $W$  auf dem Lot  $S - J - U$ , so dass die Horizontallängen der Tangenten an die Winkelbilder der Klothoidenbogen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  paarweise gleich lang werden. Die Klothoidenbogen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  haben verschiedene Parameter  $a_1$  und  $a_2$ . Da die waagrecht schraffierten Flächen inhaltsgleich sind mit den lotrecht schraffierten, fällt der Wendepunkt  $W$  mit dem  $J$ -Punkt zusammen.

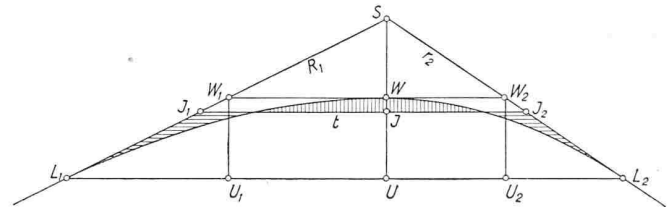


Bild 6.

Die lotrechte Strecke  $JW$  stellt den Winkel  $\delta$  dar, um welchen die Tangente  $t$  zentrifugal um ihren  $J$ -Punkt gedreht werden muss, damit die S-Linie eingefügt werden kann.

Einerseits ist

$$(45) \quad JW = JS - WS = \frac{t}{R_1 + r_2} - \frac{\lambda}{2(R_1 + r_2)} = \delta$$

Andererseits ist

$$(46) \quad \delta = \frac{\lambda_1^2}{24R_1} = \frac{\lambda_1}{12R_1} \quad \text{bzw.} \quad \delta = \frac{\lambda_2^2}{24r_2} = \frac{\lambda_2}{12r_2}$$

Die Gleichsetzung der beiden Ausdrücke für  $\delta$  ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{t}{R_1 + r_2} - \frac{\lambda}{2(R_1 + r_2)} &= \frac{\lambda_1}{12R_1} = \frac{\lambda_2}{12r_2} = \\ &= \frac{\lambda}{12(R_1 + r_2)} \quad \text{oder} \quad t - \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{12} \end{aligned}$$

<sup>3)</sup> Das Winkelbild ist im Schrifttum ausführlich behandelt worden; wir verweisen z. B. auf Grundbuchgeometer *E. Moll* in der «Schweiz. Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik» 1933, Hefte 5 bis 9, auch als Sonderdruck erschienen.

woraus folgt

$$(47^1) \lambda = \frac{12}{7} t = \frac{12}{7} \sqrt{m^2 - (R_1 + r_2)^2} = \frac{12}{7} \sqrt{2k(R_1 + r_2) + k^2}$$

$$\lambda_1 = \frac{\lambda R_1}{R_1 + r_2}; \lambda_2 = \frac{\lambda r_2}{R_1 + r_2};$$

$$a_1 = \sqrt{\lambda_1 R_1}; a_2 = \sqrt{\lambda_2 r_2};$$

$$\Delta R_1 = E_1 = \frac{\lambda_1^2}{24 R_1}; \Delta r_2 = E_2 = \frac{\lambda_2^2}{24 r_2}$$

Die praktische Anwendung ist sehr einfach, wie wir am Beispiel, Seite 39 der Klothoidentafel, zeigen wollen, wo es sich um eine S-Linie mit  $R_1 = 400$  m,  $r_2 = 300$  m und  $k = 6$  m handelt.

Es ist

$$(17) t = \sqrt{m^2 - (R_1 + r_2)^2} = \sqrt{(m + R_1 + r_2)(m - R_1 - r_2)} = \sqrt{(706 + 700)6}$$

$$t = 91,753 \text{ m}, t_1 = 91,753 \frac{4}{7} = 52,430 \text{ m},$$

$$t_2 = 91,753 \frac{3}{7} = 39,323 \text{ m}$$

Nun wird

$$(47) \lambda = \frac{12}{7} 91,753 = 157,291 \text{ m}, \lambda_1 = 157,291 \frac{4}{7} = 89,880 \text{ m}, \lambda_2 = 67,410 \text{ m}$$

$$(46) \delta = \frac{89,880}{12 \cdot 400} = \frac{67,410}{12 \cdot 300} = 0,018725$$

Die Parameter werden

$$a_1 = \sqrt{89,88 \cdot 400} = 189,5; a_2 = \sqrt{67,41 \cdot 300} = 142,4$$

$$\Delta R_1 = E_1 = \frac{\lambda_1^2}{24 R_1} = 0,8415 \text{ m} \text{ und}$$

$$\Delta r_2 = E_2 = \frac{\lambda_2^2}{24 r_2} = 0,6311 \text{ m}$$

Setzt man  $\lambda_1 = 8 \cdot \Delta \lambda = 8 \cdot 11,235$  und  $\lambda_2 = 6 \cdot \Delta \lambda = 6 \cdot 11,235$ , so liefert die Evolventenl. (1) die in Tabelle 1 zusammengestellten Werte.

Tabelle 1.

$\lambda$	$\epsilon$	$\Delta \epsilon$	$\Delta^2 \epsilon$	$\Delta^3 \epsilon$	$f = \frac{\Delta^2 \epsilon}{2}$
0	0				-2,5 (Gl. 9)
11,235	6,57	6,57	39,45	39,44	19,7
22,470	52,59	46,02	78,89	39,45	39,4
33,705	177,50	124,91	118,34	39,43	59,2
44,940	420,75	243,25	157,77	39,46	79,0
56,175	821,77	401,02	197,23	39,44	98,5
67,410	1420,02	598,25	236,67	39,47	118,3
78,645	2254,94	834,92	276,14		138
89,880	3366	1111,06			154 (Gl. 9)

Diese Zusammenstellung lässt sich aus

$$\Delta^3 \epsilon = \frac{\Delta \lambda^3}{a^2} = \frac{11,235^3}{89,88 \cdot 400} = 0,039445$$

4) Die Formeln (46) und (47) lauten mathematisch präziser:

$$(46) \delta = \frac{\lambda}{R_1 + r_2} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2} \right) \quad (47) \lambda = t\sqrt{3}$$

Die Abweichung beträgt in jedem Fall nur rund 1%, erscheint also praktisch zulässig.

fast mühelos aufbauen und mit  $\epsilon = \frac{89,88^2}{6 \cdot 400} = 3,366$  m kontrollieren. Sie liefert fast alles, was zur Absteckung notwendig ist; einzig die Mitte  $\lambda = 44,94$  m muss noch durch ihre Abszisse genau festgelegt werden. Es ist

$$\tau = \frac{\lambda}{2\rho} = \frac{44,94}{2 \cdot 2 \cdot 400} = 0,028; \tau^2 = 0,00079;$$

$$\frac{\tau^2 \lambda}{10} = 0,00079 \cdot 4,494 = 0,0035$$

Die Abszisse der Mitte beträgt  $44,940 - 0,0035 = 44,9365$  Meter. Die Korrektur der zugehörigen Ordinate —  $\lambda \tau^3 / 42$  beträgt —  $0,0000236$  m, d. h. praktisch null.

Die Klothoide  $\lambda_1$  kann also in gleicher Weise abgesteckt werden wie ein Korbbogen-Uebergang; der Radialsprung beträgt  $\Delta R_1 = 0,842$  m. Je drei Punkte  $\epsilon = 6,5-52,5-177,5$  Millimeter werden von der Wendetangente und drei in gleicher Weise von der Peripherie  $R_1$  aus abgesteckt; die Mitte ist besonders festgelegt worden.

Für die Klothoide  $\lambda_2$  ergeben sich auf Grund der Gleichung

$$\Delta^3 \epsilon = \frac{\Delta \lambda^3}{67,41 \cdot 300} = 0,070124$$

die Zahlen der Tabelle 2.

Tabelle 2.

$\lambda$	$\Delta^3 \epsilon$	$\Delta^2 \epsilon$	$\Delta \epsilon$	$\epsilon$	$f = \frac{\Delta^2 \epsilon}{2}$
0				0	2,5 (Gl. 9)
11,235		70,124	11,687	11,687	35
22,470	70,124	140,248	81,811	93,498	70
33,705	70,124	210,372	222,059	315,557	105
44,940	70,124	280,496	432,431	747,988	140
56,175	70,124	350,620	712,927	1460,915	175
67,410			1063,547	2524,462	204,3 (Gl. 9)

Die Differenz zwischen Bogenlänge und Abszisse beträgt für die Mitte nur 2,5 mm. Die eine Hälfte der Klothoide  $\lambda_2$  wird von der Wendetangente, die andere von der Kreis-peripherie  $r_2$  aus abgesteckt wie ein Korbbogen-Uebergang. Sinngemäss kann dieses Verfahren im Bereich der Uebergangskurve auf jede Klothoide angewendet werden.

Es wäre aber verfehlt, daraus zu schliessen, dass die Tafeln überhaupt nicht notwendig seien: Diese sind berechnet für ein bestimmtes Argument  $l = L/a$  und alle andern Grössen erscheinen zunächst als Funktionen dieses Argumentes. Wenn die Tafeln aber einmal vorliegen, so kann jede bekannte Grösse zum Eingang in die Tafeln benützt werden, so dass alle übrigen Elemente dann als Funktionen dieses Argumentes den Tafeln entnommen werden können. Die Tafeln haben also im Gegensatz zu den Gleichungen (1), (4) und (5) gewissermassen universellen Charakter.

Adresse der Verfasser: G. & H. Peter, Dipl. Ing., Neubrückstrasse 106, Bern

## Die Zonenplanung von Zofingen

DK 711.4

Der 24. Mai 1956 bedeutet für Zofingen einen wichtigen Meilenstein in seiner Ortsplanung, hat doch die Gemeindeversammlung an diesem Tage dem vom Gemeinderat vorgelegten Zonenplan mit Zonenordnung einmütig zugestimmt. Nachdem die Bauverwaltung die notwendigen Unterlagen geschaffen, hat in mehr als zweijähriger, intensiver Arbeit die Planungskommission unter der zielbewussten Leitung von Stadtmann Dr. W. Leber und der massgebenden fachtechnischen Mitwirkung des Ortsplaners Arch. Hans Marti, Zürich, Zonenplan und Zonenordnung ausgearbeitet 1). Während die vorhandenen Wohnquartiere, Industriegebiete und Grün-

1) Eingehend dargestellt in SBZ 1955, Nr. 23, S. 341.