

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 74 (1956)  
**Heft:** 2

**Artikel:** Berechnung des elastischen Verhaltens und der Eigenschwingungen von Eisenbahnfahrzeugen: ergänzte Fassung der Antrittsvorlesung  
**Autor:** Zweifel, Otto  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-62559>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 14.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

sekundärer Bedeutung sei. Die wesentliche Ursache dieses Schädens ist das Gleiten der Längsarmierung vom Auflager her. Das Problem der Schubsicherung wird damit zu einem Problem der Haftung.

Es ist klar, dass ein solches Gleiten zu grossen Verformungen führt und damit die kleinen, meist schrägen

Haarrisse, die an und für sich nicht schaden, ja sogar bei guter Haftung am häufigsten auftreten, zu klaffenden Spalten aufgeweitet werden. Die Schrägeisen behindern nun wie gesagt diese Verformungen, und zwar eben auch dann, wenn gar keine schiefen Hauptzugspannungen und daher auch keine schrägen Risse vorhanden waren. Schluss folgt

## Berechnung des elastischen Verhaltens und der Eigenschwingungen von Eisenbahnfahrzeugen

Ergänzte Fassung der Antrittsvorlesung, die Prof. Otto Zweifel am 7. Dezember 1954 an der ETH gehalten hat DK 625.2.034

Schluss von Seite 6

Was weiter bestimmt werden muss, ist die potentielle Energie des Systems in einer allgemeinen Lage; es handelt sich dabei einerseits um das Potential der Schwerkraft und andererseits um die in den Federungen aufgespeicherte Deformationsarbeit. In beiden Fällen wird das Potential für die Gleichgewichtslage Null gesetzt. Unter dieser Voraussetzung wird das Schwerkraftpotential  $V_S$

$$(7) \quad V_S = mg \cdot \eta$$

worin  $m$  die Masse des Wagenkastens (Körper III) ist und  $g$  die Erdbeschleunigung. Sollen die Massen der Körper II und III mitberücksichtigt werden, so ist genauer:

$$(7a) \quad V_S = mg \cdot \eta + m_{II} g \cdot \eta_{II} + m_I g \cdot \eta_I$$

Das Potential einer Feder wird gerechnet, indem zumindest in einem kleinen Gebiet in Nähe der Gleichgewichtslage Linearität vorausgesetzt wird. Die Federkraft  $P$  ist dann nach Bild 20

$$P = P_0 + \lambda \cdot f$$

worin  $P_0$  die Federkraft in der Gleichgewichtslage,  $\lambda$  die Federkonstante und  $f$  die Federdehnung ist. Das Potential der Feder ist dann

$$(8) \quad V_F = P_0 \cdot f + \frac{1}{2} \lambda \cdot f^2$$

Dabei ist zu beachten, dass nach Bild 20 bei wachsendem  $f$  eine Zunahme der Federbelastung eintritt. Handelt es sich um eine Entlastung der Feder, so wird

$$(8a) \quad V_F = -P_0 \cdot f + \frac{1}{2} \lambda \cdot f^2$$

Das Potential der gesamten Federung ist die Summe der einzelnen Federpotentiale

$$V_{Ftot} = \sum V_{Fi}$$

Das Gesamtpotential  $V$  ist dann

$$(9) \quad V = V_S + V_{Ftot} = mg \cdot \eta + \sum V_{Fi}$$

wenn die Massen  $m_I$  und  $m_{II}$  gegenüber  $m$  vernachlässigt werden können.

Zunächst sei im Teilsystem A-I (Bild 17) das Federpotential bestimmt. Zur Bestimmung der Federverlängerung der linken Feder setzt man den Vektorzug  $\vec{1} \vec{2}' \vec{3}' \vec{4}' \vec{3} \vec{2} \vec{1} = 0$ . Die einzelnen Vektoren haben hier folgende Komponenten:

$\vec{1} \vec{2} :$	0	$c_1$
$\vec{1} \vec{2}' :$	$c_x$	$c_y$
$\vec{2} \vec{3} :$	$a_1$	0
$\vec{2}' \vec{3}' :$	$a_1 \cos z_{12}$	$-a_1 \sin z_{12}$
$\vec{3} \vec{4} :$	0	$-b_1$
$\vec{3}' \vec{4}' :$	$-b_1 \sin z_{12}$	$-b_1 \cos z_{12}$

Die Komponentengleichungen ergeben dann (mit den gleichen Annäherungen wie bisher)

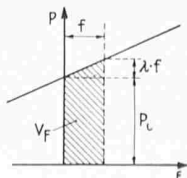


Bild 20. Federpotential  $V_F$ ;  $P$  = Federkraft,  $f$  = Federdehnung. In der Nähe der Gleichgewichtslage ( $f = 0$ ;  $P = P_0$ ) wird ein linearer Verlauf der Federcharakteristik angenommen

$$(114) \quad c_x = b_1 \cdot z_{12} + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot z_{12}^2$$

$$c_y = c_1 + z_{11} + a_1 \cdot z_{12} - \frac{1}{2} \cdot b_1 \cdot z_{12}^2$$

Macht man für die gesuchte Verlängerung  $f_L$  der linken Feder den allgemeinsten Ansatz 2. Ordnung

$$(115) \quad f_L = A_1 \cdot z_{11} + A_2 \cdot z_{12} + B_1 \cdot z_{11}^2 + B_2 \cdot z_{12}^2 + B_3 \cdot z_{11} \cdot z_{12}$$

so muss für die Gesamtlänge  $c_1 + f_L$  der Feder die Beziehung gelten

$$(116) \quad (c_1 + f_L)^2 = c_x^2 + c_y^2$$

Setzt man in Gl. (116) die Werte für  $c_x$ ,  $c_y$  und  $f_L$  aus (114) und (115) ein, so findet man durch Identifikation (auch in [116] dürfen dann Glieder 3. und höherer Ordnung ausser Betracht fallen) für die linke Feder

$$(117) \quad f_L = z_{11} + a_1 \cdot z_{12} + \frac{1}{2} \cdot b_1 \left( \frac{b_1}{c_1} - 1 \right) z_{12}^2$$

Da die allgemeine Lage von Bild 17 durch Ersatz von  $z_{12}$  durch  $-z_{12}$  in eine symmetrische Lage übergeht, wird für die rechte Feder

$$(118) \quad f_R = z_{11} - a_1 \cdot z_{12} + \frac{1}{2} \cdot b_1 \left( \frac{b_1}{c_1} - 1 \right) z_{12}^2$$

Nach (8a) gilt für das Federpotential  $V_{F1}$  dieses Teilsystems (für beide Federn zusammen)

$$(119) \quad V_{F1} = -P_0 \cdot (f_L + f_R) + \frac{1}{2} \lambda_1 \cdot (f_L^2 + f_R^2)$$

worin  $P_0 = \frac{1}{2} mg$  ( $m$  ist die gesamte Kastenmasse,  $\lambda_1$  die Federkonstante aller parallelwirkenden Federn der linken Seite an beiden Drehstellen zusammen). Daraus ergibt sich dann mit den Gliedern bis zur 2. Ordnung

$$(120) \quad V_{F1} = -mg \left[ z_{11} + \frac{1}{2} b_1 \left( \frac{b_1}{c_1} - 1 \right) z_{12}^2 \right] + \lambda_1 (z_{11}^2 + a_1^2 z_{12}^2)$$

Berechnet man das Federpotential  $V_{F3}$  des Teilsystems II-III, so ergibt sich bis zur zweiten Ordnung wieder derselbe Ausdruck, so dass das totale Potential  $V$  des gesamten Systems nach (9) wie folgt geschrieben werden kann:

$$(121) \quad V = mg (\eta - z_{11} - z_{31}) + \lambda_1 z_{11}^2 + \left[ \lambda_1 a_1^2 - \frac{1}{2} mg b_1 \left( \frac{b_1}{c_1} - 1 \right) \right] z_{12}^2 + \lambda_3 z_{31}^2 + \left[ \lambda_3 a_3^2 - \frac{1}{2} mg b_3 \left( \frac{b_3}{c_3} - 1 \right) \right] z_{32}^2$$

Als letzte Grösse wird noch die kinetische Energie  $T$  des Systems benötigt:

$$(10) \quad T = \frac{1}{2} m (\dot{z}^2 + \dot{\eta}^2 + \kappa^2 \dot{\psi}^2)$$

worin  $\kappa$  der Massenträgheitsradius des Körpers III ist. Bei Berücksichtigung der Massen  $m_I$  und  $m_{II}$  der Körper I und II kämen noch mehr Glieder hinzu:

$$(10a) \quad T = \frac{1}{2} m (\dot{z}^2 + \dot{\eta}^2 + \kappa^2 \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2} m_{II} (\dot{z}_{II}^2 + \dot{\eta}_{II}^2 + \kappa_{II}^2 \dot{\psi}_{II}^2) + \frac{1}{2} m_I (\dot{z}_I^2 + \dot{\eta}_I^2 + \kappa_I^2 \dot{\psi}_I^2)$$

Die Gleichungen (4), (9) und (10) enthalten alle Zusammenhänge des Systems, die für die Aufstellung der Bewegungsgleichungen nach Lagrange nötig sind. Diese lauten für jede Unabhängige  $z_{ik}$

$$(11) \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_{ik}} \right) - \frac{\partial T}{\partial z_{ik}} + \frac{\partial V}{\partial z_{ik}} = 0$$

Stimmen  $T$  wie  $V$  bis zu den Grössen 2. Ordnung, so sind nach erfolgter Differentiation die Ausdrücke noch bis zur 1. Ordnung korrekt, was für Differentialgleichungen kleiner Schwingungen genügt.

Im folgenden sollen die  $T$  enthaltenden Terme dieser Lagrange Beziehung (11) in eine für unsere Zwecke günstigere Form gebracht werden. Dabei sei das immer nur für die Glieder mit  $\xi$  gezeigt (für diejenigen mit  $\eta$  und  $\psi$  gilt selbstverständlich dasselbe) und zwar der Einfachheit halber mit Hilfe von Reihenentwicklungen der Unabhängigen  $z_1, z_2, z_3 \dots$ . Sei:

$$(12) \quad \xi = A_1 z_1 + B_1 z_1^2 + C_{12} z_1 z_2 + C_{13} z_1 z_3 + \dots + f(z_2 z_3 \dots)$$

worin  $z_1$  für  $z_{ik}$  gesetzt ist und  $f(z_2 z_3 \dots)$  alle Glieder ohne  $z_1$  enthält. Durch verschiedene Differentiationen erhält man

$$(13) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial z_1} &= A_1 + 2B_1 z_1 + C_{12} z_2 + C_{13} z_3 + \dots \\ \left( \frac{\partial \xi}{\partial z_1} \right)' &= 2B_1 \dot{z}_1 + C_{12} \dot{z}_2 + C_{13} \dot{z}_3 + \dots \\ \dot{\xi} &= A_1 \dot{z}_1 + 2B_1 z_1 \dot{z}_1 + C_{12} (\dot{z}_1 z_2 + z_1 \dot{z}_2) + \dots \\ \frac{\partial \dot{\xi}}{\partial z_1} &= 2B_1 \dot{z}_1 + C_{12} \dot{z}_2 + C_{13} \dot{z}_3 + \dots \\ \frac{\partial \dot{\xi}}{\partial \dot{z}_1} &= A_1 + 2B_1 z_1 + C_{12} z_2 + C_{13} z_3 + \dots \\ \ddot{\xi} &= A_1 \ddot{z}_1 + 2B_1 (\dot{z}_1 \ddot{z}_1 + \dot{z}_1^2) + C_{12} (\ddot{z}_1 z_2 + 2\dot{z}_1 \dot{z}_2 + z_1 \ddot{z}_2) + \dots \end{aligned}$$

Insbesondere ergeben sich daraus folgende drei Beziehungen:

$$(14) \quad 1. \quad \frac{\partial \dot{\xi}}{\partial z_1} = \frac{\partial \xi}{\partial z_1} \quad (\text{gleiche Reihenentwicklung})$$

$$(15) \quad 2. \quad \dot{\xi} \left( \frac{\partial \xi}{\partial z_1} \right)' \approx 0 \quad (\text{unendlich klein 2. Ordnung})$$

$$(16) \quad 3. \quad \dot{\xi} \left( \frac{\partial \dot{\xi}}{\partial z_1} \right) \approx 0 \quad (\text{unendlich klein 2. Ordnung})$$

Untersucht man zunächst den Term  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_{ik}} \right)$  von (11),

d. h. nur für das Glied  $T_{\xi} = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^2$ , so wird für  $z_{ik} = z_1$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_{\xi}}{\partial \dot{z}_1} \right) &= \frac{d}{dt} \left( m \dot{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial z_1} \right) = \frac{d}{dt} \left( m \dot{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial z_1} \right) = \\ &= m \ddot{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial z_1} + m \dot{\xi} \left( \frac{\partial \xi}{\partial z_1} \right)' \approx m \ddot{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial z_1} \end{aligned}$$

wenn man zuerst (14) und dann (15) berücksichtigt. Mit anderen Worten lässt sich analog schreiben

$$(17) \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_i}{\partial \dot{z}_{ik}} \right) = m \left( \ddot{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial z_{ik}} + \ddot{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial z_{ik}} + \kappa^2 \ddot{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial z_{ik}} \right)$$

Was den zweiten Term  $\frac{\partial T}{\partial z_{ik}}$  der Lagrange Gleichung (11) anbetrifft, so wird (wieder nur für das Glied mit  $\xi$ ) nach (16)

$$\frac{\partial T_{\xi}}{\partial z_1} = \frac{\partial \left( \frac{1}{2} m \dot{\xi}^2 \right)}{\partial z_1} = m \dot{\xi} \left( \frac{\partial \dot{\xi}}{\partial z_1} \right) \approx 0$$

In bezug auf Grössen 1. Ordnung ist also auch analog der ganze Ausdruck

$$(18) \quad \frac{\partial T}{\partial z_{ik}} = 0$$

Mit den Beziehungen (17) und (18) geht somit die Lagrange Gleichung (11) in die Form

$$(19) \quad m \left( \ddot{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial z_{ik}} + \ddot{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial z_{ik}} + \kappa^2 \ddot{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial z_{ik}} \right) + \frac{\partial V}{\partial z_{ik}} = 0$$

über. (Wollte man die Massen der Körper I und II berücksichtigen, kämen analog zu (10 a) noch sechs weitere Glieder hinzu). Für jede der  $n$  Unabhängigen  $z_{ik}$  erhält man eine Lagrange Gleichung, ferner hat man noch die drei Beziehungen (4), so dass sich  $n + 3$  Gleichungen für  $n + 3$  Unbekannte (nämlich die  $n$  Unabhängigen  $z_{ik}$  und  $\xi, \eta, \psi$ ) ergeben. Jetzt werden in allen Gleichungen die Glieder zweiter und

höherer Ordnung gestrichen; das bedeutet, dass in  $\frac{\partial \xi}{\partial z_{ik}}; \frac{\partial \eta}{\partial z_{ik}}$  und  $\frac{\partial \psi}{\partial z_{ik}}$  sogar nur Glieder endlicher Grösse stehengelassen

werden dürfen, da  $\ddot{\xi}, \ddot{\eta}$  und  $\ddot{\psi}$  bereits von 1. Ordnung sind, wie man aus (13) sieht.

Diese Gleichungen zerfallen automatisch in zwei Gruppen: die eine enthält neben  $\xi$  und  $\psi$  nur die asymmetrischen Unabhängigen  $z_{ik}$ , die andere  $\eta$  und die symmetrischen  $z_{ik}$ . Die erste Gruppe beschreibt somit die Wiegeschwingungen, die zweite die Stampfschwingungen. Für jede dieser Gruppen liessen sich dann nach bekannten Methoden die Eigenwerte bzw. die Eigenschwingungszahlen bestimmen. Hier sollen aber erst noch einige Umformungen vorgenommen werden, damit gleichzeitig die elastischen Eigenschaften der Aufhängung abgeleitet werden können, die man u. a. für die Bestimmung der Eigenschwingungen des Nickens und Schlingerns benötigt.

Eliminiert man aus den  $n + 3$  Gleichungen alle  $z_{ik}$ , dann verbleiben drei Gleichungen, die in ihrer allgemeinsten Form lauten:

$$(20) \quad L m \ddot{\eta} + \eta = 0$$

$$(21) \quad J_1 m \ddot{\xi} + J_2 m \kappa^2 \ddot{\psi} - J_3 \xi - J_4 \psi = 0$$

$$K_1 m \ddot{\xi} + K_2 m \kappa^2 \ddot{\psi} - K_3 \xi - J_4 \psi = 0$$

Die Grössen  $J_1, J_2, J_3, J_4, K_1, K_2, K_3, K_4$  und  $L$  sind Konstanten, die in der Regel noch in geschlossener Form angeschrieben werden können, ohne dass die Ausdrücke allzu kompliziert werden.

Wegen der Einfachheit von (20) sei sofort die Kreisfrequenz  $\omega_v$  der Eigenschwingung des Stampfens angeschrieben:

$$(22) \quad \omega_v = \sqrt{\frac{1}{m L}}$$

Um in unserem Beispiel die Lagrange Gleichungen (19) anschreiben zu können, benötigen wir noch alle partiellen Ableitungen von  $\xi, \eta, \psi$  und  $V$  nach allen  $z_{ik}$ . Dabei werden, wie erwähnt, bei  $\frac{\partial \xi}{\partial z_{ik}}, \frac{\partial \eta}{\partial z_{ik}}$  und

$\frac{\partial \psi}{\partial z_{ik}}$  nur endliche Grössen stehengelassen, bei  $\frac{\partial V}{\partial z_{ik}}$  die Grössen 1. Ordnung. Nach (109) und (121) werden diese partiellen Ableitungen:

$z_{ik}$	$\frac{\partial \xi}{\partial z_{ik}}$	$\frac{\partial \eta}{\partial z_{ik}}$	$\frac{\partial \psi}{\partial z_{ik}}$	$\frac{\partial V}{\partial z_{ik}}$
$z_{11}$	0	1	0	$2 \lambda_1 z_{11}$
$z_{12}$	$s_1$	0	1	$-mg \xi + \left[ 2 \lambda_1 a_1^2 - \right.$ $\left. - mg b_1 \left( \frac{b_1}{c_1} - 1 \right) \right] z_{12}$
$z_{21}$	$-Q_x$	0	$\frac{p}{a_2}$	$mg \left( Q_x z_{12} + Q_y z_{21} - \right.$ $\left. - \frac{p}{a_2} s_3 z_{32} \right)$
$z_{31}$	0	1	0	$2 \lambda_3 z_{31}$
$z_{32}$	$s_3$	0	1	$-mg s_3 \psi + \left[ 2 \lambda_3 a_3^2 - \right.$ $\left. - mg b_3 \left( \frac{b_3}{c_3} - 1 \right) \right] z_{32}$

Mit diesen Werten schreibt man jetzt zuerst die Lagrange Gleichungen (19) für die symmetrischen Unabhängigen  $z_{11}$  und  $z_{31}$  an:

$$(123) \quad m\ddot{\eta} + 2\lambda_1 z_{11} = 0 \\ m\ddot{\eta} + 2\lambda_3 z_{31} = 0$$

Dazu gehört von (109)

$$(124) \quad \eta = z_{11} + z_{31}$$

Durch Elimination von  $z_{11}$  und  $z_{31}$  wird

$$\frac{\lambda_1 + \lambda_3}{2\lambda_1\lambda_3} m\ddot{\eta} + \eta = 0$$

woraus aus Vergleich mit (21) folgt:

$$(125) \quad L = \frac{\lambda_1 + \lambda_3}{2\lambda_1\lambda_3}$$

und mit (22) wird:

$$(126) \quad \omega_v = \sqrt{\frac{2\lambda_1\lambda_3}{m(\lambda_1 + \lambda_3)}} \quad (\text{vertikales Stampfen})$$

Die drei restlichen Lagrangegleichungen nach (19) für  $z_{12}$ ,  $z_{21}$  und  $z_{32}$  lauten:

$$(127) \quad z_{12}: m\ddot{\xi}s_1 + m\kappa^2\ddot{\psi} - mg\xi + \left[ 2\lambda_1 a_1^2 - mg b_1 \left( \frac{b_1}{c_1} - 1 \right) \right] z_{12} = 0 \\ z_{32}: m\ddot{\xi}s_3 + m\kappa^2\ddot{\psi} - mgs_3\psi + \left[ 2\lambda_3 a_3^2 - mg b_3 \left( \frac{b_3}{c_3} - 1 \right) \right] z_{32} = 0 \\ z_{21}: -m\ddot{\xi}Q_x + m\kappa^2\ddot{\psi} \frac{p}{a_2} + mg \left( Q_x z_{12} + Q_y z_{21} - \frac{p}{a_2} s_3 z_{32} \right) = 0$$

Dazu kommen von (109)

$$(128) \quad \xi = s_1 z_{12} - Q_x z_{21} + s_3 z_{32}$$

$$\psi = z_{12} + \frac{p}{a_2} z_{21} + z_{32}$$

Man eliminiert aus diesen fünf Gleichungen  $z_{12}$ ,  $z_{21}$  und  $z_{32}$  und erhält so zwei Gleichungen von der allgemeinen Form (21). Je nach dem Vorgehen bei der Elimination werden die Koeffizienten dieser Gleichungen verschieden ausfallen, sie lassen sich beispielsweise folgendermassen anschreiben (die Ausdrücke in eckigen Klammern von (127) sind nur noch mit  $[ ]_1$  bzw.  $[ ]_3$  bezeichnet):

$$(129) \quad J_1 = \frac{\frac{p}{a_2} s_1 + Q_x}{[ ]_1} s_1 + \frac{\frac{p}{a_2} s_3 + Q_x}{[ ]_3} s_3 \\ J_2 = \frac{\frac{p}{a_2} s_1 + Q_x}{[ ]_1} + \frac{\frac{p}{a_2} s_3 + Q_x}{[ ]_3} \\ J_3 = \frac{\frac{p}{a_2} s_1 + Q_x}{[ ]_1} mg - \frac{p}{a_2} \\ J_4 = \frac{\frac{p}{a_2} s_3 + Q_x}{[ ]_3} mg s_3 - Q_x \\ K_1 = \frac{Q_y - \frac{p}{a_2} Q_x}{[ ]_1} s_1 + \frac{Q_y + \left( \frac{p}{a_2} \right)^2 s_3}{[ ]_3} s_3 - \frac{p}{a_2} \frac{Q_x}{mg} \\ K_2 = \frac{Q_y - \frac{p}{a_2} Q_x}{[ ]_1} + \frac{Q_y + \left( \frac{p}{a_2} \right)^2 s_3}{[ ]_3} + \left( \frac{p}{a_2} \right)^2 \frac{1}{mg} \\ K_3 = \frac{Q_y - \frac{p}{a_2} Q_x}{[ ]_1} mg \\ K_4 = \frac{Q_y + \left( \frac{p}{a_2} \right)^2 s_3}{[ ]_3} mg s_3 - Q_y$$

Für die eigentliche Rechnung ist es im allgemeinen besser, die Werte  $J_1 \dots J_4$ ;  $K_1 \dots K_4$  als Zwischenwerte zu behandeln und nur zahlenmässig in die späteren Gleichungen einzusetzen, da die algebraischen Ausdrücke sonst zu verwickelt würden. Dagegen lassen sich Spezialfälle (z. B. unendlich harte Federung oder unendlich kurze Pendel usw.) sehr einfach bis zu den Eigenschwingungszahlen formelmässig ausdrücken.

Um zu den elastischen Eigenschaften der Wagenkasten-aufhängung zu kommen, sei vorübergehend angenommen, dass alle Elastizitäten bekannt seien. Unter dem Einfluss

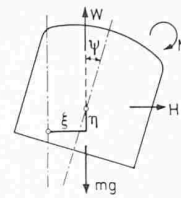


Bild 21. Statisch-elastische Auslenkung des Wagenkastens in seiner Aufhängung unter dem Einfluss einer Horizontalkraft  $H$ , einer Vertikalkraft  $W$  und einem Drehmoment  $M$ .

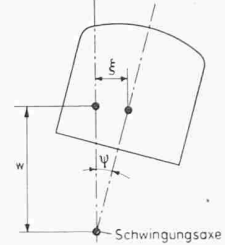


Bild 22. Wiegeschwingung. Die Schwingungsachse befindet sich im Abstand  $w$  unter dem Schwerpunkt des Wagenkastens

einer Horizontalkraft  $H$  (vgl. Bild 21), einer Vertikalkraft  $W$  und einem Drehmoment  $M$  wird der Wagenkasten in seiner Gleichgewichtslage ganz bestimmte Lagekoordinaten  $\xi$  und  $\psi$  haben, die in erster Näherung folgende Abhängigkeiten aufweisen müssen<sup>4)</sup>:

$$(23) \quad \eta = c_{22} \cdot W \\ \xi = c_{11} \cdot H + c_{13} \cdot M \\ \psi = c_{31} \cdot H + c_{33} \cdot M$$

Es heisst das, dass eine Vertikalkraft aus Symmetriegründen keinen Einfluss auf  $\xi$  und  $\psi$  haben kann. Umgekehrt ist  $\eta$  aus den gleichen Gründen nicht abhängig von  $H$  und  $M$ .

Von diesen Gleichungen ausgehend, kann man zu den Bewegungsgleichungen der Eigenschwingungen kommen, indem man die D'Alembertschen Trägheitskräfte einführt:

$$(24) \quad H = -m\ddot{\xi} \quad W = -m\ddot{\eta} \quad M = -m\kappa^2\ddot{\psi}$$

Damit ergeben sich die Differentialgleichungen

$$(25) \quad c_{22} \cdot m\ddot{\eta} + \eta = 0 \\ (26) \quad c_{31} \cdot m\ddot{\xi} + c_{33} \cdot m\kappa^2\ddot{\psi} + \psi = 0 \\ c_{11} \cdot m\ddot{\xi} + c_{13} \cdot m\kappa^2\ddot{\psi} + \xi = 0$$

Vergleicht man diese Gleichungen mit (20) und (21), so ergibt sich zunächst unmittelbar

$$(27) \quad c_{22} = L$$

Die Beziehungen für  $\xi$  und  $\psi$  müssen erst umgeformt werden, bevor sie verglichen werden können. Indem man aus den Gleichungen (21) einmal  $\xi$  und einmal  $\psi$  eliminiert, erhält man:

$$(28) \quad -\frac{J_1 K_4 - J_4 K_1}{J_3 K_4 - J_4 K_3} m\ddot{\xi} - \frac{J_2 K_4 - J_4 K_2}{J_3 K_4 - J_4 K_3} m\kappa^2\ddot{\psi} + \xi = 0 \\ \frac{J_1 K_3 - J_3 K_1}{J_3 K_4 - J_4 K_3} m\ddot{\xi} + \frac{J_2 K_3 - J_3 K_2}{J_3 K_4 - J_4 K_3} m\kappa^2\ddot{\psi} + \psi = 0$$

Aus dem Vergleich mit Gl. (26) folgt sofort:

$$(29) \quad c_{11} = -\frac{J_1 K_4 - J_4 K_1}{J_3 K_4 - J_4 K_3} \quad c_{13} = -\frac{J_2 K_4 - J_4 K_2}{J_3 K_4 - J_4 K_3} \\ c_{31} = \frac{J_1 K_3 - J_3 K_1}{J_3 K_4 - J_4 K_3} \quad c_{33} = \frac{J_2 K_3 - J_3 K_2}{J_3 K_4 - J_4 K_3}$$

Damit ist durch unsere Rechnung über diese Koeffizienten von (23) auch das statisch-elastische Verhalten des Wagenkastens in seiner Aufhängung bestimmt.

Bei dieser Gelegenheit sei noch eine weitere Kombination  $c_o$  dieser Grössen definiert:

$$(30) \quad c_o \equiv \begin{vmatrix} c_{11} & c_{13} \\ c_{31} & c_{33} \end{vmatrix} = c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31} = \frac{J_1 K_2 - J_2 K_1}{J_3 K_4 - J_4 K_3}$$

wobei die Richtigkeit der letzten Form mit Hilfe der Beziehungen von (29) leicht verifiziert werden kann. Nachdem die Grössen  $c_{11} \dots c_{33}$  einerseits durch  $J_1 \dots J_4$  und  $K_1 \dots K_4$  ausgedrückt sind, und sie zudem andererseits eine anschauliche physikalische Bedeutung haben (z. B. ist  $c_{31}$  der Neigungswinkel  $\psi$ , der durch die horizontale Einheitskraft bewirkt wird), wird nur noch mit diesen Grössen weitergerechnet, ins-

<sup>4)</sup>  $W$  enthält das Eigengewicht  $mg$  nicht. Wirkt nur  $mg$  ( $W = 0$ ), ist  $\eta = 0$ .  $W$  ist eine zusätzliche Kraft; sie allein bewirkt den Ausschlag  $\eta$ .

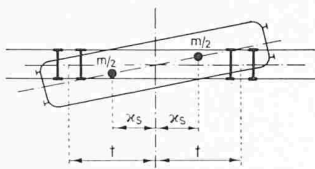


Bild 23. Schlingerschwingung, Drehung um vertikale Schwerachse

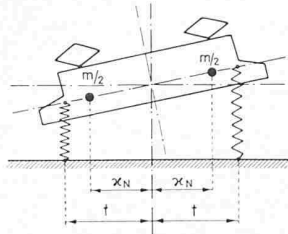


Bild 24. Nickschwingung, Idealierte Anordnung, keine Kopplung mit Zuckschwingung

besondere aber auch deswegen, weil alle Beziehungen dann wesentlich einfachere Formen bekommen.

Die Auflösung von (26) ergibt für die beiden Eigenschwingungen des Wiegens bzw. deren Kreisfrequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$ .

$$(31) \quad \omega_{1,2} = \sqrt{\frac{c_{11} + \kappa^2 c_{33} \pm \sqrt{(c_{11} + \kappa^2 c_{33})^2 - 4 \kappa^2 c_o}}{2 m \kappa^2 c_o}}$$

wobei der Abstand  $w_1$  bzw.  $w_2$  ( $= \xi/\psi$ ) der Schwingungsachse (vgl. Bild 22) vom Kastenschwerpunkt wird:

$$(32) \quad w_1 = \frac{1}{c_{31}} \left( \frac{1}{m \omega_1^2} - \kappa^2 c_{33} \right) \quad w_2 = \frac{1}{c_{31}} \left( \frac{1}{m \omega_2^2} - \kappa^2 c_{33} \right)$$

#### 4. Eigenschwingung des Schlingerns

Bei der Schlingerbewegung (Bild 23) dreht sich der Wagenkasten um die vertikale Schwerachse. Wird der horizontale Ausschlag über der Drehgestellmitte in Anlehnung an den vorhergehenden Abschnitt mit  $\xi$  bezeichnet, so ist  $\xi/t$  der Drehwinkel der Schlingerbewegung, wenn  $t$  der halbe Abstand der Drehgestelle ist. Das D'Alembertsche Moment der

Trägheitskräfte ist dann  $-m \kappa_S^2 \frac{\ddot{\xi}}{t}$ , worin  $\kappa_S$  der beim Schlingern wirksame Massenträgheitsradius ist. Statt dieses Momentes können auch im Abstand  $t$  zwei Trägheitskräfte von der Grösse  $-\frac{m}{2} \frac{\kappa_S^2}{t^2} \ddot{\xi}$  angenommen werden, die den elastischen Drehgestellkräften entgegenwirken. Man kann deshalb wieder Gl. (23) für  $\xi$  und  $\psi$  benutzen, wenn man für ein Drehgestell allein anspricht:

$$(33) \quad \xi = 2 c_{11} \cdot H + 2 c_{13} \cdot M \\ \psi = 2 c_{31} \cdot H + 2 c_{33} \cdot M$$

Mit

$$\psi = 0 \quad \text{und} \quad H = -\frac{m}{2} \frac{\kappa_S^2}{t^2} \ddot{\xi}$$

ergeben sich zwei Gleichungen für  $\xi$  und  $M$ , wobei  $M$  das über den Wagenkasten übertragene Torsionsmoment ist. Nach einfacher Umrechnung ergibt sich dann bei Beachtung der Beziehung (30) für die Schlingereigenschwingung die Kreisfrequenz:

$$(34) \quad \omega_S = \frac{t}{\kappa_S} \sqrt{\frac{c_{33}}{c_o m}}$$

#### 5. Eigenschwingungen des Nickens und Zuckens

Wie bereits früher erwähnt, treten Nicken und Zucken streng genommen als gekoppelte Schwingungen auf. Die Berechnung dieser gekoppelten Schwingungen lässt sich im Prinzip wie die Wiegeschwingung in Abschnitt 3 behandeln:

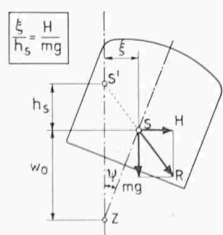


Bild 25. Kurvenverhalten. Unter dem Einfluss der Zentrifugalkraft  $H$  neigt sich der Wagenkasten durch Drehung um das Zentrum  $Z$  zur Seite. Die Resultierende  $R$  aus Gewicht  $mg$  und  $H$  geht durch den Kippschwerpunkt  $S'$ ;  $h_s$  = scheinbare Schwerpunkterhöhung

beides sind zweidimensionale Probleme mit einer Symmetrieebene. Vernachlässigt man hier wie dort die Drehgestellmassen, so wird die Rechnung für die Nick-Zuck-Schwingung wegen der einfacheren Kinematik sogar weniger kompliziert. Die vertikale Elastizität wird dabei aus Abschnitt 3, Gl. (20) bzw. (27) übernommen. Bei einer genaueren Rechnung wäre dann allerdings noch der Einfluss der während der Schwingung hin- und herrollenden Drehgestelle zu berücksichtigen.

Hier soll nur noch der Fall des reinen Nickens für den freistehenden Wagen (ohne Pufferkräfte) nach der idealisierten Anordnung von Bild 24 behandelt werden. Analog Abschnitt 4 können im Abstand  $t$  zwei Trägheitskräfte

$-\frac{m}{2} \frac{\kappa_N^2}{t^2} \ddot{\eta}$  angenommen werden, wobei  $\eta$  der Vertikalausschlag an dieser Stelle ist und  $\kappa_N$  der zur Nick-Achse gehörende Massenträgheitsradius.

Für ein einzelnes Drehgestell schreibt sich analog (23):

$$(35) \quad \eta = 2 c_{22} \cdot W$$

worin

$$W = -\frac{m}{2} \frac{\kappa_N^2}{t^2} \ddot{\eta}$$

Damit ergibt sich für die Nick-Eigenschwingung die Kreisfrequenz:

$$(36) \quad \omega_N = \frac{t}{\kappa_N} \sqrt{\frac{1}{m c_{22}}}$$

#### 6. Kurvenverhalten und Kippsicherheit

Bewegt sich ein Eisenbahnfahrzeug stationär auf einer kreisförmigen, aussen nicht überhöhten Bahn, so wirkt die Zentrifugalkraft wie eine äussere Horizontalkraft  $H$  <sup>5)</sup> auf Bild 21. Da  $M$  und  $W = 0$  sind, schreiben sich die Gleichungen (23):

$$(37) \quad \eta = 0 \\ \xi = c_{11} \cdot H \\ \psi = c_{31} \cdot H$$

Auf Bild 25 ist der Wagenkasten in der Gleichgewichtslage in einer solchen Kurve gezeichnet. Bezeichnet man mit  $S'$  den Schnittpunkt der Resultierenden  $R$  aus dem Gewicht  $mg$  und der Zentrifugalkraft  $H$  mit der Symmetrieebene des nicht ausgelenkten Wagenkastens, so liegt  $S'$  um  $h_s$  höher als der Schwerpunkt  $S$ . Für  $h_s$  gilt dann (rein geometrisch):

$$(38) \quad h_s = \frac{\xi}{H} mg \quad \text{und mit Gl. (37):} \quad h_s = c_{11} mg$$

$h_s$  ist unabhängig von der Grösse von  $H$ , die Resultierende  $R$  dreht sich deshalb bei zunehmendem  $H$  um einen festen Punkt, nämlich um  $S'$ . Man sieht hieraus, dass es grundsätzlich falsch ist, die Kippsicherheit eines Fahrzeuges dadurch beurteilen zu wollen, dass man die Resultierende im Schwerpunkt des unausgelenkten Fahrzeugkastens einzeichnet und untersucht, wo sie die Standfläche schneidet. Da sich der Schwerpunkt  $S$  in Wirklichkeit wegen der Seitenelastizität unter dem Einfluss von  $H$  nach aussen bewegt, ist die beschriebene Konstruktion mit dem Punkt  $S'$  durchzuführen, der deshalb «Kippschwerpunkt» genannt werden soll.  $h_s$  kann daher als scheinbare Schwerpunkterhöhung bezeichnet werden.

Es ist übrigens eine bekannte Erscheinung, dass gefederte Fahrzeuge leichter kippen als ungefederte. Je grösser die seitliche Weichheit  $c_{11}$  einer Aufhängung ist, um so höher liegt  $S'$  und um so grösser ist die Kippgefahr des Fahrzeuges. Ein Fahrzeug, bei dem  $c_{11}$  bzw.  $h_s$  unendlich gross ist, kippt von selbst, ebenfalls ein solches, bei dem  $c_{11}$  negativ ist, d. h. bei dem  $S'$  unter  $S$  liegt.

Unter dem Einfluss der Zentrifugalkraft neigt sich das Fahrzeug auch um den Winkel  $\psi$  zur Seite. Der Abstand  $w_0$  des zugehörigen Drehzentrums  $Z$  von  $S$  errechnet sich aus

$$(39) \quad w_0 = \frac{\xi}{\psi} = \frac{c_{11}}{c_{31}}$$

<sup>5)</sup> Die Verhältnisse bei Ueberhöhung werden hier nicht behandelt, weil es sich dabei im Prinzip um dasselbe Problem handelt.



Da  $c_{11}$  für stabil aufgehängte Fahrzeuge immer positiv ist, bestimmt das Vorzeichen von  $c_{31}$ , ob sich das Fahrzeug in der Kurve nach aussen oder nach innen neigt (vgl. Bild 25 rechts).

Normalerweise liegt das Drehzentrum  $Z$  unter dem Schwerpunkt, d. h. praktisch lehnen alle Fahrzeuge in den Kurven nach aussen. Durch gewisse Massnahmen kann aber  $Z$  über den Schwerpunkt  $S$  gelegt werden, so dass sich das Fahrzeug gegen innen lehnt, was dem Fahrgast ein grösseres Sicherheitsgefühl gibt. Im Idealfall fällt  $Z$  mit  $S'$  zusammen; die einfachste Verwirklichung ist die Einschiene-Hängebahn, wo das Fahrzeug um die Laufschiene als Aufhängepunkt hin- und herpendelt.

Oft glauben die Konstrukteure, durch Schrägstellen der gewöhnlichen Aufhängependel ein hängebahnähnliches Verhalten von Bahnwagen erzwingen zu können. Leider erweist sich das für vertikal gut gefederte Fahrzeuge als ein beinahe untaugliches Mittel: Das Nach-Aussen-Lehnen der Fahrzeuge wird dadurch vielleicht um 10 bis 20 % verringert, aber keinesfalls verhindert oder gar in ein Nach-Innen-Lehnen verwandelt.

Zusammenfassend sei festgestellt, dass die Punkte  $S'$  und  $Z$  für das Kurvenverhalten von Eisenbahnfahrzeugen als kennzeichnende Punkte anzusprechen sind, weshalb sie in den Kennbildern von Bild 12 ebenfalls eingetragen sind. Die Punkte  $S'$  und  $Z$  bestimmen natürlich nur die Gleichgewichtslage in der Kurve. In Wirklichkeit werden bei einer Kurven-einfahrt die zwei Eigenschwingungen des Wiegens und die des Schlingerns angestoßen, so dass ein Ausschlagen von drei überlagerten Schwingungsformen um diese Gleichgewichtslage stattfindet. (Auch die Eigenschwingungen des Stampfens und Nickens werden wegen der Schienenüberhöhung angestoßen, jedoch handelt es sich dabei um Sekundärscheinungen).

## 7. Zusammenfassung und Schlussbemerkung

Für Fahrzeuge — beispielsweise Eisenbahnfahrzeuge mit Drehgestellen — mit zwei Symmetrieebenen wird eine Methode entwickelt, die erlaubt, die verschiedenen Eigenschwingungen des starr gedachten Wagenkastens in seinen Federaufhängungen mit einem verantwortbaren Zeitaufwand zu berechnen. Diese Berechnungsart beruht in der Hauptsache darauf, dass einerseits kinematisch komplizierte Abfederungssysteme in Teilsysteme zerlegt werden und andererseits alle Beziehungen in Potenzreihen der unabhängigen Lagekoordinaten entwickelt werden, wobei man nur Terme 1. und 2. Ordnung berücksichtigt, was für kleine Schwingungen zulässig ist. Der Rechnungsgang wird an einem Beispiel bis in alle Einzelheiten erläutert, so dass es auf Grund dieser Darstellung ohne weiteres möglich sein sollte, auch andere Fälle durchzurechnen.

Die verschiedenen Eigenschwingungen lassen sich in einem sog. Kennbild darstellen, in welchem die Lage der Schwingungszentren (bzw. Schwingungsachsen) und die zugehörigen Eigenfrequenzen eingetragen sind. Das dynamische Verhalten eines Fahrzeuges ist durch ein solches Kennbild weitgehend charakterisiert. Es kommt also für die Fahreigenschaften nicht auf die Einhaltung einzelner Konstruktionsmasse (z. B. Länge und Neigung von Pendel-laschen) an, sondern auf das kinematische Zusammenspiel aller Konstruktionsteile, wie es im Kennbild zum Ausdruck gebracht wird.<sup>6)</sup>

Die Berechnung der Eigenschwingungen liefert nebenbei auch die statisch-elastischen Eigenschaften des Aufhänge-systems, so dass gleichzeitig auf das Verhalten beim stationären Kurvenlauf geschlossen werden kann. Auch die durch die Federung reduzierte Kippsicherheit kann rechnerisch erfasst werden.

Die Vorausberechnung der Eigenschwingungen auf Grund der Konstruktionszeichnungen ist für den Konstrukteur von grösster Wichtigkeit, insbesondere wenn es gilt, durch Verlegung von Eigenschwingungszahlen gewisse Resonanzerscheinungen zu vermeiden. Dabei sollte der Konstrukteur wissen, welchen Einfluss die Aenderung einzelner

	$n_v$ Stampfen	$n_N$ Nicken	$n_S$ Schlingern	$n_1$ Wiegen	$n_2$ Wiegen
Einfluss der Federweichheit (Einfederung unter Eigengewicht) $f_v = \begin{cases} 12 \text{ cm} \\ 21 \text{ cm} \end{cases}$	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %
	76 %	76 %	98 %	60 %	99 %
Einfluss der Federbasis $2a = \begin{cases} 100 \text{ cm} \\ 50 \text{ cm} \end{cases}$				100 %	100 %
				34 %	93 %
Einfluss der Pendelneigung $\delta = \begin{cases} 0^\circ \\ 10^\circ \end{cases}$				100 %	100 %
				116 %	92 %
Einfluss der Pendellänge $l_p = \begin{cases} 26,5 \text{ cm} \\ 13,2 \text{ cm} \\ 6,6 \text{ cm} \end{cases}$				100 %	100 %
				104 %	144 %
				106 %	188 %

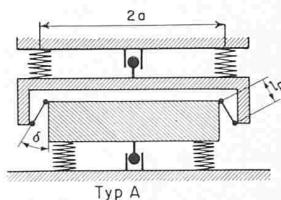


Bild 26. Beispielsweiser Einfluss einzelner Konstruktionselemente auf die Eigenfrequenzen, insbesondere auf die beiden Wiegeschwingungen

Konstruktionsdaten auf die verschiedenen Eigenschwingungen hat. In Bild 26 sind die Ergebnisse einer Durchrechnung für einen ganz bestimmten Fall dargestellt, wo insbesondere versucht wurde, diejenigen Grössen zu suchen, die die obere Wiegeschwingung am meisten beeinflussen. Eine Aenderung der Federweichheit wirkte vor allem auf das Stampfen, das Nicken und die untere Wiegeschwingung, aber kaum auf das Schlingern und die obere Wiegeschwingung. Auch die Federbasis  $2a$  und der Pendelwinkel  $\delta$  erwiesen sich nicht als geeignete Grössen, dagegen zeigte es sich, dass in diesem Fall (Verallgemeinerungen sind unzulässig) die Pendellänge  $l_p$  einen Einfluss erster Ordnung auf die obere Wiegeschwingung besitzt. Selbstverständlich muss immer kontrolliert werden, ob wegen der in Aussicht genommenen Aenderung nicht eine andere Eigenschwingung in ein kritisches Gebiet gerät.

Es dürfte von Vorteil sein, bei Neukonstruktionen alle Eigenschwingungen im voraus zu berechnen, um sich einiger-massen vor Ueberraschungen zu schützen. Nach Fertigstellung des Prototypen sollte diese Rechnung auf dem Versuchsstand kontrolliert werden; gleichzeitig müssten die Dämpfungswerte bestimmt und gegebenenfalls korrigiert werden.

Die Durchführung von Fahrversuchen mit verschiedenen Fahrzeugen wird in der Regel auf dem selben Streckenstück mit der selben Fahrgeschwindigkeit durchgeführt. So einwandfrei ein solches Vorgehen auf den ersten Blick auch aussieht, so muss man sich bewusst sein, dass solche Versuche nur ganz spezielle Aussagen für ganz bestimmte Verhältnisse machen können. Will man aber Schlüsse allgemeiner Art ziehen, so muss man die engen Beziehungen zwischen dem Fahrzeuglauf und der Eigenschwingungsmechanik beachten. Hierfür braucht man das Kennbild des Fahrzeuges, aus dem die Frequenzen und Formen der verschiedenen Eigenschwingungen ersichtlich sind.

Man wird dann bei den Fahrversuchen zusätzlich versuchen, bewusst in den Resonanzgebieten der Eigenschwingungen zu fahren und ebenso bewusst ausserhalb derselben. Mindestens ist es für die Beurteilung des Fahrzeuglaufes unerlässlich, überall den Quotienten aus Erregerfrequenz und Eigenfrequenz zu kennen. (Die Erregerfrequenz ergibt sich unmittelbar aus den Messdiagrammen.) Nur so wird sich ein einwandfreies Gesamtbild des Fahrzeuglaufes ergeben und nur so kann man mit der Zeit Richtlinien für anstrengenswerte Kennbilder von Neukonstruktionen erhalten.

## Wichtigste Bezeichnungen

	Bild	Gleichung	
1. Eigenschwingung		Allgemein	Beispiel
$\omega_1 \omega_2$ Kreisfrequenz	(22)	31	
$\omega_N$ der Eigen-	(24)	36	
$\omega_S$ schwingung	(23)	34	
$\omega_v$ beim Stampfen (vertikal)		22	126
$n_1 n_2 n_N n_S n_v$ entspr. Eigenfrequenzen	12		
$w_1 w_2$ Abstände der Schwingungsachsen	22	32	

<sup>6)</sup> In den auf Bild 12 gezeigten Kennbildern sind nur die wichtigsten Eigenschwingungen enthalten. Je nachdem müssten weitere Faktoren mitberücksichtigt werden, wie z. B. die Elastizität des Wagenkastens oder die Massenwirkung des Drehgestellrahmens.

	Bild	Gleichung Allge- mein	Bei- spiel
<b>2. Kurvenverhalten</b>			
$w_0$ Abstand Drehzentrum	25	39	
$h_s$ scheinbare Schwerpunktserhöhung	25	38	
<b>3. Koeffizienten</b>			
$c_{11} c_{13} c_{31} c_{33}$ } Elastizitäts- $c_{22}$ } koeffizienten der		23 29	
$c_0$ } Federaufhängung		23 27	
$J_1 J_2 J_3 J_4$ } Koeffizienten der Diff. $K_1 K_2 K_3 K_4$ } gl. der Wiegeschwungung		30	
$L$ Koeff. der Diff. gl. der Stampfchw.		21	129
		20	125
<b>4. Konstruktionsdaten</b>			
$a_1 a_2 a_3 b_1 b_3 c_1 c_3 p q s_1 s_2 s_3 \delta$ }	17 18		
	19		
$Q_x Q_y$ kennzeichn. Längen der Pendel- aufhängung			110
$\lambda_1 \lambda_2$ Federkonstanten (Kraft/Länge)	17 19		111
$t$ halber Drehgestellabstand	23 24		
$\kappa$ } Massenträgheits- $\kappa_N$ } radius des Kör- pers III*) bezo- $\kappa_S$ } gen auf Schwer- achse in		10	
	24		
	23		
$m$ Masse des Körpers III*)			
<b>5. Kräfte, Deformationen, Energien</b>			
$mg$ Gewicht ( $g$ = Erdbeschleunig.)	25		
$H W$ äussere Kräfte	21	23	
$M$ äusseres Moment			
$P P_0$ Federkraft	20		
$f$ Federdehnung	20		
$\lambda$ Federkonstante (Kraft/Länge)	20		
$V_F$ Federpotential	20	8	120
$V_S$ Schwerkraftpotential		7	
$V$ Gesamtpotential		9	121
$T$ kinetische Energie		10	
<b>6. Koordinaten</b>			
$\xi \eta \psi$ } Koordinaten der Körper	III 14	1 14	109
$\xi_{II} \eta_{II} \psi_{II}$ } II		5	112
$\xi_I \eta_I \psi_I$ } I		6	113
$u_1 u_2 u_3 v_1 v_2 v_3$ Absolutverschiebungen	15 16	2	
$x_1 x_2 x_3 y_1 y_2 y_3$ Relativverschiebg.	15 16		101
	17 18	3	107
$\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3$ Relativwinkel	19		108
$\alpha \beta$ Pendelwinkel	18		105
$z_{11} z_{12} \dots$ } Unabhängige	17		
$z_{21} z_{22} \dots$ } Lagenkoordinaten	18		
$z_{31} z_{32} \dots$ } im Teilsystem	19		

\*) Für die Körper I und II werden die Indizes I und II immer ausdrücklich beigelegt.

Adresse des Verfassers: Prof. O. Zweifel, Sonnenbergstrasse 2, Neuhausen am Rheinfall.

## Neubau des Schweizerischen Bankvereins

**Zürich** Architekt Dr. Roland Rohn, Zürich DK 725.24

Am 13. Dezember 1955 lud die Direktion des Schweizerischen Bankvereins die zürcherische Presse zur Besichtigung der bisher ausgeführten Bautappen ein. Seither ist der uns allen vertraute Altbau am Paradeplatz mit dem etwas gewalttätigen Monumentaleingang bereits geräumt worden. Dieses Gebäude soll in nächster Zeit abgebrochen und durch die dritte Bautappe ersetzt werden. In dieser Bauperiode befindet sich die Bank in einem ausserordentlichen «Engpass». Verschiedene Provisorien mussten daher eingerichtet werden, die dazu beitragen, den Betrieb in den nächsten drei Jahren aufrecht zu erhalten. So sind vor allem ein provisorischer Eingang (Bild 1) mit dahinterliegender provisorischer Schalterhalle erstellt worden, die nach Fertigstellung der dritten Bautappe wieder entfernt und umgebaut werden müssen.

Dem Bericht, welcher den Pressevertretern übergeben worden ist, entnehmen wir die städtebaulich-architektonischen Gesichtspunkte:

«Innerhalb des Paradeplatzes kommt dem Neubau des Bankvereins in Anbetracht seiner direkten Frontlage zur Bahnhofstrasse eine ganz besondere Bedeutung zu. Die Schaffung einer engen räumlichen Beziehung zum Paradeplatz war deshalb von grosser Wichtigkeit. Aus diesem Grunde wurde der Haupteingang — nachdem er in früheren Projekten axial zur Schalterhalle und damit etwa in die Mitte des Baukörpers zu stehen gekommen wäre — an die Ecke Paradeplatz-Bleicherweg gerückt. Dort wird er, plastisch stark hervorgehoben, zusammen mit dem am Bleicherweg projektierten Erker, der die Flucht des zurückgesetzten Dachgeschosses aufnehmen wird, die städtebauliche Dominante des Neubaus bilden. Eine leichte Schwingung der Hauptfassade gegen den Bleicherweg zu dürfte die enge Beziehung zum Paradeplatz weiter unterstreichen.

Diese asymmetrische Gestaltung dürfte zusammen mit der symmetrisch durchgebildeten Front der Kreditanstalt einerseits und der kleinmasstäblichen Südfront des Paradeplatzes (Sprünglihaus usw.) eine städtebaulich abgewogene Gesamterscheinung gewährleisten.

Die Fassaden selbst gliedern sich in einen etwas höhern, flächig gehaltenen Erdgeschoss-Sockel mit Gitterfenstern und eine viergeschossige Fensterzone mit stark plastisch gestalteter Detail-Ausbildung, welche ihren Abschluss in einem breit ausladenden Dachgesimse findet. An der Ecke Bleicherweg-Paradeplatz ist eine in der Flucht des Erdgeschoss-Sockels entwickelte geschlossene Mauerzone vorgesehen, welche einen kräftigen Gegensatz zu den plastischen Fensterzonen bilden wird.

Das zurückgesetzte Dachgeschoss ist als durchgehendes Glasband bewusst gegen die Architektur der Obergeschosse abgesetzt. Vor den Dachgeschossräumen ist ein breiter Dachgarten, der auch vom Paradeplatz aus gesehen ein willkommenes Element darstellen dürfte, in Aussicht genommen.»

Für die Beurteilung der städtebaulichen Wirkung dieses grossen Bauvorhabens ist die Lage des zukünftigen Haupteinganges am Paradeplatz von besonderer Bedeutung. Man wird also warten müssen, bis der Bau im Jahre 1959 fertig ist.



Bild 1. Der 1955 bezogene Baubau mit dem provisorischen Haupteingang am Talacker