

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizerische Bauzeitung
<b>Herausgeber:</b>	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
<b>Band:</b>	72 (1954)
<b>Heft:</b>	27
<b>Artikel:</b>	Über die Berücksichtigung der Vertikalkrümmung bei der Berechnung von Gewölbestaumauern
<b>Autor:</b>	Herzog, Max
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-61217">https://doi.org/10.5169/seals-61217</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 24.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

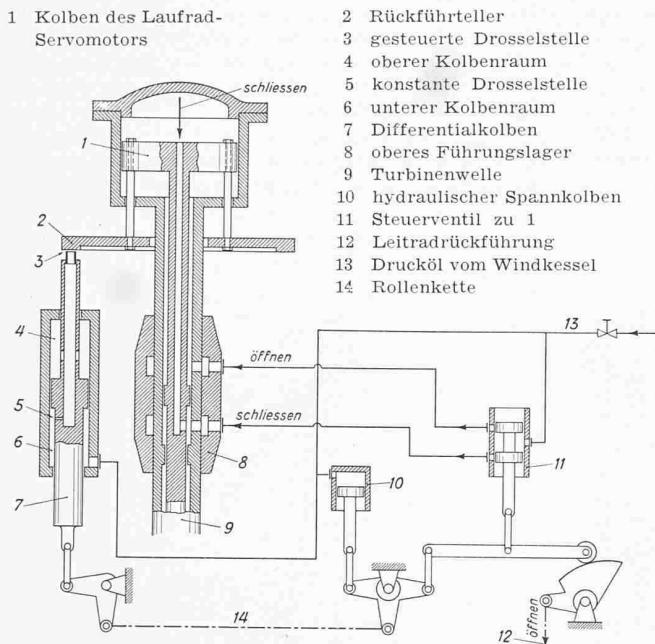


Bild 41. Prinzipschema der Laufradrückführung

sen hin ableitet, wo sie in einem Ueberwachungsbehälter gesammelt wird. Die Oelansammlung in diesem Behälter bildet also ein Mass für die Zunahme des Oelzutrittes in den Dichtungsraum der Tauchdichtung. Das aus den freien Kanten des oberen Lagers abströmende Regler-Schmieröl wird durch eine sehr weite Abflusseleitung 36 in den Reglerbehälter zurückgeleitet. Eine Leiste am Gehäuse der Oeldunstdichtung bildet noch die innere Fahrbahn für einen den Turbinenschacht bestreichenden Rundlaufkran von 3 t Tragfähigkeit.

Die Abdichtung zwischen dem Turbinenschacht und dem eigentlichen, innen unter Unterdruck stehenden Generatorraum wird erreicht durch eine Labyrinthdichtung mit einem an der Polradnabe befestigten doppelkämmigen Labyrinthring 43. Das die beiden Labyrinthkämme mit sehr geringem Spiel umschliessende feststehende Gehäuse besitzt eine ringförmige Sperrluftkammer 44, in die Sperrluft aus dem Ueberdruckraum des Stromerzeugers beigeleitet wird, derart dass der kürzere Weg nach dem Turbinenschacht, der längere Weg nach dem Generatorraum führt; infolgedessen wird die Sperrluft zum grossen Teil in den Turbinenschacht ausgeblasen und damit Oeldunst von der Dichtung und vom Generatorraum ferngehalten. Um auch noch den Austritt von Oeldunst aus dem unteren Raum des Lagergehäuses in den Turbinenschacht zu verhindern, erschien es nachträglich zweckmässig, das gesamte Innere des Lagergehäuses mit Hilfe eines kleinen motorgetriebenen Exhaustors unter Unterdruck zu setzen.

Im unteren Teil des Lagergehäuses ist ein Stirnrad auf die Maschinenwelle gesetzt, das über ein Ritzel einerseits die Schmierölpumpe 37, über ein zweites Ritzel den kleinen Generator 45 antreibt, der den Wechselstrom für den Antrieb des Reglerpendelmotors liefert. An diesem Antrieb hängt noch ein Sicherheitspendel 46, das bei einer vom Turbinenregler nicht mehr beherrschten Ueberdrehzahl von etwa 40 % über der Normaldrehzahl den Notabschluss der Turbine einleitet.

Bei einer Lichtweite des Turbinenschachtes von 8,5 m gestattet eine Anordnung von Podesten und Leitern eine sehr gute Zugänglichkeit zu allen während des Betriebs zu prüfenden und zu wartenden Teilen. In dem einen Seitengang zum Turbinenschacht sind die jeder Turbine zugeordneten Fettpressen 47 und 48 aufgestellt, die im durchlaufenden Betrieb das Turbinenlager bzw. in einem durch eine Schaltuhr intermittierend gesteuerten Betrieb die Abwehrschmierung der Leitschaufellagerung besorgen. Durch eine schwimmergesteuerte Motorpumpe wird das in einem Sammelraum des Turbinendeckels sich ansammelnde Leckwasser weggeschafft.

Fortsetzung folgt

## Über die Berücksichtigung der Vertikalkrümmung bei der Berechnung von Gewölbestaumauern

Von Dipl. Ing. Max Herzog, Zofingen

DK 627.825.001.2

### 1. Einleitung

Allen bisher veröffentlichten Berechnungsmethoden [1], [2], [3], [4] ist die Vernachlässigung der Einflüsse der Vertikalkrümmung, der tangentiellen Schubspannungen und der Querdehnungen gemeinsam. Nachdem es Tschech und Jaburek gelungen ist, die Methode von Tölke durch die Einführung der formalen Orthotropie [5] zu verbessern, soll im folgenden gezeigt werden, dass auch der Einfluss der Vertikalkrümmung auf recht einfache Art erfasst werden kann.

### 2. Theoretische Grundlagen

Das Grundproblem der Berechnung einer Gewölbestaumauer besteht in der Ermittlung der Normalverschiebungen unter der jeweiligen Belastung. Sind die Normalverschiebungen erst einmal bekannt, so lassen sich die ihnen zugehörigen Beanspruchungen mit den üblichen Methoden der Baustatik bestimmen.

Näherungsweise kann man sich die Mauer aus einer Anzahl horizontaler Ringe zusammengesetzt denken, deren jeder ein Element eines Rotationsbehälters mit entsprechender Vertikalkrümmung und Wandstärke ist. Um dem Einfluss der wirklichen Auflagerungsverhältnisse Rechnung zu tragen — die Horizontalelemente der Mauer sind ja keine geschlossenen Ringe, sondern elastisch eingespannte Bogen [6], [7], [8] — bedient man sich mit Vorteil des Kunstgriffs der formalen Orthotropie. Dabei ermittelt man den Verschiebungs-

widerstand der Horizontalelemente der Mauer aus der Biegssteifigkeit der wirklichen Bogen und nicht aus der Dehnungssteifigkeit der ideellen Ringe.

Da die Differentialgleichung der Normalverschiebungen eines Rotationsbehälters mit vertikaler Krümmung und variabler Wandstärke den Ausgangspunkt der Berechnung bildet, soll diese zunächst unter Ausserachtlassung der Wärme- und Schwindspannungen abgeleitet werden.

In Bild 1 bedeuten

$R_0$	Radius des Breitenkreises
$R_1$	auf die Flächennormale bezogener Radius des Breitenkreises ( $R_0 = R_1 \sin \varphi$ )
$R_2$	Radius des Meridians
$s$	Meridiankoordinate ( $ds = R_2 \cdot d\varphi$ )
$\varphi$	Neigungswinkel der Flächennormalen
$\vartheta$	Breitenkreiskoordinate
$\psi$	auf die Flächennormale bezogene Breitenkreiskoordinate ( $R_1 d\psi = R_0 d\vartheta = R_1 \sin \varphi \cdot d\vartheta \quad d\psi = d\vartheta \sin \varphi$ )
$t$	Wandstärke
$p$	auf die Schalenmittelfläche bezogener Aussendruck

$$(p = p_a \frac{R_1 + t/2}{R_1} \frac{R_2 + t/2}{R_2})$$

$N_\varphi$	Normalkraft in Richtung des Meridians
$N_\vartheta$	Normalkraft in Richtung des Breitenkreises
$Q_\varphi$	Querkraft in der Meridianebe
$M_\varphi$	Biegemoment in der Meridianebe

- [1] H. Ritter: Die Berechnung von bogenförmigen Staumauern, Dissertation, Karlsruhe 1913.
- [2] A. Stucky: Etude sur les barrages arqués, «Bulletin Technique de la Suisse Romande», 1922.
- [3] U. S. Department of the Interior, Bureau of Reclamation. Trial Load Method of Analysing Arch Dams, Denver 1938.
- [4] F. Tölke: Wasserkraftanlagen, 2. Bd., Talsperren, Berlin 1938.
- [5] E. Tschech und F. Jaburek: Berechnungen von Bogenstaumauern im Vergleich mit den Ergebnissen statischer Modellversuche, «Oesterr. Bauzeitschrift» 1951.
- [6] F. Vogt: Ueber die Berechnung der Fundamentdeformationen, Det Norske Videnskaps Akademi, Oslo 1925.
- [7] F. Vogt: Stresses in Thick Arches, «Transactions ASCE», New York 1927.
- [8] A. Stucky, F. Panchaud et E. Schnitzler: Contribution à l'étude des barrages-voûtes. Effet de l'élasticité des appuis, «Bulletin Technique de la Suisse Romande» 1950.

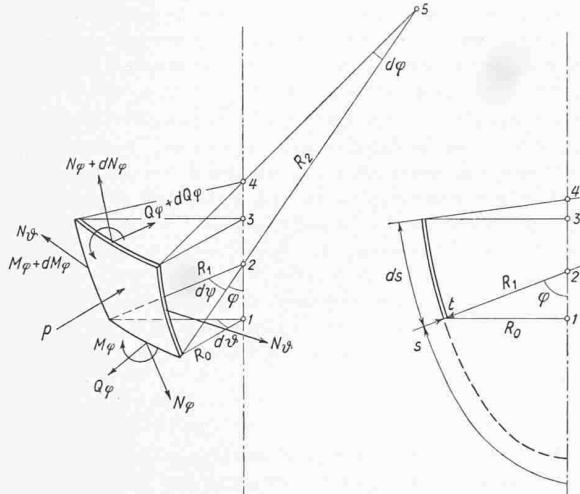


Bild 1. Schalenelement mit Schnittgrößen, Koordinaten und Dimensionen

Die Gleichgewichtsbedingungen für das in Bild 1 dargestellte Schalenelement lauten:

1. Kräfte in Richtung der Flächennormalen

$$p R_1 d\psi ds + dQ_\varphi R_1 d\psi + N_\varphi R_1 d\psi d_\varphi + N_\theta ds d\psi = 0$$

gekürzt

$$(1) \quad p + \frac{dQ_\varphi}{ds} + \frac{N_\varphi}{R_2} + \frac{N_\theta}{R_1} = 0$$

2. Momente um den unteren Rand

$$dM_\varphi R_1 d\psi - Q_\varphi R_1 d\psi ds = 0$$

gekürzt

$$(2) \quad \frac{dM_\varphi}{ds} Q_\varphi = 0$$

Bezeichnet man mit  $w$  die Normalverschiebungen der Schalenmittelfläche und setzt man die Gültigkeit des Hookeschen Gesetzes voraus (eine Annahme, die sich bei den im Verhältnis zur Baustofffestigkeit geringen Beanspruchungen der Mauer noch vertreten lässt), so lauten die Deformationsbedingungen für das betrachtete Schalenelement

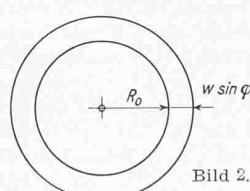
1. Dehnung des Breitenkreises (Bild 2)

$$\varepsilon = \frac{2\pi(R_0 + w \sin \varphi) - 2\pi R_0}{2\pi R_0} = \frac{w \sin \varphi}{R_0} = \frac{w}{R_1}$$

$$(3) \quad N_\theta = E t \frac{w}{R_1}$$

2. Dehnung des Meridians

$$(4) \quad \varepsilon = \frac{w}{R_2} \text{ ergibt } N_\varphi = E t \frac{w}{R_2}$$



Unter der schon aus Gründen einer einfacheren Bauherstellung meist zutreffenden Voraussetzung, dass die Vertikalkrümmung der Mauer nur schwach ist, wird das Navier'sche Gesetz [9] verwendet. Differenziert man die Gleichung (2) einmal nach  $s$ , so wird

$$(2a) \quad \frac{d^2 M_\varphi}{ds^2} - \frac{dQ_\varphi}{ds} = 0$$

Beachtet man weiter, dass das Biegunsmoment proportional der Krümmung der elastischen Linie ist, also  $EJw'' = M$ , so kann man auch schreiben

$$(2b) \quad \frac{d^2 M_\varphi}{ds^2} = (EJw'')'' = \frac{dQ_\varphi}{ds}$$

Setzt man die Gleichungen (2b), (3) und (4) in Gleichung (1) ein, so folgt daraus die gesuchte Differentialgleichung

[9] L. Navier: *Resumé des Leçons données à l'Ecole des Ponts et Chaussées sur l'Application de la Mécanique à l'Etablissement des Constructions et des Machines*, Paris 1826.

$$(5) \quad p + (EJw'')'' + Et \frac{w}{R_2^2} + Et \frac{Kw}{R_1^2} = 0$$

Darin ist  $K$  der Orthotropiekoeffizient, der angibt, um welches Mass sich die horizontalen Ringelemente unter Gleichlast nach der Ringformel berechnet weniger radial verschieben, als es bei den Bogenseiten unter Berücksichtigung ihrer Öffnungs- wickel unter der selben Gleichlast der Fall ist. Seine Grösse lässt sich mit Hilfe der Tabellen von Lieurance [10] leicht ermitteln.

Mit dem Trägheitsmoment  $J = t^3/12$  lautet die Differentialgleichung in geschlossener Form

$$(5a) \quad (t^3 w'')'' + 12t w \left( \frac{K}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right) + 12 \frac{p}{E} = 0$$

und in entwickelter Form

$$(5b) \quad w'''' + 6 \frac{t'}{t} w''' + 3 \left( \frac{t''}{t} + 2 \frac{t'^2}{t^2} \right) w'' + \frac{12}{t^2} w \left( \frac{K}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right) + \frac{12p}{Et^3} = 0$$

Ihre Integration längs des Hauptprofils der Gewölbestaumauer erfolgt zweckmäßig als Differenzenrechnung, wobei die Mauer in eine geeignete Anzahl von Abschnitten unterteilt gedacht und für jeden diskreten Punkt die Differentialgleichung als Differenzengleichung angeschrieben wird. Werden die Differenzen durch Interpolation mit einer Parabel 2. Ordnung gebildet, so lautet die Differenzengleichung für den Punkt  $m$ :

$$(6) \quad w_m + 2(1 + \alpha/2) - w_{m+1}(4 + \alpha - \beta) + w_m(6 - 2\beta + \gamma) - w_{m-1}(4 - \alpha - \beta) + w_{m-2}(1 - \alpha/2) + \delta = 0$$

Die Abkürzungen haben folgende Bedeutung

$$\alpha = 6 \frac{t'}{t} \Delta s \quad \gamma = \frac{12}{t^2} \left( \frac{K}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right) \Delta s^4 \\ \beta = 3 \left( \frac{t''}{t} + 2 \frac{t'^2}{t^2} \right) \Delta s^2 \quad \delta = \frac{12p}{Et^3} \Delta s^4$$

Unter Beachtung der Randbedingungen — die Mauerkrone ist kräftefrei und der Mauerfuß elastisch eingespannt — erhält man ein Gleichungssystem mit ebensovielen Gleichungen wie unbekannten Normalverschiebungen, dessen Matrix nicht voll besetzt ist. Die Auflösung kann bei Anwendung der Relaxationsmethode [11] sogar mit dem Rechenschieber mit noch genügender Genauigkeit vorgenommen werden.

3. Anwendungsbeispiel

Um einen Ueberblick über die Auswirkung der Berücksichtigung der Vertikalkrümmung der Mauer bei der Berechnung zu erhalten, wurde das Hauptprofil der Salzsperrre [12] nachgerechnet. Die elastische Nachgiebigkeit der Widerlager wurde nach Vogt [6] [7] berücksichtigt.

Die Uebereinstimmung der in Bild 3 dargestellten Normalverschiebungen des Hauptprofils nach Rechnung und Versuch [5] [13] ist als durchaus befriedigend zu bewerten. Eigentlich sollte die Rechnung etwas grössere Werte ergeben als der Modellversuch, da die Rechnung die tangentielle Schubfestigkeit und die Querdehnungen ausser acht lässt und daher eine weichere Schale untersucht als der Versuch. Der Unterschied dürfte mehrere Ursachen haben: Einmal dürfte

[10] R. S. Lieurance: *Design of Arch Dams*, «Proceedings ASCE», New York 1940.

[11] R. V. Southwell: *Relaxation methods in engineering science*, Oxford 1940.

[12] E. Fischer und H. Grengg: *Die Gewölbemauern Salza und Hierzmann der Steirischen Wasserkraft- und Elektrizitäts-Aktiengesellschaft*, «Oesterr. Bauzeitschrift» 1951.

[13] E. Tschech und F. Jaburek: *Statische Modellversuche zu Gewölbemauern*, SBZ 1951, Nr. 16 und 17.

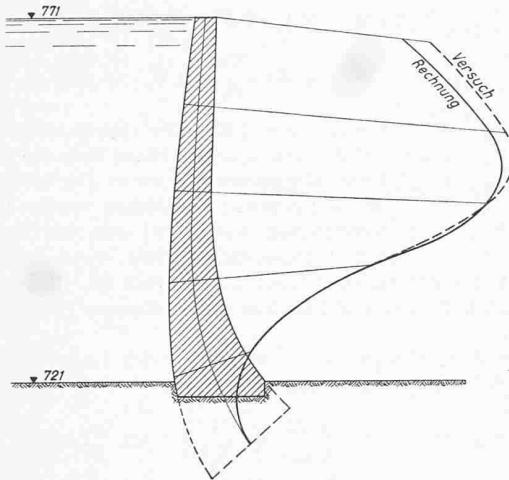


Bild 3. Normalverschiebungen des Hauptprofils der Salzasperre unter Wasserlast nach Rechnung und Versuch, Mauerdimensionen 1:1000, Normalverschiebungen 5:1

die elastische Nachgiebigkeit der Widerlager des Modells grösser gewesen sein als in der Berechnung angenommen wurde; sodann waren die Abmessungen der Mauer nur roh bekannt. Ferner wurde der Hauptmeridian zur Nachrechnung

nur in fünf Abschnitte unterteilt. Schliesslich wird man auch die Tatsache, dass Gips-Kieselgurgemische in den ersten Minuten unter der Belastung ausgeprägt kriechen [14], nicht ganz unbeachtet lassen dürfen.

Bei der Ermittlung der Beanspruchungen zeigt sich, dass, wie auch schon aus Gleichung [4] hervorgeht, positive Normalverschiebungen, also solche in Richtung der angreifenden Wasserlast, Dehnungskräfte zur Folge haben, die in der Richtung des Meridians Druckspannungen verursachen. Als Folge der Vertikalkrümmung der Mauer werden also die Biegungszugspannungen durch die sich ihnen überlagernden Dehnungsdruckspannungen reduziert. Diese Reduktion beträgt am Fuss des Hauptprofils der Salzamauer  $2,6 \text{ kg/cm}^2$  bei einer Biegungsspannung von  $\pm 19 \text{ kg/cm}^2$ , das sind rund 14 Prozent.

#### 4. Zusammenfassung

Die Methode von Tölke zur Berechnung von Gewölbestaumauern wird durch Berücksichtigung der Vertikalkrümmung verbessert. Dies gelingt dadurch, dass der Berechnung als statisches Grundsystem an Stelle eines zylindrischen Rotationsbehälters ein Rotationsbehälter mit vertikaler Krümmung zu Grunde gelegt wird.

[14] J. Rocha: Le Dimensionnement Expérimental des Constructions, «Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics», Paris 1952.

## Der Ausnützungskoeffizient als Mittel zur Begrenzung der baulichen Ausnützung von Grundstücken

DK 711.644

In neueren Bauordnungen findet neben den bisher üblichen, zur Begrenzung der baulichen Ausnützung der Bauparzellen notwendigen Mitteln (wie die *zulässige Stockwerk*- oder *Geschosszahl*, die *maximale Gesims- oder Firsthöhe*, die *einzuhaltenden Grenz- und Gebäudeabstände*, die erlaubte *Gebäudelänge* und der geforderte *Mehrlängenzuschlag*, der *Lichteinfallwinkel* und andere mehr) auch der *Ausnützungskoeffizient* Eingang. Er soll das Mass oder den Maßstab für die Kubaturen liefern, die auf gleichgearteten und ähnlich bewerteten Baugrundstücken errichtet werden dürfen, ein Mass also für das Hauptmerkmal von Bauzonen für den nutzbaren umbauten Raum. Der Ausnützungskoeffizient, der als das Verhältnis der Summe der Geschossflächen durch die Grundstückfläche definiert wird, lässt direkt auf die Anzahl Quadratmeter Nutzfläche schliessen, die auf einer Parzelle errichtet werden dürfen; er führt also indirekt über die Geschossflächen zum Raum.

Bei uns werden die nutzbaren Geschossflächen in der Regel vom Erdgeschoss an (dieses eingeschlossen) gezählt und ihr Mass wird bis zu den Aussenflächen der Gebäude genommen, wobei die Mauerstärken, Treppen und Gänge mit eingerechnet werden. Keller- und Estrichräume fallen somit ausser Betracht. Die Grundstückflächen werden recht unterschiedlich in die Rechnung gesetzt. An einem Ort misst man das tatsächlich zur Ueberbauung vorgesehene Grundstück, im andern zählt man die halbe Breite der angrenzenden, bestehenden oder vorgesehenen Strassen (oder auch als Anteil den runden Betrag von 6 m Strassenbreite pro Laufmeter-Strassenfront) hinzu, in einem dritten zieht man den zwischen den Baulinien und den Eigentumsgrenzen liegenden Teil der Grundstückflächen ab und in einem vierten zieht man nur jene Flächen ab, die tatsächlich für den Strassen- und Trottoirbau, also für öffentliche Zwecke benötigt werden und früher oder später in das öffentliche Eigentum überführt werden müssen. Theoretisch wäre es auch denkbar und nicht unlogisch, nur jene Teile der Grundstücke in Rechnung zu setzen, die überhaupt mit Bauten oder Gebäudeteilen überstellt werden dürfen, d. h. nur die Grundstückteile, die nicht von Baulinien und Grenz- oder Gebäudeabstandsvorschriften betroffen sind. Es ist auch zu erwägen, ob es nicht richtig wäre, die aus städtebaulichen Gründen freizuhaltenden Flächen zu berücksichtigen, die bereits in verschiedenen Regelungen, in Teilen von hundert angegeben, als sogenannte Ueberbauungsprozente Verwendung gefunden haben. Heute ist es noch verfrüht, auf alle Möglichkeiten einzutreten und sie einzeln zu besprechen; ich beschränke mich daher auf die

vier zuerstgenannten, weil diese gegenwärtig praktisch angewandt und erprobt werden.

Diese äusserst unterschiedliche Art der Bewertung der einzusetzenden Grundstückflächen führt dazu, dass die in verschiedenen Städten und Ortschaften errechneten Resultate untereinander nicht vergleichbar sind. Das ist bedauerlich aber nicht sehr schlimm, denn es ist nicht von hauptsächlicher Bedeutung, dass in der ganzen Schweiz künstlich oder aus theoretischen Erwägungen heraus über die von Kanton zu Kanton sehr verschiedenen baugetzlichen Grundlagen hinweg eine einheitlich anzuwendende Ausnützungsvorschrift eingeführt werde, ja es könnte diese Massnahme sogar unserer föderalistischen Tradition widersprechen und, Verwirrung stiftend, schädliche Auswirkungen haben. Wichtig ist vorerst, dass sich die verschiedenen Städte, möglicherweise die einzelnen Kantone auf eine ihnen zugesagende Methode festlegen und diese im Geltungsbereich ihrer Ordnungen oder Gesetze konsequent anwenden und nicht einmal diese und das andere Mal jene verwenden. Später, wenn genügend Erfahrungen gesammelt worden sind, wird man sich schlüssig werden können, ob man nicht für die ganze Schweiz einen einheitlichen Maßstab finden müsse, wobei es dann den Städten und Kantonen überlassen bliebe, das ihnen zugesagende Mass festzulegen.

Von den vier gebräuchlichen Methoden scheint jene besonders einleuchtend zu sein, bei der das tatsächliche Grundstück in Rechnung gesetzt wird. Dadurch sollen scheinbare Ungerechtigkeiten anderer Methoden vermieden werden. Zieht man nämlich die von den Baulinien abgeschnittenen Grundstückteile ab, so werden Eckgrundstücke verhältnismässig viel stärker davon betroffen als die benachbarten Parzellen mit einer einzigen Strassenfront, fügt man hingegen die halbe Strassenbreite (oder etwa 6 m) zum Grundstück hinzu, so werden die an und für sich schon durch ihre Lage begünstigten Eckgrundstücke noch mehr bevorzugt. Weder das Abziehen noch das Hinzuzählen von Flächenteilen scheint in Ordnung zu sein, so dass man sich einfachheitshalber auf die vorhandenen Grundstücke mit all ihren Zufälligkeiten festlegt. Gerade diese vereinfachte Methode birgt aber Ungerechtigkeiten in sich, indem nämlich das Mass der Ueberbaubarkeit nach den *heutigen* Verhältnissen festgelegt wird, ohne den zukünftigen Strassenbau zu berücksichtigen. Das für öffentliche Zwecke erforderliche Land, also Strassen- und Trottoirflächen, sind nach meiner Ansicht unbedingt in Abzug zu bringen, weil da der Endzustand einer Ueberbauung mit Strassen, Gehwegen, Freihaltestäben und Bauten berück-