

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 71 (1953)
Heft: 41

Artikel: Die Temperaturprognose im Tunnelbau
Autor: Andreae, C.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-60643>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Die Temperaturprognose im Tunnelbau

Von Prof. Dr. C. ANDREAE, Dipl. Ing., Zollikon (Zürich)

Vor 50 Jahren, am 19. Dezember 1903, ist hier der erste Beitrag von Ing. C. Andreae erschienen. Wir danken unserem Autor, der unsere Leser ein halbes Jahrhundert hindurch immer wieder mit Aufsätzen erfreut hat, und beglückwünschen ihn zu seiner fruchtbaren Laufbahn!

Die Redaktion.

Nach dem Bau des Simplontunnels, wo die Uebertragung der Erfahrungen am Gotthard auf die Prognose viel zu niedrige Temperaturen ergeben hatte, suchten besonders Geologen die Ursache des so verschiedenen Temperaturverlaufes in den beiden Gebirgszügen, sowie auch in andern, abzuklären [1, 2, 3, 4]. Aus ihren Feststellungen ergab sich vor allem, dass es nicht angeht, von den Temperaturverhältnissen in einem Tunnel auf die eines andern zu schliessen, ohne die besondern geologischen und topographischen Verhältnisse in jedem Einzelfalle besonders zu berücksichtigen. Diese Arbeiten wiesen den Einfluss des geologischen Aufbaues des Gebirges auf den Temperaturverlauf nach, nicht aber die Bedeutung der Form des Gebirgsreliefs. Die ersten zuverlässigen Beobachtungen über die Wärmeverhältnisse bei einem Tunnelbau und Versuche, den Zusammenhang zwischen den gefundenen Temperaturen und der topographischen Gestaltung der Oberfläche festzustellen, wurden beim Bau des Gotthardtunnels durch den Geologen der GB, F. M. Stapff, durchgeführt. Er leitete aus seinen Beobachtungen Formeln ab, die jedoch weder die geologischen noch die topographischen Verhältnisse gebührend berücksichtigen, sondern nur den Einfluss der direkten, jeweiligen Ueberlagerungshöhe [5, 6, 15, 16].

Schon bald nach Vollendung des ersten Simplontunnels wurde von Prof. J. Koenigsberger (Freiburg i. Br.), der zur Begutachtung der Splügentunnelprojekte neben den Geologen C. Schmidt (Basel) und A. Stella (Turin) mit dem besondern Auftrag beigezogen wurde, die Temperaturfrage abzuklären, unter Mitwirkung von Dr. E. Thoma und einigen weiteren Mitarbeitern eine Methode zur rechnerischen Bestimmung des Verlaufes der Geoisothermen aus der Form des Gebirgsreliefs unter Berücksichtigung des geologischen Aufbaues ausgearbeitet, die er für die Temperaturprognose des Splügentunnels benützte [7]. Da dieser Tunnel nicht zur Ausführung kam, fehlte dieser Prognose, bzw. der angewendeten Methode, die Bestätigung durch das praktische Ergebnis. Es folgte nun eine längere Periode, in der es an Gelegenheiten fehlte, die Methode anzuwenden, und sie kam etwas in Vergessenheit. Dazu trug vielleicht auch bei, dass einerseits der grundlegenden mathematischen Arbeit von Thoma die Übersichtlichkeit, an die der Ingenieur bei solchen Arbeiten gewöhnt ist, fehlt (woran z. T. auch die typographische Darstellung schuld ist), und deren Anwendung sowohl durch Thoma selber wie durch Koenigsberger noch etwas schwierig und kompliziert war. Anderseits sind die von Koenigsberger und seinen Mitarbeitern durchgeföhrten geologisch-physikalischen Untersuchungen in der Literatur etwas verstreut, und die Zusammenhänge mit den von Thoma gefundenen mathematisch-physikalischen Ergebnissen sind darin auch nicht immer klar erkenntlich¹⁾. Zweck der vorliegenden Arbeit ist nur, die Methode im Zusammenhang in Erinnerung zu rufen und für den praktischen Gebrauch handlicher darzustellen, wobei ihre Anwendbarkeit durch praktische Beispiele und Erfahrungen gezeigt werden soll.

I. Theoretische Grundlagen

Für die Bestimmung der Gesteinstemperaturen im Innern eines Gebirges bzw. eines Tunnels sind hauptsächlich zu berücksichtigen:

1. Der Verlauf der Geoisothermen unter Gebirgszügen,
2. Die Bodentemperaturen der Oberfläche über dem Tunnel,
3. Die Wärmeleitfähigkeit und die hydrologischen Verhältnisse des Gebirges,
4. Die Höhenlage des Tunnels.

¹⁾ In einem Bericht über das Projekt eines Mont Blanc-Durchstiches im «Génie Civil» vom 15. Oktober 1949 ist z. B. über die Temperaturbestimmung bemerkt: «L'étude mathématique du problème reste jusqu'ici extrêmement compliquée».

DK 624.19:550.361

1. Der Verlauf der Isothermen unter Gebirgszügen

Dieser ergibt sich aus dem Gesetz der Abkühlung. Betrachtet man einen vertikalen Schnitt durch ein Stück der Erdoberfläche, der die Tunnelaxe enthält, so lautet nach Fourier [8] die Differenzialgleichung für die zweidimensionale Wärmeverteilung in diesem Schnitt bei stationärem Zustand:

$$(1) \quad \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = 0$$

ϑ = Temperatur

Dr. E. Thoma hat in seiner Dissertation am Mathematisch-Physikalischen Institut in Freiburg i. Br. (Prof. Dr. J. Koenigsberger) nachgewiesen, dass

$$(2) \quad \vartheta = C_1 \lg (A + \sqrt{A^2 - 1}) + C_2$$

wobei

$$(3) \quad A = e^{\frac{2x}{b}} + \sqrt{1 - \left(2 \cos \frac{2y}{b} - e^{\frac{2x}{b}} \right) e^{\frac{2x}{b}}} \quad (\lg \text{nat.})$$

eine Lösung der Gleichung 1 bei wellig begrenzter Oberfläche ist [9]. Die Kurven sind Wellenlinien. Die Periode der Funktion ist $l = b\pi$ (Bild 1); C_1 und C_2 sind Konstanten.

Für die Wellentäler ist $y = nb\pi$, für die Wellenberge ist $y = (n + \frac{1}{2})b\pi$.

Aus den Gleichungen 2 und 3 ergibt sich unter einem Wellenberg, also für $y = b\pi/2$:

$$\begin{aligned} A &= 2e^{\frac{2x}{b}} + 1 \\ A^2 - 1 &= 4e^{\frac{2x}{b}} \left(e^{\frac{2x}{b}} + 1 \right) \\ \vartheta &= C_1 \lg \left(2e^{\frac{2x}{b}} + 1 + 2e^{\frac{2x}{b}} \sqrt{e^{\frac{2x}{b}} + 1} \right) + C_2 \\ &= C_1 \lg \left(e^{\frac{x}{b}} + \sqrt{e^{\frac{2x}{b}} + 1} \right)^2 + C_2 \\ (4) \quad \vartheta &= 2C_1 \lg \left(e^{\frac{x}{b}} + \sqrt{e^{\frac{2x}{b}} + 1} \right) + C_2 \end{aligned}$$

Mit dieser einfachen Gleichung 4 lässt sich die Temperatur in beliebiger Tiefe x unter dem Scheitel des Wellenberges berechnen, sobald die Konstanten C_1 und C_2 , sowie die Lage des Nullpunktes des Koordinatensystems bzw. die Lage der y -Axe bestimmt sind. Der Wärmegradient an dieser Stelle ist dann:

$$(5) \quad \frac{d\vartheta}{dx} = \frac{2C_1}{b} \frac{e^{\frac{x}{b}} \left(e^{\frac{x}{b}} + \sqrt{e^{\frac{2x}{b}} + 1} \right)}{e^{\frac{x}{b}} \left(e^{\frac{x}{b}} + \sqrt{e^{\frac{2x}{b}} + 1} \right) + 1}$$

Hier wird der Wärmegradient $\frac{d\vartheta}{dx}$ mit wachsender Tiefe x immer grösser und nähert sich dem Maximum $2C_1/b$. Die geothermische Tiefenstufe nimmt also unter dem Wellenberg mit zunehmender Tiefe ab, bis sie das Minimum $b/2C_1$ erreicht.

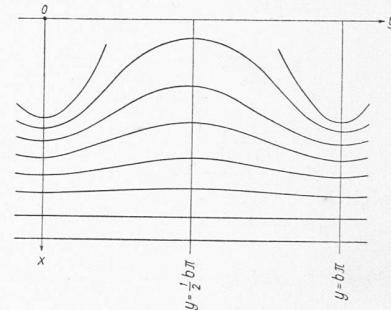


Bild 1. ϑ -Linien nach Gleichung 2

Unter den Tälern ist entsprechend für $y = b\pi$

$$(6) \quad \vartheta = 2C_1 \lg \left(e^{\frac{x}{b}} + \sqrt{e^{\frac{2x}{b}} - 1} \right) + C_2$$

und der Gradient

$$(7) \quad \frac{d\vartheta}{dx} = \frac{2C_1}{b} \frac{e^{\frac{x}{b}} \left(\frac{x}{b} + \sqrt{\frac{2x}{b}} - 1 \right)}{e^{\frac{x}{b}} \left(e^{\frac{x}{b}} + \sqrt{e^{\frac{2x}{b}} - 1} \right) - 1}$$

Hier wird der Wärmegradient mit wachsender Tiefe x kleiner und nähert sich dem Minimum $2C_1/b$. Die geothermische Tiefenstufe wird mit zunehmender Tiefe grösser bis sie das Maximum $b/2C_1$ erreicht.

$$(8) \quad \frac{2C_1}{b} = \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=\infty} = a$$

ist der normale Wärmegradient in der Tiefe. Wenn dieser für die im Einzelfalle vorliegende Gebirgsart und Schichtenstellung bekannt ist, ergibt sich daraus die Konstante $C_1 = a/b/2$.

Zur Feststellung des Nullpunktes des Koordinatensystems bzw. der Lage der y -Axe ist ebenfalls $y = b\pi$, bzw. $y = b\pi/2$ zu setzen.

Für $y = b\pi$ ergibt sich aus Gleichung 6:

$$\begin{aligned} \frac{\vartheta - C_2}{2C_1} &= e^{\frac{x}{b}} + \sqrt{e^{\frac{2x}{b}} - 1} \\ \frac{2\vartheta - C_2}{2C_1} - 2e^{\frac{x}{b}} &= e^{\frac{x}{b}} \frac{\vartheta - C_2}{2C_1} = -1 \\ \frac{\vartheta - C_2}{2C_1} - 2e^{\frac{x}{b}} &= -e^{\frac{x}{b}} \end{aligned}$$

folglich

$$(9) \quad x_1 = b \lg \frac{\frac{\vartheta - C_2}{2C_1} - \frac{\vartheta - C_2}{2C_1}}{2}$$

und für $y = b\pi/2$ aus Gleichung 4:

$$(10) \quad x_2 = b \lg \frac{\frac{\vartheta - C_2}{2C_1} - e^{\frac{x}{b}}}{2}$$

Wenn der Verlauf einer Isotherme, z. B. ϑ_0 , an ihren Enden und im Scheitel bekannt ist, so ist nach Bestimmung der Konstanten C_2 die Lage der y -Axe festgelegt. Die Ordinate x wird dann für den tiefsten und höchsten Punkt der ϑ -Kurve x_1 bzw. x_2 .

Die Amplitude der ϑ -Linien ist $D = x_1 - x_2$.

Daher

$$D = b \lg \frac{\frac{\vartheta - C_2}{2C_1} - \frac{\vartheta - C_2}{2C_1}}{\frac{\vartheta - C_2}{2C_1} - e^{\frac{x}{b}}}$$

Mit wachsendem ϑ verflachen sich die Kurven.

$$\begin{aligned} e^{\frac{\vartheta - C_2}{2C_1}} \left(\frac{D}{b} - 1 \right) &= e^{\frac{x}{b}} - \frac{\vartheta - C_2}{2C_1} \left(\frac{D}{b} + 1 \right) \\ e^{\frac{2\vartheta - C_2}{2C_1}} &= \frac{e^{\frac{D}{b}} + 1}{e^{\frac{D}{b}} - 1} \\ \frac{\vartheta - C_2}{2C_1} &= \frac{1}{2} \lg \frac{e^{\frac{D}{b}} + 1}{e^{\frac{D}{b}} - 1}; \quad \vartheta = C_1 \lg \frac{e^{\frac{D}{b}} + 1}{e^{\frac{D}{b}} - 1} + C_2 \end{aligned}$$

$$(11) \quad C_2 = \vartheta - C_1 \lg \frac{e^{\frac{D}{b}} + 1}{e^{\frac{D}{b}} - 1}$$

Sobald die Amplitude einer ϑ -Linie bekannt ist, ist auch C_2 bestimmt. Vielfach genügt es, die Temperaturen und die Gradienten bzw. Tiefenstufen an den Tunnelenden und unter der höchsten Ueberlagerung zu berechnen. Der Verlauf der Isothermen zwischen diesen Punkten kann in solchen Fällen unter Berücksichtigung der geologischen Verhältnisse interpoliert werden. Es lässt sich jedoch, falls die Begrenzungsline des erwähnten, vertikalen Längsschnittes sich nicht allzusehr von einer Wellenlinie unterscheidet, der theoretische Verlauf der Isothermen (z. B. einer Isotherme ϑ_0) folgendermassen rechnerisch feststellen²⁾:

Aus den Gleichungen 2 und 3 folgt:

$$\begin{aligned} 1 - \left(2 \cos \frac{2y}{b} - e^{\frac{2x}{b}} \right) e^{\frac{2x}{b}} &= A^2 + e^{\frac{4x}{b}} - 2Ae^{\frac{2x}{b}} \\ e^{\frac{2x}{b}} &= \frac{1 - A^2}{2(\cos \frac{2y}{b} - A)} \quad \left(b = \frac{l}{\pi} \right) \\ x = \frac{b}{2} \lg \frac{A^2 - 1}{2(A - \cos \frac{2y}{b})} &= \\ = \frac{b}{2} \left\{ \lg \frac{A^2 - 1}{2} - \lg \left(A - \cos \frac{2y}{b} \right) \right\} \end{aligned}$$

Setzen wir $A + \sqrt{A^2 - 1} = B$, dann ist nach Gleichung 2:

$$\begin{aligned} B &= e^{\frac{\vartheta - C_2}{C_1}}; \quad A^2 - 1 = (B - A)^2 \\ A &= \frac{B^2 + 1}{2B} = \frac{e^{\frac{2\vartheta - C_2}{C_1}} + 1}{2e^{\frac{\vartheta - C_2}{C_1}}} \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \frac{A^2 - 1}{2} &= \frac{e^{\frac{4\vartheta - C_2}{C_1}} + 1 + 2e^{\frac{2\vartheta - C_2}{C_1}}}{8e^{\frac{2\vartheta - C_2}{C_1}}} - \frac{1}{2} \\ (12) \quad x &= \frac{b}{2} \left\{ \lg \left(\frac{e^{\frac{4\vartheta - C_2}{C_1}} + 1 + 2e^{\frac{2\vartheta - C_2}{C_1}}}{8e^{\frac{2\vartheta - C_2}{C_1}}} - \frac{1}{2} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \lg \left(\frac{e^{\frac{2\vartheta - C_2}{C_1}} + 1}{\frac{\vartheta - C_2}{C_1}} - \cos \frac{2y}{b} \right) \right\} \end{aligned}$$

Das ist die Gleichung einer Wellenlinie. Damit lässt sich für bekannte Konstanten C_1 und C_2 für jedes ϑ (z. B. für ϑ_0) der Verlauf seiner Isotherme bestimmen.

Trotz der Annäherungen, mit denen die übrigen Rechnungsgrundlagen bestimmt werden können, gibt diese Berechnungsmethode wertvollen Aufschluss über den Einfluss der Topographie auf Wärmegradient und geothermische Tiefenstufe. Ohne ihn hängt jede nur empirisch, nach Analogie mit bekannten Fällen durchgeführte Temperaturprognose mehr oder weniger in der Luft³⁾.

2. Die Bodentemperaturen über dem Tunnel

Um die Temperaturen in der Tiefe nach irgend einer Methode vorausbestimmen zu können, muss die Bodentemperatur an der Oberfläche bekannt sein. Beim Bau des Simplontunnels wurden 15 Messtationen mit Bohrlöchern von 1 bis 1,5 m Tiefe erstellt. Die Tiefe erwies sich als zu gering. Die

²⁾ Das Zeichnen der Isothermen erübrigt sich in der Regel für den Tunnelbau. Wie später an einem praktischen Beispiel gezeigt werden soll, führt die Berechnung der Temperaturen in einzelnen Punkten nach Gleichungen 2 und 3 zuverlässiger zum Ziel.

³⁾ Es sei hier auch auf die von K. Pressel ausgearbeitete elektrisch experimentelle Methode der Vorbestimmung der Gesteinstemperaturen hingewiesen [18]. Sie gründet sich darauf, dass Gleichung 1 auch für einen elektrischen Kondensator gilt.

Temperaturschwankungen erforderten monatliche Ablesungen. Für die Prognose des Splügenpasses stellte Koenigsberger die Temperaturen an fünf Stellen über dem geplanten Tunnel in 10 bis 11 m tiefen Bohrlöchern fest, und zwar auf Grund seiner Erfahrungen am Feldberg [10]. Für den beinahe 12 km langen Oberwasserstollen des Kraftwerkes Randens der Electricité de France in Savoyen, dessen höchste Überlagerung unter dem Mont Bellachat rund 1900 m beträgt, wurden seit 1948 die Bodentemperaturen in vier Bohrlöchern von 10 m Tiefe gemessen. Die Schwankungen nach der Jahreszeit waren da immer noch beträchtlich. Formeln zur Bestimmung der Luft- und der Bodentemperaturen in verschiedenen Höhenlagen haben meistens nur in der Gegend Gültigkeit, für die sie aufgestellt wurden. Die Lage eines Gebirges in der Mitte eines grossen Massivs oder an dessen Rand, seine Besonnung, seine Pflanzendecke usw. haben Einfluss auf die Temperaturen unmittelbar unter der Oberfläche, sowie auch der geologische Aufbau des Gebirges. Das Verhältnis der Länge zur Höhe eines Schnittes durch das Gebirge ist ebenfalls von Einfluss. Bei grossem Verhältnis h/l ist die Abkühlung stärker als wenn es klein ist. Das wirkt sich auch auf die Oberflächentemperatur aus. Koenigsberger und Mühlberg bestimmen die Bodentemperatur aus der Lufttemperatur in der Tiefe 0, indem sie zur Lufttemperatur folgende Werte addieren [11]:

m ü. M.	0	500	1000	1500	2000	2500
+ °C	0,8	1,0	1,3	1,7	2,3	3,0

Wie wichtig die Bestimmung der Bodentemperaturen durch direkte Messung ist, lehrt das Beispiel des Simplontunnels, wo am Nordhang die erst während des Baues durchgeführten Messungen bis 4°C höhere Temperaturen als die vorher angenommenen ergaben [1]. G. Niethammer [2] leitete aus den Messungen am Simplon folgende Formel zur Bestimmung der Bodentemperaturen ab:

$$(13) \quad T = t_0 - \frac{h}{100} \beta$$

Dabei bedeutet T die Bodentemperatur eines Punktes in der Höhe h über Meer, t_0 diejenige auf Meereshöhe und β eine Konstante. Aus den am Simplon festgestellten Bodentemperaturen berechnete Niethammer $\beta = 0,457$ und $t_0 = 11,8^{\circ}\text{C}$.

Durch Messung von wenigstens einem bis zwei Punkten sollte für eigentliche Prognosen die Anwendbarkeit der Formel auf den jeweils vorliegenden Fall nachgeprüft werden; für überschlägige Vorprognosen im Alpengebiet kann sie allenfalls Dienste leisten.

Für die Messung der Bodentemperaturen sind die Messpunkte sorgfältig auszuwählen. Die Neigung und Orientierung der Messtelle müssen der allgemeinen Neigung und Orientierung des ganzen Berganges entsprechen. Auch Besonnung, Humus- und Pflanzendecke müssen berücksichtigt werden usw. [12, 13] ⁴⁾.

3. Die Wärmeleitfähigkeit und die hydrologischen Verhältnisse des Gebirges

Die Wärmeleitfähigkeit des Gebirges bzw. der Gesteine ist natürlich wichtig. Koenigsberger und seine Mitarbeiter untersuchten die Wärmeleitfähigkeit zahlreicher Gesteinsarten. Dabei stellten sie fest, dass Unterschiede praktisch keine grosse Rolle spielen, wohl aber die Lagerung der Gesteine. Die Leitfähigkeit der Gesteine ist vom Winkel abhängig, den die Richtung der Wärmeströmung mit derjenigen der Schichtung und Schieferung bildet. Die Leitfähigkeit als Strecke von einem Punkte aus in verschiedenen Richtungen aufgetragen bildet ein Rotationsellipsoid, dessen kleine Axe Rotationsaxe ist und senkrecht zur Schieferung steht [10].

4) Für Bodentemperaturen unter Gletschern siehe [22].

Tabelle 1: $\alpha = 2C_1/b$ nach Koenigsberger, Thoma und Goetz

Fallen der Schichten: senkrecht	45°	horizontal
Gesteinsart	°C	°C
Gneise, Protogine	0,027—0,028	0,033
Granit, Kalksteine	0,027—0,028	0,033
Krystall. Schiefer	0,027—0,028	0,034—0,036
Phyllite	0,027—0,028	0,031
Wenn feucht, zu vermindern um	8 %	5 %
		8 %

Aus der verschiedenen Leitfähigkeit der Gesteine nach ihrer Lage ergibt sich auch ein verschiedener «Normalgradient», den wir unter I, 1 (Gl. 8) mit $\alpha = 2C_1/b$ bezeichneten. In Tabelle 1 sind die von Koenigsberger, Thoma und Goetz gefundenen Normalgradienten zusammengestellt.

In den meisten Fällen liegt nicht einheitliches Gestein und einheitliches Streichen und Fallen der Schichten vor. Unter solchen Umständen wird man den wahrscheinlichen Normalgradienten am besten durch sinngemäße Interpolation abschätzen, eventuell durch Vergleich mit bekannten Fällen, was aber stets mit Vorsicht und Ueberlegung zu geschehen hat (vgl. auch [14]).

Für die Vorausbestimmung der zu erwartenden Tunneltemperaturen ist somit eine möglichst genaue Kenntnis des geologischen Aufbaues des Gebirges eine Grundbedingung. Diese Voraussetzung erfordert die Mitwirkung des Geologen.

Auch die hydrologischen Verhältnisse müssen soweit möglich abgeklärt sein. Wasser bzw. Feuchtigkeit erhöht die Wärmeleitfähigkeit der Gesteine und kühl ab. Wo niedrigere Temperaturen angetroffen werden als nach Form und Aufbau des Gebirges zu erwarten wäre, muss auf Wassernähe geschlossen werden.

4. Die Höhenlage des Tunnels

Aus Bild 1 ist ersichtlich, dass die Verhältnisse für einen Basistunnel und einen Scheiteltunnel, auch bei gleichem Verhältnis Überlagerung/Länge und gleichem geologischen Aufbau verschieden sein müssen. Wir kommen später darauf zurück.

II. Anwendungen

1. Die Reliefelinie und die Isotherme ϑ_0

Massgebend für die Temperaturen und deren Vorausberechnung ist das *allgemeine* Relief des Gebirges. Sekundäre Erhebungen und Vertiefungen von geringer Ausdehnung müssen ausgeglichen werden. Sie sind für die Temperaturen in der Tiefe nicht von Bedeutung. Es muss für die Temperaturbestimmung eine sog. «Reliefelinie» konstruiert werden, d. h. eine Geländelinie, deren Ordinaten über dem Tunnelhorizont den mittleren Höhen des Geländestreifens entsprechen, von dem angenommen werden kann, dass seine Oberflächenform auf die Temperaturen in Tunneltiefe Einfluss hat.

Sowohl Thoma [9] wie auch Koenigsberger [7] wandten zur Bestimmung der Reliefelinie noch ein kompliziertes Laboratoriumsverfahren an, was auch dazu beitrug, die ganze Methode etwas zu diskreditieren. G. Niethammer [2] gründete die Untersuchung über die Wärmegradienten des Simplons ebenfalls auf eine ausgeglichenen Profillinie, die er auf einfacher Art ermittelte. Alle 500 m bestimmte er einen Punkt dieser Linie dadurch, dass er für ihn die mittlere Höhe über dem Tunnel eines kreisförmigen Flächenstückes von 1 km Radius mit der Vertikalprojektion des betreffenden Tunnelpunktes als Zentrum berechnete. Diese Annahme ist willkürlich und hat mit dem von Thoma und Koenigsberger angewandten Vorgehen das Unbefriedigende gemein, dass sie für tief und weniger tief gelegene Punkte eine gleich grosse Einflusszone annimmt. Für grosse Tiefen ist diese jedenfalls grösser als für kleine. Dem Rechnung tragend ist der Verfasser bei der Bestimmung der Reliefelinie in den bisher von ihm bearbeiteten konkreten Fällen etwas anders vorgegangen. Von einer Reihe von in regelmässigen Abständen auf der Tunnelaxe verteilten Punkten (alle 1000 m) wurden auf einer Karte mit Höhenkurven Querprofile herausgezeichnet, deren Breite zu beiden Seiten der Axe gleich der Höhe des auf das Gelände hinaufprojizierten Axpunktes über diesem selbst ist (Bild 2). Von diesen Querprofilen wurde jeweilen die mittlere Höhe bestimmt und als Ordinate über dem betreffenden Tunnelpunkt aufgetragen. Diese Methode ist ebenfalls willkürlich. Sie ist immerhin logisch und einfach und hat bis jetzt befriedigende Ergebnisse gezeigt.

Die durch die Reliefelinie und den Tunnelhorizont begrenzte Fläche ersetzt Thoma durch eine inhaltsgleiche, von einer Sinuslinie begrenzte Fläche. Diese Linie ist keine Isotherme. Um eine solche zu erhalten, geht er von einer be-

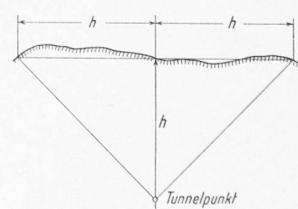


Bild 2. Bestimmung der Breite der Querprofile

kannten Bodentemperatur in der Nähe des Tunnelhorizontes aus und bestimmt für den Scheitel der Sinuslinie ebenfalls die ihrer Höhe entsprechende Bodentemperatur. Unter Annahme eines für die vorliegenden geologischen Verhältnisse wahrscheinlichen Wärmegradienten stellt er sodann von jener aus den Scheitel der der Ausgangsbodentemperatur entsprechenden Isotherme ϑ_0 fest. Sobald eine solche Isotherme ϑ_0 , bzw. ihr Scheitel, ihre Enden und damit ihre Amplitude D bestimmt sind, lässt sich nach Gleichung 11 die Konstante C_2 berechnen. C_1 kann der Tabelle 1 entnommen werden. Aus Gleichung 9 oder 10 ergibt sich die Lage der y -Axe.

2. Zahlenbeispiele

Bevor wir uns mit Beispielen aus der praktischen Wirklichkeit befassen, sollen vorerst einige Besonderheiten des Verfahrens an *schematischen* Beispielen gezeigt werden.

a) Erstes Beispiel für $h/l = 1/10$

Bild 3 stellt schematisch einen 12 km langen Gebirgstunnel mit einer Ueberlagerung von 1200 m dar. A sei die Geländelinie (wirkliches Längsprofil), B die Relieflinie oder ausgeglückte Profillinie.

Annahmen: Bodentemperatur an beiden, auf gleicher Höhe liegenden Tunnelmündungen $\vartheta_0 = +8^\circ\text{C}$.

Das Gebirge sei trocken und bestehne aus krystallinen Schiefern, die senkrecht oder sehr steil stehen und ungefähr senkrecht zur Tunnelaxe streichen. Tabelle 1 gibt dafür als Normalgradienten $\alpha = 2C_1/b = 0,027^\circ$ an. $b = l/\pi = 3820\text{ m}$; $C_1 = 0,027 \cdot 3820/2 = 51,5$. Die durch die Relieflinie und den Tunnelhorizont eingeschlossene Fläche misst 8400000 m^2 . E. Thoma folgend ersetzen wir die Relieflinie durch eine Sinuslinie, die mit dem Tunnelhorizont eine gleich grosse Fläche F einschliesst:

$$(14) \quad F = h_s \int_0^l \sin y \pi/l dy, \text{ oder, wenn } z = y \pi/l,$$

$$F = \frac{h_s l}{\pi} \int_0^\pi \sin z dz = \frac{2 h_s l}{\pi}$$

$$h_s = \frac{F \pi}{2 l} = \frac{8400000 \pi}{24000} = 1099 \text{ oder rund } 1100 \text{ m}$$

(Ordinate des Scheitels).

Es empfiehlt sich, zur Kontrolle, ob die Oberflächenform d. h. die Relieflinie von der Wellenform stark abweicht oder nicht, die Sinuskurve auszuzeichnen. Die einzelnen Ordinaten berechnen sich nach der Gleichung $h = h_s \sin y \pi/l/5$.

1100 m über dem Tunnel sei durch Messung oder Rechnung eine Bodentemperatur festgestellt worden, die um 5°C niedriger ist als die auf der Höhe des Tunnels, also $+3^\circ\text{C}$. Nehmen wir vorläufig an, 1100 m über dem Tunnel betrage der Wärmegradient $0,020^\circ$, bzw. die Tiefenstufe 50 m, dann liegt der Scheitel der Isotherme $\vartheta_0 = 8^\circ\text{C}$ um 250 m tiefer, also 850 m über dem Tunnel. Es ist somit $D = 850\text{ m}$; $D/b = 850/3820 = 0,222$.

Nach Gleichung 11:

$$C_2 = 8 - 51,5 \lg \frac{e^{0,222} + 1}{e^{0,222} - 1} = -105; \frac{\vartheta_0 - C_2}{2 C_1} = 1,1$$

5) Es wurde auch schon vorgeschlagen, die Sinuslinie einfachheitshalber durch eine Parabel zu ersetzen [16]. Die praktische Anwendung hat jedoch seither gezeigt, dass die dabei entstehende Ungenauigkeit doch zu gross wird.

Nach Gleichung 9, bzw. 10:

$$x_1 = 3820 \lg \frac{e^{1,1} + e^{-1,1}}{2} = 1952 \text{ m};$$

$$x_2 = 3820 \lg \frac{e^{1,1} - e^{-1,1}}{2} = 1102 \text{ m}$$

$$x_1 - x_2 = 850 \text{ m} = D; \frac{x_1}{b} = 0,511; \frac{x_2}{b} = 0,288.$$

Damit können wir nun vorerst die in der Höhe des Scheitels der ϑ_0 -Linie angenommene Tiefenstufe überprüfen (Gl. 5):

$$\left(\frac{d \vartheta}{d x} \right)_{x=x_2} = 0,027 \frac{e^{0,288} (e^{0,288} + \sqrt{e^{2 \cdot 0,288} + 1})}{e^{0,288} (e^{0,288} + \sqrt{e^{2 \cdot 0,288} + 1}) + 1} = 0,0216^\circ$$

Die Tiefenstufe wird somit dort 46 m.

Wir führen die Rechnung nochmals durch, indem wir den Scheitel der ϑ_0 -Kurve mit dieser Ausgangstiefenstufe neu bestimmen.

$1100 - 5 \cdot 46 = 870 \text{ m} = D$. Wir erhalten nacheinander $C_2 = -104$; $x_1 = 1913 \text{ m}$; $x_2 = 1043 \text{ m}$; $x_1/b = 0,501$; $x_2/b = 0,273$.

Nach Gleichung 4 ist die Temperatur in der Mitte des Tunnels:

$$\vartheta_1 = 103 \lg (e^{0,501} + \sqrt{e^{2 \cdot 0,501} + 1}) - 104 = 27,3^\circ\text{C}$$

Zur Kontrolle mit x_2/b :

$$\vartheta_0 = 103 \lg (e^{0,273} + \sqrt{e^{2 \cdot 0,273} + 1}) - 104 = 8^\circ\text{C}$$

Der Temperaturunterschied beträgt auf 870 m $19,3^\circ\text{C}$. Der mittlere Gradient ist somit $0,0222^\circ$, die mittlere Tiefenstufe 45 m.

Zum Zeichnen der Isothermen kann noch die mittlere Tiefenstufe für $y = 0$ oder $y = b$ berechnet werden. Daraus kann ersehen werden, wie sich die Isothermen an den Enden des Tunnels nähern. Berechnet man z. B. die Temperatur für einen Punkt 550 m unter der Talsohle, d. h. für $x = 1913 + 550 = 2463 \text{ m}$, so wird $x/b = 0,645$ und $\vartheta = 25^\circ\text{C}$ (Gl. 6).

Die Temperaturzunahme auf 550 m Tiefe ist $25 - 8 = 17^\circ\text{C}$, die mittlere Tiefenstufe somit 32,3 m. Die geothermische Tiefenstufe verengt sich somit von 45,5 m in der Mitte auf 32,3 m an den Enden.

Der Einfluss der *geologischen Verhältnisse* wird in erster Linie durch entsprechende Wahl von $\alpha = 2C_1/b$ berücksichtigt. Im obigen Beispiel sind mit $\alpha = 0,027^\circ$ sehr günstige Verhältnisse angenommen. Nimmt man dagegen an, das Gebirge bestehe aus mit 45° fallenden Gneisen, wobei nach Tabelle 1 $\alpha = 0,033^\circ$ anzunehmen ist, dann wird für das gleiche Beispiel: $C_1 = 63,0$. Der Gradient in der Höhe des Scheitels der Sinuslinie wird jetzt

$$0,0216 \cdot \frac{0,033}{0,027} = 0,0264^\circ$$

und die Ausgangstiefenstufe somit 37,0 m.

$D = 1100 - 5 \cdot 37 = 915 \text{ m}$; $C_2 = -126$; $x_1 = 1844 \text{ m}$; $x_2 = 929 \text{ m}$; $\vartheta_1 = 32^\circ\text{C}$.

Der mittlere Gradient wird $0,026^\circ$, die mittlere Tiefenstufe 38 m.

Nehmen wir den extremen Fall der Tabelle 1, $\alpha = 0,041^\circ$ an (horizontale krystalline Schiefer), so wird $C_1 = 78,3$.

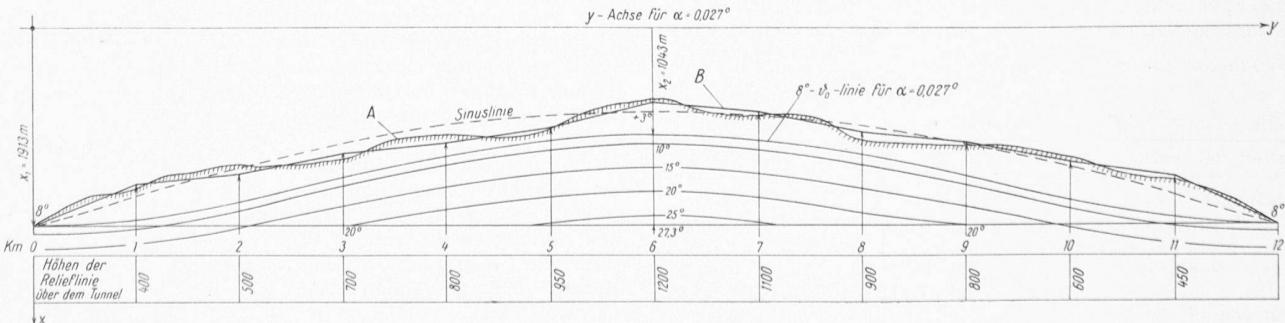


Bild 3. Schematisches Beispiel für $h/l = 1/10$

Der Gradient im Scheitel der Sinuslinie wird

$$0,0216 \cdot \frac{0,041}{0,027} = 0,035^\circ$$

und die Ausgangstiefenstufe 30 m.

$$D = 1100 - 150 = 950 \text{ m}; C_2 = -155; x_1 = 1772 \text{ m}; x_2 = 822 \text{ m}; \vartheta_1 = 40^\circ \text{ C}.$$

Der mittlere Gradient ist hier $0,033^\circ$, die mittlere Tiefenstufe 30 m.

Will man die Temperaturen an einzelnen weiteren Punkten des Tunnels berechnen, so kann dies nach den Gleichungen 2 und 3 erfolgen:

Nehmen wir z. B. den Punkt Km. 3 von einem der Portale:

$$y = 3000 \text{ m}; 2y/b = \frac{2 \cdot 3000\pi}{12000} = \pi/2; \cos \pi/2 = 0$$

für $\alpha = 0,027^\circ$ wird somit

$$\frac{2x}{b} = \frac{2 \cdot 1913}{3820} = 1; e^{2x/b} = e = 2,718;$$

$$A = 2,718 + \sqrt{1 + 2,718^2} = 5,614$$

$$\sqrt{A^2 - 1} = 5,524$$

$$\vartheta_y = 3000 = 51,5 \lg 11,138 - 105 = 20^\circ \text{ C}.$$

So kann die Temperatur für beliebiges α in allen Punkten des Tunnels berechnet werden. Diese Berechnung setzt allerdings eine wenigstens annähernd wellenförmige Relieflinie voraus, was nicht immer der Fall ist. Wie dann in der Praxis verfahren werden kann, soll später am konkreten Beispiel gezeigt werden. (Die in Bild 3 eingezeichnete ϑ_0 -Linie für $\alpha = 0,027^\circ$ ist nach Gleichung 12 bestimmt.)

b) Zweites Beispiel für $h/l = 1/10$

Annahmen: $l = 10000 \text{ m}, h = 1000 \text{ m}, F = 6750000 \text{ m}^2, \vartheta_0 = 8^\circ \text{ C}$, Bodentemperatur 1000 m über dem Tunnel $+ 3,4^\circ \text{ C}$, $b = 3185 \text{ m}, h_s = 1060 \text{ m}$.

Für $\alpha = 0,027^\circ$:

$$C_1 = 43; D = 830 \text{ m}; C_2 = -80; x_1 = 1438 \text{ m}; x_2 = 608 \text{ m}; \vartheta_1 = 26^\circ \text{ C}.$$

Mittlerer Gradient: $0,022^\circ$; mittlere Tiefenstufe: $45,5 \text{ m}$.

Für $\alpha = 0,033^\circ$:

$$C_1 = 52,5; D = 878 \text{ m}; C_2 = -96; x_1 = 1351 \text{ m}; x_2 = 473 \text{ m}; \vartheta_1 = 31^\circ \text{ C}.$$

Mittlerer Gradient: $0,026^\circ$; mittlere Tiefenstufe: 38 m .

Für $\alpha = 0,041^\circ$:

$$C_1 = 65; D = 910 \text{ m}; C_2 = -119; x_1 = 1327 \text{ m}; x_2 = 417 \text{ m}; \vartheta_1 = 37^\circ \text{ C}.$$

Mittlerer Gradient: $0,032^\circ$; mittlere Tiefenstufe: 31 m .

c) Erstes Beispiel für $h/l = 1/5$

Annahmen (Bild 4): $l = 12000 \text{ m}, h = 2400 \text{ m}, F = 16800000 \text{ m}^2, h_s = 2200 \text{ m}, \vartheta_0 = 8^\circ \text{ C}$.

Nach Gleichung 13 würde sich am Scheitel des Sinusbogens eine Bodentemperatur $8 - 22 \cdot 0,457 = -2^\circ \text{ C}$ ergeben. Wir nehmen sie so an.

Für $\alpha = 0,027^\circ$ ist $C_1 = 51,5$. Nach einem ersten Versuch mit einer Ausgangstiefenstufe von 60 m gibt Gleichung 5 eine solche von 56 m.

$$D = 2200 - 10 \cdot 56 = 1640 \text{ m}; C_2 = -72; x_1 = 1050 \text{ m}; x_2 = -590 \text{ m}^6); \vartheta_1 = 40^\circ \text{ C}.$$

$$\frac{\vartheta_0 - C_2}{2C_1} = -\frac{\vartheta_0 - C_2}{2C_1}$$

*) x_2 wird negativ, wenn $e^{2x/b} - e^{-2x/b} < 2$. Dieses ist der Fall, sobald $D/b > 0,347$ bzw. $D/l > 0,115 = 1/8,7$.

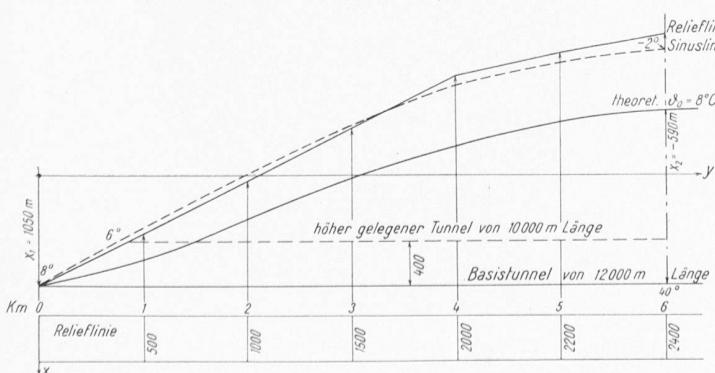


Bild 4. Schematisches Beispiel für $h/l = 1/10$

Mittlerer Gradient: $0,019^\circ$; mittlere Tiefenstufe: $52,6 \text{ m}$. Für $\alpha = 0,033^\circ$ ist $C_1 = 63$; Ausgangstiefenstufe: 46 m .

$$D = 2200 - 10 \cdot 46 = 1740 \text{ m}; C_2 = -80; x_1 = 971 \text{ m}; x_2 = 769 \text{ m}^6); \vartheta_1 = 49^\circ \text{ C}.$$

Mittlerer Gradient: $0,023^\circ$; mittlere Tiefenstufe: $43,5 \text{ m}$.

$$\text{Für } \alpha = 0,041^\circ \text{ ist } C_1 = 78,3; \text{ Ausgangstiefenstufe: } 37 \text{ m}.$$

$$D = 2200 - 10 \cdot 37 = 1830 \text{ m}; C_2 = -105,5; x_1 = 930 \text{ m}; x_2 = -900 \text{ m}^6); \vartheta_1 = 61^\circ \text{ C}.$$

Mittlerer Gradient: $0,029^\circ$; mittlere Tiefenstufe: 35 m .

d) Zweites Beispiel für $h/l = 1/5$

Annahmen: $l = 10000 \text{ m}, h = 2000 \text{ m}, F = 11500000 \text{ m}^2, \vartheta_0 = 8^\circ \text{ C}$, Bodentemperatur 2000 m über dem Tunnel: $+ 2,7^\circ \text{ C}$, $b = 3820 \text{ m}, h_s = 1810 \text{ m}$.

Für $\alpha = 0,027^\circ$:

$$C_1 = 43; D = 1362 \text{ m}; C_2 = -59; x_1 = 882 \text{ m}; x_2 = -480 \text{ m}; \vartheta_1 = 35^\circ \text{ C}.$$

Mittlerer Gradient: $0,019^\circ$; mittlere Tiefenstufe: $52,6 \text{ m}$.

Für $\alpha = 0,033^\circ$:

$$C_1 = 52,5; D = 1446 \text{ m}; C_2 = -70,7; x_1 = 822 \text{ m}; x_2 = -624 \text{ m}; \vartheta_1 = 42^\circ \text{ C}.$$

Mittlerer Gradient: $0,023^\circ$; mittlere Tiefenstufe: $43,5 \text{ m}$.

Für $\alpha = 0,041^\circ$:

$$C_1 = 65; D = 1514 \text{ m}; C_2 = -87; x_1 = 777 \text{ m}; x_2 = -737 \text{ m}; \vartheta_1 = 52^\circ \text{ C}.$$

Mittlerer Gradient: $0,027^\circ$; mittlere Tiefenstufe: 35 m .

e) Zusammenstellung

Tabelle 2: Gradienten bzw. Tiefenstufe

α °C	ϑ_1 °C	mittlerer Gradient °C	mittlere Tiefenst. m	ϑ_1 °C	mittlerer Gradient °C	mittlere Tiefenst. m
		$h/l = 1200/12000$			$h/l = 1000/10000$	
0,027	27,3	0,022	45,5	26	0,022	45,5
0,033	32	0,026	38	31	0,026	38
0,041	40	0,033	30	37	0,032	31
		$h/l = 2400/12000$			$h/l = 2000/10000$	
0,027	40	0,019	52,6	35	0,019	52,6
0,033	49	0,023	43,5	42	0,023	43,5
0,041	61	0,029	35	52	0,029	35

Für ein gegebenes Verhältnis h/l und ein bestimmtes α bleibt der Wärmegradient praktisch konstant. Bei gleichem Verhältnis h/l kann nämlich D/b in Gleichung 11 und damit ϑ_1 praktisch als konstant betrachtet werden.

Bei gleicher Ueberlagerung h werden für verschiedene Tunnellängen Gradient, Tiefenstufe und damit auch die Temperatur ϑ in der Tiefe des Tunnels für gleiche Werte von α verschieden. Für eine Ueberlagerung von 2000 m z. B. ist der mittlere Gradient für

$$l = 20000 \text{ m} \quad l = 10000 \text{ m}$$

$$\alpha = 0,027^\circ \quad 0,022^\circ \quad 0,019^\circ$$

$$\alpha = 0,033^\circ \quad 0,026^\circ \quad 0,023^\circ$$

$$\alpha = 0,041^\circ \quad 0,033^\circ \quad 0,029^\circ$$

Je grösser der Wert von h/l ist, desto niedriger wird der mittlere Wärmegradient.

f) Einfluss der Höhenlage

Die bisher betrachteten schematischen Beispiele nahmen stets Basistunnel an, deren Länge l gleich der Periode $b\pi$ war. Wenn der Tunnel nur wenig über den beidseitigen Talsohlen liegt, macht es praktisch kaum etwas aus, wenn trotzdem seine Länge gleich $b\pi$ gesetzt wird. Wenn es sich jedoch um einen erheblich höher gelegenen Durchstich handelt, so muss das berücksichtigt werden. Man kann die Werte C_1, C_2, D, x_1 und x_2 für einen Tunnel durch die Basis berechnen und hierauf mit diesen die Temperaturen, bzw. den Gradienten und die Tiefenstufe für den höher gelegenen Tunnel finden. So erhält man z. B. für den höher gelegenen Tunnel von 10000 m Länge mit einer Ueberlagerung von 2000 m in Bild 4 für ϑ_1 folgende Werte: Für $\alpha = 0,027^\circ$: 33° C ; für $\alpha = 0,033^\circ$: 39° C ; für $\alpha = 0,041^\circ$: 49° C , also niedrigere Werte als für den oben behandelten Basistunnel von gleicher Länge und gleicher Ueberlagerung.

Schluss folgt