

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 71 (1953)  
**Heft:** 27

**Artikel:** Particularités du calcul des vannes du type à caisson  
**Autor:** Prince, C.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-60582>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 05.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

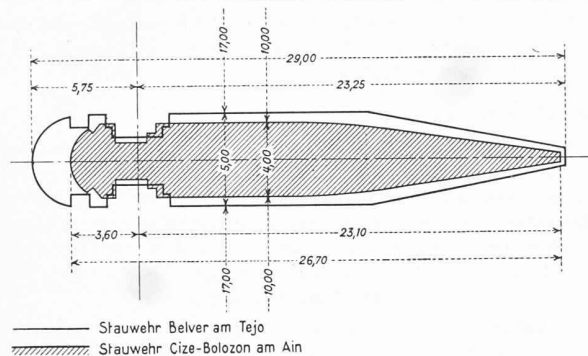


Bild 1. Querschnitt eines Wehrpfeilers, 1:400

unschädliche Ableitung solcher Wasserführungen erforderte eine Wehrlänge von 259 m. Zwischen 5 m breiten Wehrpfeilern sind zwölf Oeffnungen mit 17 m lichter Weite und 14,15 m Stauhöhe vorhanden. Der spezifische Durchfluss pro m Oeffnungsweite beträgt somit mehr als 78 m<sup>3</sup>/s. Das Wehr wurde sogar für ein katastrophales Hochwasser von 18 000 m<sup>3</sup>/s (88 m<sup>3</sup>/s pro m) dimensioniert. Von unseren Wehrbauten am Rhein<sup>3)</sup> weist bei ähnlicher Stauhöhe nur dasjenige des Kraftwerkes Laufenburg ähnlich hohe spezifische Werte auf. Die

3) SBZ 1944, Band 124, Seite 337\*.

Wehrverschlüsse bestehen aus Doppelhakenschützen, die in Anbetracht der grossen Staufläche bemerkenswerte Konstruktionen des Stahlwasserbaues darstellen. An deren Erstellung waren die Conrad Zschokke AG., Döttingen, und die Bell & Cie. AG., Kriens (Windwerke), beteiligt. Interessant ist die nach hydraulischen Ueberlegungen gewählte, sehr schlanke Querschnittform der Wehrpfeiler (Bild 1). Aehnlich wurden vom gleichen Projektverfasser die Pfeiler des 1929 bis 1932 erbauten Kraftwerkes Cize-Bolozon am Ain<sup>4)</sup>, 60 km westlich Genf, ausgebildet. Für die Gestaltung des vertieften Absturzbodens mit Gegenschwelle wurden in der hydraulischen Versuchsanstalt der Ecole Polytechnique der Universität Lausanne eingehende Modellversuche ausgeführt. Der möglichst guten Energieverrichtung der abstürzenden Wassermassen musste besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden, weil der Baugrund aus wohl tragfähigen und relativ dichten, aber gegen Erosion nicht sehr widerstandsfähigen schwarzblauen Schiefen besteht. Der Fels steht übrigens im natürlichen Flussbett an, so dass die Bauwerke ohne Schwierigkeiten in offener Grube errichtet werden konnten. Injektionen zur Abdichtung des Untergrundes waren nur in beschränkter Masse notwendig. Eine ausführliche Darstellung dieses Stauwehres, das eines der grössten von Europa ist, findet sich mit Bildern dokumentiert im «Bulletin Technique de la Suisse Romande» vom 24. Januar und 7. Februar 1953. E. St.

4) SBZ 1932, Band 99, Seite 248 und 333.

## Particularités du calcul des vannes du type à caisson

Par C. PRINCE, Ing. dipl. EPF, Bâle

### 1. Généralités

Il est incontestable que la construction métallique a subi, ces dernières années, une évolution accentuée dans le sens de l'utilisation de systèmes porteurs du type à caisson. Quoique l'idée ne soit pas nouvelle (Britannia Bridge 1848<sup>1)</sup>, elle avait été mise en veilleuse pendant la période qui vit la multiplication des systèmes triangulés. L'avènement de la soudure électrique, le perfectionnement de l'oxycoupage, la production sans cesse améliorée d'aciers soudables comme aussi l'affirmation d'une esthétique nouvelle des constructions, sont autant de facteurs qui ont contribué à la remise en faveur des poutres à âme pleine tout d'abord, des caissons par la suite. Ces derniers fournissent à l'ingénieur des sections rigides à la torsion comme à la flexion et permettent une utilisation particulièrement rationnelle du matériel.

Dans le domaine limité et pourtant si varié des constructions hydrauliques, le caisson est appelé à jouer un rôle important pour des raisons bien déterminées:

a) Sa grande rigidité à la flexion et à la torsion garantit un minimum de déformation sous la charge et, partant, facilite le fonctionnement correct des étanchéités.

b) Il remplit sans difficulté, en plus de sa fonction statique, une fonction hydraulique déterminée (par exemple, comme coursier de déversement).

c) Son entretien est aisé. Le caisson immergé ne risque pas de devenir, comme un «treillis», le lieu de rassemblement des déchets charriés par le courant.

Nous avons mentionné plus haut les facteurs qui ont favorisé le développement des systèmes porteurs du type à caisson. Il faudrait y ajouter le perfectionnement des méthodes de cal-

1) Cf. «Mémoires de l'A. I. P. C.», Tome 1, 1932, p. 298.

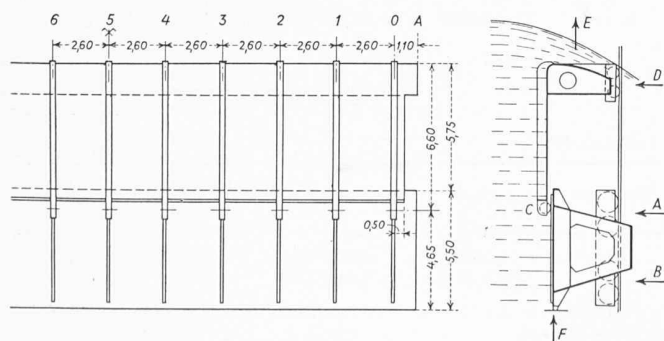


Fig. 1a

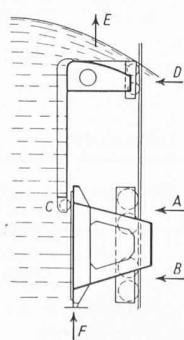


Fig. 1b

cul, en particulier les études sur les plaques et les coques, la stabilité des tôles minces et les problèmes de torsion. C'est sur ce dernier point que nous voulons nous arrêter aujourd'hui. A l'aide d'un exemple tiré de la pratique, nous montrerons une possibilité de résolution d'un problème certes assez courant, mais qui trop souvent doit se contenter d'une solution approchée dont le degré d'exactitude n'est pas déterminable a priori.

### 2. Le corps supérieur d'une vanne à crochet du type à caisson

L'objet de notre étude sera une vanne double à crochet, de grandes dimensions (Fig. 1). Le corps inférieur a une section trapézoïdale sensiblement symétrique par rapport à l'axe horizontal. Le corps supérieur, par contre, a une section franchement dissymétrique et les charges qui le sollicitent sont aussi bien horizontales que verticales. Il apparaît indiqué de considérer l'ensemble de la section du corps supérieur comme un tout. Cette opinion est renforcée par le fait que la tôle de bordage possède une rigidité exceptionnelle dans le plan vertical et que, par ailleurs, la présence de couples nombreux et rigides assure l'indéformabilité de la section. En examinant la fig. 1b, nous remarquons que, pour une charge symétrique, le système est extérieurement isostatique, c'est-à-dire, que nous pouvons déterminer sans difficulté les réactions d'appui  $\Sigma A$ ,  $\Sigma B$ ,  $\Sigma C$  et  $\Sigma D$ , comme d'ailleurs  $\Sigma E$  et  $\Sigma F$ . La condition de symétrie nous livre immédiatement les valeurs de  $A$ ,  $B$ ,  $D$ ,  $E$  et  $F$ . Les valeurs de  $C_0$  à  $C_{10}$ , par contre, ne sont pas déterminables à partir des conditions d'équilibre seules. Nous avons 11 liaisons  $C_i$  et 6 équations seulement:

$$\Sigma C = \text{constante connue}$$

$$C_0 = C_{10} \quad C_1 = C_9 \quad C_2 = C_8 \quad C_3 = C_7 \quad C_4 = C_6$$

Il reste donc  $11 - 6 = 5$  inconnues, le système est intérieurement hyperstatique au 5ème degré.

Pour simplifier un peu le problème, nous allons séparer complètement le corps supérieur du corps inférieur. Comme ce dernier est élastique, il se déformera sous les charges qui le sollicitent, dont les forces d'appui  $C_i$ . Pour le calcul de ces déformations, en particulier de celles à la hauteur de  $C$  (pour la position et la charge considérées), nous admettrons que les forces d'appui  $C_i$  ont une valeur proportionnelle à la largeur de charge des couples  $M_i$ , soit par exemple.

$$C_0 = \Sigma C \cdot \frac{1,30 + 0,50}{10 \cdot 2,60 + 2 \cdot 0,50} = \Sigma C \frac{1,80}{27,00} = \varphi_0 \Sigma C$$

Cette hypothèse implique l'identité des lignes élastiques des corps supérieur (en particulier du caisson) et inférieur,

à la hauteur de  $C$ . Cette identité est infiniment peu probable, mais étant donné le rôle restreint joué par les forces d'appui  $C_i$  (donc aussi par leur variation le long de la vanne), il était raisonnable de partir avec cette erreur. On pourrait évidemment traiter l'ensemble de la vanne double comme un seul système — en alourdissant le calcul — ou encore considérer le calcul que nous esquisserons plus loin comme une première approximation et le répéter jusqu'à ce que les valeurs  $C_0$  à  $C_{10}$  introduites dans le calcul des déformations du corps inférieur soient retrouvées à la fin du calcul du corps supérieur. En fait, ce travail est inutile, car l'erreur admise n'affecte qu'à peine 2% de la charge du corps inférieur tandis que nous serons obligés par la suite d'accepter des hypothèses simplificatrices influençant certainement dans une plus grande mesure le degré d'exactitude du calcul.

Nous considérons maintenant le corps supérieur, isolé et sous l'action d'une charge quelconque. Un calcul précédent nous a donné les réactions d'appui  $\Sigma C, D, E$ , ainsi que les déplacements horizontaux  $c_0$  à  $c_{10}$  dus à la flexion et à la torsion du corps inférieur. La section du corps supérieur (caisson et tôle de bordage) est sollicitée tant à la flexion qu'à la torsion. Il est donc de toute importance de connaître, en plus des axes principaux d'inertie, l'emplacement du centre de torsion, qui est en même temps le centre de cisaillement pour la flexion sans torsion. Bien plus, nous devons déterminer le lieu géométrique des centres de torsion des sections, autrement dit, l'axe de torsion du corps entier, afin de pouvoir, abstraction faite de l'hyperstaticité du système, déterminer la sollicitation du corps à la flexion avec cisaillement d'une part, à la torsion pure d'autre part. La section du corps supérieur varie sur les deux tiers extérieurs, le tiers médian de la vanne étant de section constante. L'emplacement du centre de torsion 0 diffère d'une section à l'autre, mais le calcul de plusieurs sections a montré qu'il ne variait sensiblement que dans les sections d'extrémité, privées de tôle de bordage. Ces dernières ne sauraient influencer beaucoup les déformations d'ensemble du système: nous prendrons donc, comme axe de torsion, la droite passant par le centre de torsion de la section médiane et perpendiculaire au plan vertical de symétrie de la vanne.

Idéalisons maintenant la construction et imaginons-la entièrement concentrée en son axe de torsion, axe qui, pour ce corps, joue en quelque sorte le même rôle que joue l'axe de gravité pour un corps symétrique. Les couples  $M_i$ , rigides essentiellement dans un plan perpendiculaire à l'axe de torsion, n'ont pas ou que très peu d'influence sur une sollicitation du corps dans tout plan  $\Delta$  contenant l'axe de torsion (Fig. 2). L'influence de la tôle de bordage étant contenue implicitement dans l'hypothèse de concentration du corps en son axe de torsion, il nous apparaît légitime de considérer les couples  $M_i$  comme des membres extérieurs à la construction, et capables d'exercer une action sur elle. La rigidité négligeable de la tôle de bordage dans son plan nous autorise de même à considérer les couples comme indépendants les uns des autres pour les déplacements dans un plan perpendiculaire à l'axe de torsion, les seuls d'ailleurs que nous considérons. Précisons encore que la rigidité des couples est calculée en tenant compte de la part de la tôle de bordage qui leur revient.

Nous rendrons le système isostatique en introduisant des rotules entre les couples internes  $M_1$  à  $M_9$  et l'axe de torsion. Les couples externes  $M_0$  et  $M_{10}$  restent solidaires de l'axe de torsion (Fig. 3). Les grandeurs hyperstatiques sont les moments d'encastrement  $X_1$  à  $X_9$ . La condition de déformation s'énonce: L'angle relatif entre la section (concentrée) et le couple  $M_i$  est égal à zéro; ou mathématiquement:

$$\alpha_i = \alpha_{i0} + \alpha_{i1} X_1 + \alpha_{i2} X_2 + \alpha_{i3} X_3 + \alpha_{i4} X_4 + \alpha_{i5} X_5 = 0$$

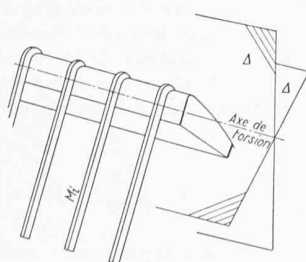


Fig. 2

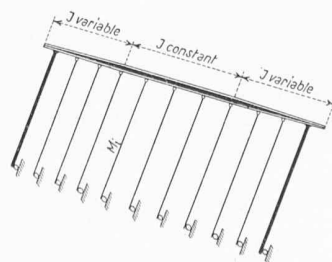


Fig. 3

Nous esquisserons plus loin la résolution du problème; nous allons maintenant donner un exemple du calcul des coordonnées du centre de torsion.

### 3. Le calcul du centre de torsion

Nous utiliserons la méthode de statique appliquée établie récemment par Monsieur le Prof. Dr. F. Stüssi<sup>2)</sup>, méthode d'une remarquable simplicité et qui, libérée d'un appareil mathématique compliqué, autorise un contrôle continu du calcul numérique. Après avoir déterminé les coordonnées du centre de gravité ainsi que les moments d'inertie principaux, nous procédons aux opérations suivantes:

- a) Détermination des caractéristiques géométriques des segments rectilignes (ou supposés tels) constituant la section (Fig. 4), Tableau I.
- b) Calcul des  $\tau_0$  dans le système isostatique sous l'action de  $Q_1 = 1$  tonne, agissant au centre de torsion (supposé connu).
- c) Calcul des  $q_0 =$  résultante des  $\tau_0$  pour chaque segment, Tableau II.
- d) Calcul de la grandeur hyperstatique «s».
- e) Calcul de l'ordonnée du centre de torsion.

Remarquons tout d'abord que, dans le système isostatique, nous avons

$$\tau_i = - \frac{1}{d_i} \int_{i-1}^i \frac{d\sigma}{dz} dF + \tau_{i-1} \frac{d_{i-1}}{d_i}$$

La valeur  $d\sigma/dz = \sigma'$  est égale, par exemple, pour une charge parallèle à l'axe 1, à

$$\sigma' = \frac{d\sigma_i}{dz} = \frac{Q_1}{J_2} \xi$$

Pour les segments d'épaisseur constante  $d_i$ , nous avons

$$\tau_i = \tau_{i-1} - b_i \frac{\sigma'_{i-1} + \sigma'_i}{2}$$

$$\tau_i = \tau_{i-1} - b_i \frac{Q_1}{J_2} \frac{\xi_{i-1} + \xi_i}{2}$$

ou encore

$$J_2 \tau_i = \tau_{i-1} - b_i \frac{\xi_{i-1} + \xi_i}{2}, \text{ puisque } Q_1 = 1 \text{ t}$$

De même,

$$q_i = d_i b_i \left[ \tau_{i-1} - \frac{b_i}{6} (2\sigma'_{i-1} + \sigma'_i) \right]$$

devient

$$J_2 q_i = F \left[ J_2 \tau_{i-1} - \frac{b_i}{6} (2\xi_{i-1} + \xi_i) \right]$$

d) Calcul de la grandeur hyperstatique «s»

Tableau III

Segment	1/4/5	7	9/10/13/14 15/18/19	20/23/26	$\Sigma$
$q_i$	-0,063 588	0,108 034	0,958 367	0,117 778	
$q_i : d_i$	-0,052 990	0,033 761	0,798 639	0,065 432	0,844 842
$b_i$	290,2	67,4	322,0	114,4	
$b_i : d_i$	241,8333	21,0625	268,3333	63,5556	594,7847
$s = - \frac{\Sigma q_i / d_i}{\Sigma b_i / d_i}$	$= - \frac{0,844 842}{594,7847} = -0,001 420 415 \text{ t/cm}$				

Tableau IV

Segment	1/4/5	7	9/10/13/14 15/18/19	20/23/26
$q_0$	-0,063 588	0,108 034	0,958 367	0,117 778
$q_s$	-0,412 204	-0,095 736	-0,457 374	-0,162 496
$q \text{ total}$	-0,475 792	0,012 298	0,500 993	-0,044 718

<sup>2)</sup> Prof. Dr. F. Stüssi: Les barres élastiques, à section en caisson, à parois minces. «Mémoires A. I. P. C.», Tome 11, 1951.

Tableau I. Exemple numérique: Calcul de l'ordonnée pour la Section 5,  $J_2 = 16\,757\,414\text{ cm}^4$

a) Caractéristiques géométriques						b) Calcul des $J_2 \tau_i$ dans le système isostatique				
Seg- ment	$b$	$d$	$F$	$\xi_{i-1}$	$\xi_i$	$J_2 \tau_{i-1}$	$\frac{\xi_{i-1} + \xi_i}{2}$	$1 b \frac{\xi_{i-1} + \xi_i}{2}$	$J_2 \tau_i$	Report pour segment consécutif
No.	cm	cm	cm <sup>2</sup>	cm	cm	tcm <sup>2</sup>	cm	tcm <sup>2</sup>	tcm <sup>2</sup>	tcm <sup>2</sup>
1	58,7	1,2	70,44	-106,5	-51,5	0	-79,00	-4 637	-4 637	-4 637
2	6,5	1,0	6,50	-51,0	-56,8	0	-53,90	350	-350	350
3	12,0	1,0	12,00	-56,8	-51,5	-350	-54,15	650	-1 000	833
4	55,5	1,2	66,60	-51,5	0	-5 740	-25,75	-1 429	-6 899	-6 899
5	176,0	1,2	211,20	0	161,7	-6 899	80,85	14 229	7 320	2 748
6	2,6	3,2	8,32	164,5	163,3	0	163,90	426	426	426
7	67,4	3,2	215,68	163,3	138,0	3 174	150,65	10 152	13 328	35 542
8	8,0	1,2	9,60	145,3	138,0	0	141,65	1 132	1 132	1 132
9	64,5	1,2	77,40	138,0	73,5	36 674	105,75	6 822	43 496	43 496
10	64,5	1,2	77,40	73,5	9,7	43 496	41,6	2 684	46 180	46 180
11	6,5	1,0	6,50	17,5	11,8	0	14,65	95	95	95
12	12,0	1,0	12,00	11,8	9,7	95	10,75	129	224	186
13	10,5	1,2	12,60	9,7	0	46 366	4,85	51	46 417	46 417
14	48,5	1,2	58,20	0	-48,0	46 417	-24,00	-1 164	45 253	45 253
15	59,0	1,2	70,80	-48,0	-104,6	45 253	-76,30	-4 501	40 752	40 752
16	6,5	1,0	6,50	-93,5	-99,0	0	-96,25	625	-625	625
17	12,0	1,0	12,00	-99,0	-104,6	-625	-101,80	1 222	-1 847	1 539
18	36,0	1,2	43,20	-104,6	-137,8	39 213	-121,20	-4 364	34 849	34 849
19	39,0	1,2	46,80	-137,8	-151,0	34 849	-144,40	5 631	29 218	19 478
20	15,5	1,8	27,90	-151,0	-144,8	19 478	-147,90	2 292	17 186	17 186
21	8,0	1,0	8,00	-126,9	-129,3	0	-128,10	1 024	-1 024	1 024
22	15,0	1,0	15,00	-129,3	-144,8	-1 024	-137,05	2 056	-3 080	1 711
23	50,0	1,8	90,00	-144,8	-125,6	15 475	-135,20	6 760	8 715	8 715
24	8,0	1,0	8,00	-107,5	-110,2	0	-108,85	870	-870	870
25	15,0	1,0	15,00	-110,2	-125,6	-870	-117,90	1 769	-2 639	1 466
26	48,9	1,8	88,02	-125,6	-107,0	7 249	-116,3	5 688	1 561	1 561
27	10,6	1,8	19,08	-107,0	-102,9	1 561	-104,95	1 112	449	673
28	267,2	1,0	267,20	-102,9	0	673	-51,45	-13 746	-13 073	-13 073
29	218,3	1,0	218,30	0	82,5	-13 073	41,25	9 004	-4 069	-2 075
30	30,0	1,96	58,80	82,5	55,0	-2 075	68,75	2 062		-13 ≈ 0

Tableau II.

c) Calcul des résultantes  $q_i$  dans le système isostatique

Seg- ment	$\xi_{i-1}$	$\xi_i$	$2 \xi_{i-1} + \xi_i$	$\frac{b}{6}$	$F$	$J_2 \tau_{i-1}$	$1 \frac{b}{6} (2 \xi_{i-1} + \xi_i)$	$J_2 q_i$	$q_i$
No.	cm	cm	cm	cm	cm <sup>2</sup>	tcm <sup>2</sup>	tcm <sup>2</sup>	tcm <sup>4</sup>	t
1	-106,5	-51,5	-264,5	9,783	70,44	0	-2 588	-182 277	-0,010 877
4	-51,5	0	-103,0	9,250	66,60	-5 470	-953	-427 805	-0,025 529
5	0	161,7	161,7	29,333	211,20	6 899	4 743	-455 492	-0,027 182
7	163,3	138,0	464,6	11,233	215,68	3 174	5 219	1 810 370	0,108 034
9	138,0	73,5	349,5	10,750	77,40	36 674	3 757	3 129 532	0,186 755
10	73,5	9,7	156,7	10,750	77,40	43 496	1 685	3 497 048	0,208 687
13	9,7	0	19,4	1,750	12,60	46 366	34	584 652	0,034 889
14	0	-48,0	-48,0	8,083	58,20	46 417	-388	2 678 943	0,159 866
15	-48,0	-104,6	-200,6	9,833	70,80	45 253	-1 972	3 063 321	0,182 864
18	-104,6	-137,8	-347,0	6,000	43,20	39 213	-2 082	1 604 054	0,095 722
19	-137,8	-151,0	-426,6	6,500	46,80	34 849	-2 773	1 501 193	0,089 584
20	-151,0	-144,8	-447,8	2,583	27,90	19 478	-1 157	511 253	0,030 509
23	-144,8	-125,6	-415,2	8,333	90,00	15 475	-3 460	1 081 336	0,064 529
26	-125,6	-107,0	-358,2	8,150	88,02	7 249	-2 919	381 059	0,022 740
27	-107,0	-102,9	-316,9	1,767	19,08	1 561	-560	19 111	0,001 141
28	-102,9	0	-205,8	44,533	267,20	673	-9 165	-2 268 904	-0,135 397
29	0	82,5	82,5	36,383	218,30	-13 073	3 002	-2 198 499	-0,131 196
30	82,5	55,0	220,0	5,000	58,80	-2 075	1 100	-57 250	0,003 416
2	-51,0	-56,8	-158,8	1,083	6,50	0	-172	-1 118	-0,000 067
3	-56,8	-51,5	-165,1	2,000	12,00	-350	-330	-8 166	-0,000 487
6	164,5	163,3	492,3	0,433	8,32	0	213	1 774	0,000 106
8	145,3	138,0	428,6	1,333	9,60	0	571	5 486	0,000 327
11	17,5	11,8	46,8	1,083	6,50	0	51	329	0,000 020
12	11,8	9,7	33,3	2,000	12,00	95	67	1 941	0,000 116
16	-93,5	-99,0	-286,0	1,333	6,50	0	-381	-2 014	-0,000 120
17	-99,0	-104,6	-302,6	2,000	12,00	-625	-605	-14 769	-0,000 881
21	-126,9	-129,3	-383,1	1,333	8,00	0	-511	-4 086	-0,000 244
22	-129,3	-144,8	-403,4	2,500	15,00	-1 024	-1 009	-30 499	-0,001 820
24	-107,5	-110,2	-325,2	1,333	8,00	0	-433	-3 468	-0,000 207
25	-110,2	-125,6	-346,0	2,500	15,00	-870	-865	-26 037	0,001 554

Contrôle de la grandeur hyperstatique:  $\int \tau du = 0$

$$\int \tau du = -\frac{0,475\,792}{1,2} + \frac{0,012\,298}{3,2} + \frac{0,500\,993}{1,2} - \frac{0,044\,718}{1,8} =$$

$$= -0,396\,4940 + 0,003\,8432 + 0,417\,4941 - 0,024\,8432 = 0,000\,0001 \approx 0$$

Pour les segments 2, 3, 6, 8, 11, 12, 16, 17, 21, 22, 24, 25, 27, 28, 29 et 30, on a  $q_{\text{total}} = q_0$ .

e) Calcul de l'ordonnée  $\eta$

On néglige l'influence des segments 2, 3, 11, 12, 16, 17, 21, 22, 24 et 25. Le calcul est exécuté au Tableau V.

Un calcul analogue sera fait pour obtenir l'abscisse  $\xi$  du centre de torsion. Les résultats de ces deux calculs sont donnés

sous forme graphique dans les fig. 5 a et 5 b. Ces diagrammes sont particulièrement intéressants en vue de la justification des contraintes puisqu'on y peut lire la valeur du flux de cisaillement total en un point quelconque de la section sollicitée par un effort tranchant  $Q_1$  ou  $Q_2 = 1$  tonne, agissant au centre de torsion. Il suffira donc de multiplier cette valeur par celle de l'effort tranchant effectif  $Q_1$  ou  $Q_2$  pour obtenir le flux de cisaillement au point considéré. Nous reviendrons plus loin sur la justification des contraintes.

4. Résolution du système statique

Après avoir rendu le système isostatique par l'introduction de rotules aux appuis des couples internes sur l'axe de torsion, nous calculons les angles relatifs  $\alpha_{i,0}$  entre ces couples et l'axe de torsion (représentant toujours le corps supérieur entier). Pour faciliter le calcul numérique, effectué à l'aide d'une machine à calculer de type courant, nous écrivons<sup>3)</sup>

$$\alpha_{i,0} = \int \frac{M_0 M_i}{E J} dx \rightarrow \Sigma \left[ K \left( \frac{M_0}{E J} \right) M_i \right] = \frac{1}{E J_c} \Sigma \left[ K \left( M_0 \frac{J_c}{J} \right) M_i \right]$$

où

$$K \left( M_0 \frac{J_c}{J} \right) = \frac{1}{6} \left[ (M_{0m-1} + 2M_{0m}) \lambda_{m-1} \frac{J_c}{J_{m-1}} + (2M_{0m} + M_{0m+1}) \lambda_m \frac{J_c}{J_m} \right]$$

A remarquer que les valeurs de  $K (M_0 J_c / J)$  sont données par la machine sans qu'il soit nécessaire de noter un résultat intermédiaire. Nous donnons, à titre d'exemple, le calcul numérique

<sup>3)</sup> Prof. Dr. F. Stüssli: Baustatik I, Basel 1946, Verlag Birkhäuser, p. 251

d'un des termes partiels dont l'ensemble constitue l'angle relatif  $\alpha_{i,0}$ . Il s'agit de la contribution apportée à  $\alpha_{i,0}$  par la flexion du caisson (sous ce terme nous comprendrons dorénavant l'ensemble du corps concentré en son axe de torsion) sous l'action des forces *horizontales* (fig. 6). Remarquons tout d'abord que dans l'expression

$$\alpha_{i,0}^c = \int \frac{M_0 M_i}{E J_2} \cos^2 \beta dx + \int \frac{M_0 M_i}{E J_1} \sin^2 \beta dx$$

le second terme du membre de droite est négligeable par rapport au premier car  $\sin^2 \beta < \cos^2 \beta$  et  $J_1 > J_2$ . Le Tableau VI nous donne les valeurs de  $\lambda' = \lambda J_c / J$ .

Tableau VI. Valeurs de  $\lambda'$

Point	$J_2$	$\cos^2 \beta$	$\frac{J_2}{\cos^2 \beta}$	$\frac{J_c}{J}$	$\lambda$	$\lambda' = \lambda \frac{J_c}{J}$
	m <sup>4</sup>		m <sup>4</sup>		m	m
A	0,05253	1,0000	0,05253	3,748	1,100	3,890
0	0,05676	0,9584	0,05922	3,325	2,600	7,636
1	0,07311	0,9463	0,07726	2,549	2,600	5,364
2	0,11363	0,9103	0,12482	1,578	2,600	3,351
3	0,16757	0,8510	0,19690	1,000	2,600	2,600
4	0,16757	0,8510	0,19690	1,000	2,600	2,600
5	0,16757	0,8510	0,19690	1,000	2,600	2,600

$J_c = 0,19690 \text{ m}^4$

Tableau V

Segment		1/4/5	6/7	8/9/10	13/14/15	18	19	20/23/26 27/28/29	30
$Q_{\text{total}}$	t	0,475 792	0,012 404	0,212 535	0,210 010	0,044 587	0,034 188	-0,310 170	0,003 416
Distance au centre de gravité	cm	43,0	195,0	180,0	174,0	178,0	180,0	98,2	487,7
Moment statique	cmt	20,450	2,419	38,256	36,542	7,936	6,154	-30,459	1,666

$$\eta = \frac{\Sigma M}{\Sigma q} = \frac{82,964}{1,0} = 82,964 \text{ cm}$$

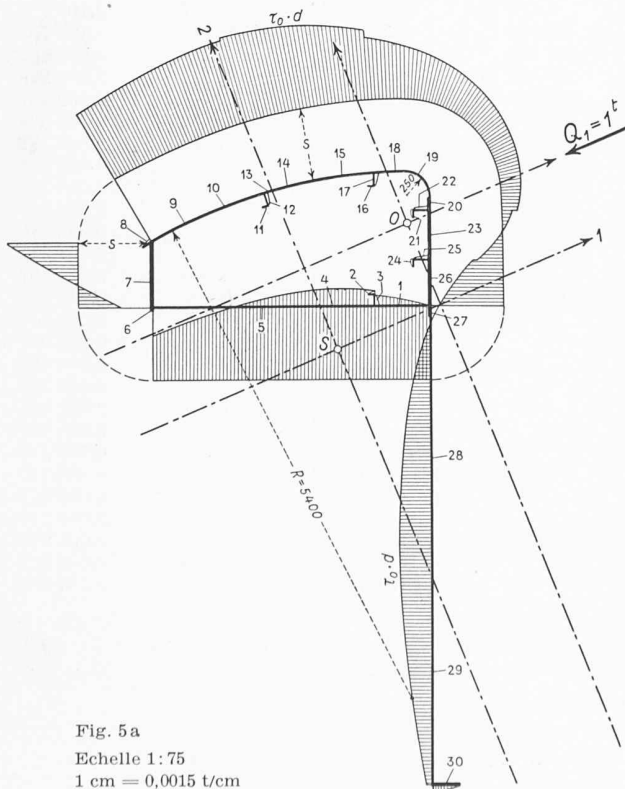


Fig. 5 a  
Echelle 1:75  
1 cm = 0,0015 t/cm

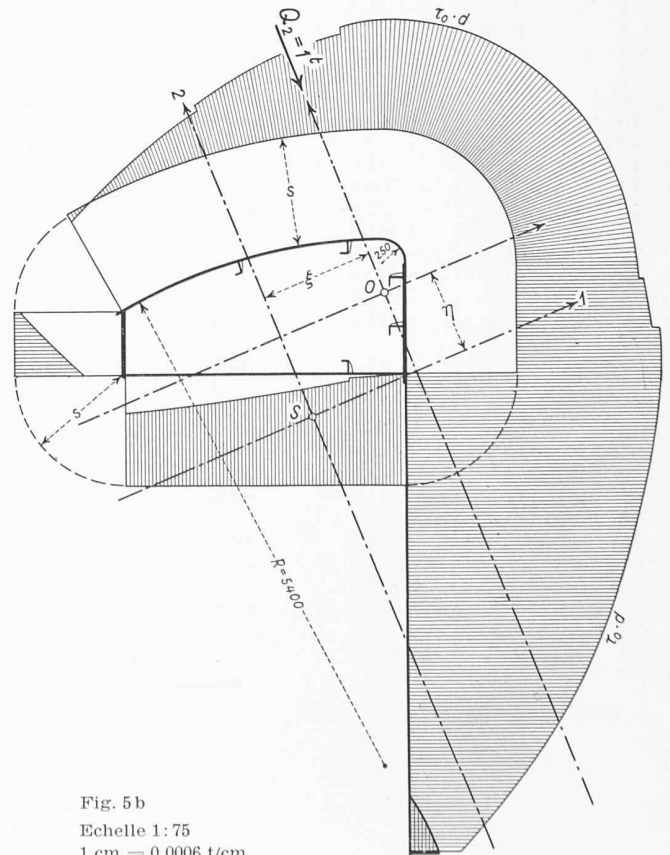


Fig. 5 b  
Echelle 1:75  
1 cm = 0,0006 t/cm

Légende: S = Centre de gravité, O = Centre de torsion ≡ Centre de cisaillement, s = Flux de cisaillement hyperstatique

Avec  $\lambda'$  nous tenons compte de la variation de  $J_2$  et de l'angle  $\beta$ . Nous pouvons donc écrire:

$$\alpha_{i0}^c = \frac{1}{E J_c} \sum [K (M_0) M_i]$$

où les  $K (M_0)$  seront calculés à l'aide des  $\lambda'$ , évidemment. Les  $M_0$  étant connus, que valent les  $M_i$ ? Rappelons que nous cherchons l'influence de la flexion du caisson sur l'angle  $\alpha_{i0}$ . Pour calculer cet angle, nous avons introduit deux moments symétriques  $M = 1$  dans le système virtuel (Fig. 7) qui provoquent d'une part de la flexion dans les couples, d'autre part de la flexion et de la torsion dans le caisson. Seule nous intéresse ici la flexion du caisson, puisque  $W$  agit au centre de torsion du système (donc pas de torsion dans le système réel). L'équilibre des couples dans le système virtuel exige des réactions d'appui égales à  $1/h$  qui provoquent dans le caisson des moments de flexion  $M_i = l_i/h$  de signe contraire aux  $M_0$  dus à  $W$  (Fig. 8). Le tableau VII contient le calcul de  $\alpha_{i0}^c$ .

Sous l'action de charges verticales, le caisson est sollicité à la torsion aussi (Fig. 9). Le calcul de  $\alpha_{i0}^{ct}$  se fait aisément à l'aide de l'équation connue

$$\alpha_{i0}^{ct} = \int T_0 T_i \Omega dx$$

où

$$\Omega = \frac{1}{4 F^2 G} \int \frac{ds}{d} \rightarrow \frac{1}{4 F^2 G} \sum \frac{s_k}{d_k}$$

En remarquant que  $T_i$  est toujours égal à 1, puisque nous opérons avec une paire de moments symétriques, nous avons finalement

$$\alpha_{i0}^{ct} = \Omega_c \sum \lambda'_i T_{0i}$$

Une fois que les éléments constitutants de  $\alpha_{i0}$ , soit

- $\alpha_{i0}^u$  (dû au déplacement de la vanne inférieure)
- $\alpha_{i0}^m$  (dû à la flexion des couples internes)
- $\alpha_{i0}^M$  (dû à la flexion des couples externes)
- $\alpha_{i0}^c$  (dû à la flexion du caisson)
- $\alpha_{i0}^{ct}$  (dû à la torsion du caisson)

sont déterminés, leur somme algébrique donne les coefficients  $\alpha_{i0}$ . Un calcul analogue livrera les coefficients  $\alpha_{ik}$ . Enfin, la résolution du système d'équations

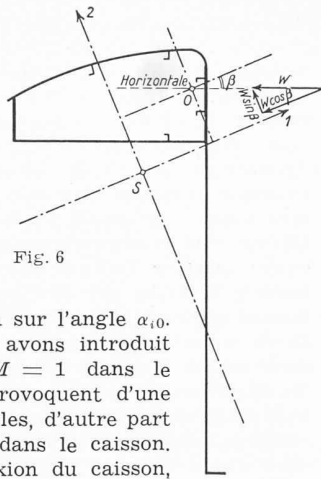


Fig. 6

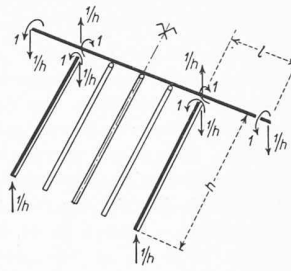


Fig. 7

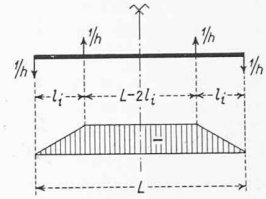


Fig. 8

$$\begin{aligned} \alpha_{10} + \alpha_{11} X_1 + \alpha_{12} X_2 + \alpha_{13} X_3 + \alpha_{14} X_4 + \alpha_{15} X_5 &= 0 \\ \alpha_{20} + \alpha_{21} X_1 + \alpha_{22} X_2 + \alpha_{23} X_3 + \alpha_{24} X_4 + \alpha_{25} X_5 &= 0 \\ \dots & \dots \\ \alpha_{50} + \alpha_{51} X_1 + \alpha_{52} X_2 + \alpha_{53} X_3 + \alpha_{54} X_4 + \alpha_{55} X_5 &= 0 \end{aligned}$$

nous donnera les grandeurs hyperstatiques  $X_1$  à  $X_5$ . Celles-ci provoquent des réactions d'appui  $X_i/h$  (Fig. 10) qui sollicitent le caisson à la flexion. A la hauteur du couple extrême, au point 0 du caisson, la demi-somme des grandeurs hyperstatiques suscite une réaction d'appui égale à

$$\frac{1}{2h} \sum_{i=1}^9 X_i$$

et de signe contraire aux  $X_i/h$  agissant sur le caisson. Autrement dit, la valeur de  $D$  n'est pas effectuée par l'introduction des grandeurs hyperstatiques  $X_i$ , pas plus d'ailleurs que celle de  $\sum C$ .

Aux réactions d'appui  $X_i/h$  et  $1/2 \sum_{i=1}^9 X_i/h$  des extrémités inférieures des couples s'ajoutent, bien entendu, les réactions  $C_i = \varphi_i \sum C$  du système isostatique. Toutes les réactions d'appui étant maintenant connues, on peut déterminer sans difficulté les sollicitations du corps à la flexion, au cisaillement et à la torsion.

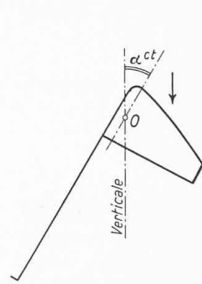


Fig. 9

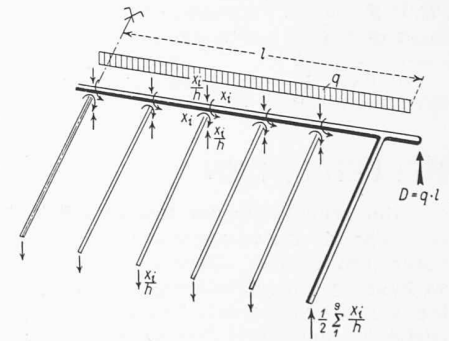


Fig. 10

Tableau VII

Point	$\lambda'$	$M_0$	$6 K (M_0)$	$M_{i,1}$	$M_{i,2}$	$M_{i,3}$	$M_{i,4}$	$M_{i,5}$
	m	mt	$m^2 t$	—	—	—	—	—
A		0						
O	3,890	180,88	8 404,31	0,1821	0,1821	0,1821	0,1821	0,1821
1	7,636	554,56	20 333,25	0,6126	0,6126	0,6126	0,6126	0,6126
2	5,364	845,18	21 234,02	0,6126	1,0430	1,0430	1,0430	1,9040
3	3,351	1 052,77	18 423,26	0,6126	1,0430	1,4735	1,4735	1,4735
4	2,600	1 177,31	18 150,09	0,6126	1,0430	1,4735	1,9040	1,9040
5	2,600	1 218,80	9 398,78	0,6126	1,0430	1,4735	1,9040	2,3344
		$m^2 t$	$\sum 6 K (M_0) M_i$	— 55 155	— 84 086	— 103 875	— 115 734	— 119 514
			$\alpha_{i0}^c = \frac{\sum 6 K (M_0) M_i}{6 E J_c}$	— 0,002 223	— 0,003 389	— 0,004 187	— 0,004 665	— 0,004 817

$$6 E J_c = 6 \cdot 21 \cdot 10^6 \cdot 0,19690 = 24 809 960 \text{ m}^2 \text{t}$$

### 5. Justification des contraintes

Il n'entre pas dans le cadre de cette étude de traiter en détail de la justification des contraintes. Nous nous bornerons à relever qu'une section quelconque peut être sollicitée par des moments fléchissants  $M_1$  et  $M_2$ , par des efforts tranchants correspondants  $Q_1$  et  $Q_2$  agissant au centre de torsion, et finalement par un moment de torsion  $T$ . Les contraintes normales  $\sigma_{1,2}$  dues à  $M_1$  et  $M_2$  sont livrées comme d'habitude par l'équation  $\sigma = M/W$ . Les contraintes tangentielles  $\tau$  dues à  $Q_1$  et  $Q_2$  seront données par le diagramme des  $\tau$  (Fig. 5a et 5b) ainsi qu'il a été dit au paragraphe 3. Plus délicate, par contre, se révèle la détermination des contraintes normales  $\sigma_t$  et des contraintes tangentielles  $\tau_t$  dues à la torsion. La méthode de calcul en est donnée dans la publication du Professeur Stüssi citée en tête du paragraphe 3 et à laquelle nous renvoyons le lecteur<sup>4)</sup>.

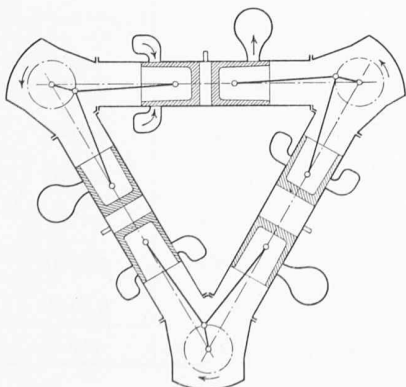
### 6. Conclusions

Dans le cas concret qui a fait l'objet de notre étude, les résultats obtenus par le calcul exact n'ont pas différé sensiblement, en ce qui concerne les sollicitations  $M$ ,  $Q$  et  $T$  du caisson, de ceux qu'avait livrés un premier calcul relativement rudimentaire. Plus marqués furent les écarts dans les sollicitations des couples, en particulier celles des couples extérieurs. L'importance de l'objet traité dictera donc dans chaque cas l'étendue de l'étude en vue d'obtenir les valeurs de  $M$ ,  $Q$  et  $T$ . Par contre, la nécessité de construire économiquement, c'est-à-dire, léger et résistant tout en restant simple, exige une parfaite connaissance du comportement de la section sous l'effort. En d'autres termes, nous ne pouvons plus nous contenter de la connaissance des axes et moments principaux d'inertie d'une section, nous devons être en possession de son centre de torsion et du diagramme des contraintes tangentielles. Pour l'exemple numérique donné au paragraphe 3, le temps nécessaire à un opérateur exercé s'élève à deux journées de 8 heures, y compris l'établissement des diagrammes. Il s'agit là d'une section particulièrement complexe. A notre avis, un objet de quelque importance justifiera toujours l'établissement d'un diagramme des  $\tau$  pour les sections déterminantes lors du calcul d'exécution et, dans ce domaine comme dans tant d'autres, les méthodes de statique appliquée, développées et professées à l'E. P. F. par le Professeur Stüssi, se révèlent être un instrument de travail particulièrement sûr et efficace.

<sup>4)</sup> Voir aussi: F. Stüssi, Centre de cisaillement et torsion, Mémoires A. J. P. C., Tome 12, 1952.

## MITTEILUNGEN

Ein schnelllaufender Zweitakt-Schiffsdieselmotor für die englische Marine wurde von D. Napier and Son, Ltd., London, unter dem Namen «Deltic» entwickelt. Die Maschine weist 18 Zylinder mit gegenläufigen Kolben, also insgesamt 36 Kolben auf. Bei 130,2 mm Bohrung, 184,1 mm Hub und 1700 U/min leistet der Motor 1875 PSe an der Welle; bei 2000 U/min wird eine Höchstleistung von 2500 PSe erreicht. Bemerkenswert ist der sehr gedrängte Aufbau. Die Axen von je drei Zylindern bilden ein gleichseitiges Dreieck mit der horizontalen Seite oben, in dessen Eckpunkten die drei Kurbelwellen



Zylinderanordnung des «Deltic»-Schiffsdieselmotors

angeordnet sind. Die untere Welle rotiert gegenüber den andern beiden im entgegengesetzten Sinn. Durch die gegenläufigen Kolben wird eine sehr gute Spülung erreicht. Die Kurbelwellen sind so gegeneinander versetzt, dass die den Auspuff steuernden Kolben um  $20^\circ$  Kurbelwinkel gegenüber den anderen, die die Spülluftschlitze steuern, vorkommen, wodurch für Auspuff und Aufladen besonders gün-

stige Verhältnisse geschaffen sind. Jede Kurbel wird durch je einen den Einlass und einen den Auspuff steuernden Kolben belastet; alle Kurbeln sind also gleich beansprucht. Durch die Versetzung der sechs Kurbeln einer Welle wird eine gleichmässige Zündfolge im Abstand von nur  $20^\circ$  Kurbelwinkel erzielt, wodurch sich ein sehr ruhiger Gang ergibt. Die drei Zylindermäntel für die je sechs in axialer Richtung nebeneinander liegenden Zylinder und die drei Kurbelgehäuse bestehen aus Aluminium, die Laufbüchsen aus Stahl; die Laufflächen sind verchromt und geläppt. Die Kolben bestehen aus einem äusseren Teil aus einer Aluminiumlegierung und einem inneren Teil, der den Kolbenzapfen trägt, aus einer anderen Speziallegierung. Das Drehmoment der drei Kurbeln wird durch ein stirnseitig angeordnetes Zahnradgetriebe auf eine gemeinsame Welle übertragen, die etwas schneller rotiert als die Kurbelwellen und an die das eigentliche Reduktions- und Umkehrgetriebe anschliesst. Die Spülluft wird von einem einstufigen, doppelflutigen Turbogebälde geliefert, das durch zwei elastische Wellen mit Getrieben von den beiden oberen Kurbelwellen aus angetrieben wird. Die ganze Maschine einschliesslich Umkehrgetriebe ist 3327 mm lang, 1587 mm breit und 2159 mm hoch; ihr Trockengewicht beträgt mit Getriebe nur 4750 kg. Mit zwei solchen Motoren sind bereits Probefahrten durchgeführt worden. Die vorgesehenen Leistungen wurden dabei eingehalten; der günstigste Brennstoffverbrauch, bezogen auf die Propellerwelle, betrug 0,175 kg/PSh und stellte sich in einem Drehzahlbereich der Kurbelwelle von 1600 bis 1700 U/min und in einem Leistungsbereich von 2000 bis 2100 PSe ein. Ausführliche Beschreibungen findet man in «The Engineer» vom 24. April und in «Engineering» vom 1. Mai 1953.

**Ueber die Energiewirtschaft Indiens.** Die sicher festgestellten Kohlenreserven Indiens werden zu  $5 \cdot 10^{10}$  t geschätzt; die Förderung betrug im Jahre 1951 rd.  $35 \cdot 10^6$  t. Braunkohlen und Torf sind nur unbedeutend vorhanden; die Oelreserven werden mit Sicherheit zu 8 geschätzt, wahrscheinlich sind jedoch  $11 \cdot 10^6$  t; 1951 förderte man 271 000 t. Die wichtigsten Flussysteme des Indus, des Ganges und des Brahmaputra haben eine sehr unstete Wasserführung, die die Nutzung erschwert. Im März während der Schneeschmelze und im Sommer während der Monsunregen sind die Wassermengen gross, sonst gehen sie stark zurück. Die technisch nutzbaren Wasserkraften werden zu 40 Mio kW geschätzt. Der Kraftwerkbau entwickelte sich nur sehr langsam. Bis 1951 betrug die installierte Leistung der Wasserkraftwerke nur 0,6 Mio kW und die der thermischen Kraftwerke 1,77 Mio kW. Im Jahre 1946 wurde die Central Water Power Irrigation and Navigation Commission (CWINC) gegründet, die sich mit dem Studium und der Koordination sämtlicher Probleme und Projekte über den Ausbau der Wasserkraften befasst. Sie hat mit dem Bau bedeutender Anlagen begonnen, die in 15 bis 20 Jahren erlauben sollen, das bewässerte Gebiet von 200 000 auf 370 000 km<sup>2</sup> zu erweitern und die gesamte installierte Leistung der Wasserkraftwerke auf 11 Mio kW zu erhöhen. Der hierfür vorgesehene Kostenaufwand beträgt 20 Mrd Rupien. Gegenwärtig stehen insgesamt 131 Anlagen im Bau; bis Ende 1953 sollen 16 Kraftwerke mit total 449 000 kW installierter Leistung fertiggestellt sein; dazu kommen bis Ende 1956 neun weitere Werke mit total 370 000 kW und auf Ende 1960 weitere 14 Werke mit total 1 530 000 kW. Die Verwirklichung dieser Bauvorhaben bedeutet eine gewaltige Anstrengung dieses an eigenen industriellen Unternehmungen armen Landes. Ausser den grossen Städten verfügten bis 1950 die meisten Wohnsiedlungen über keine elektrische Energie. Die Gesamtproduktion erreichte 1950 5,9 Mrd kWh, davon ungefähr die Hälfte aus Wasserkraftwerken. Das entspricht 16,5 kWh pro Kopf und pro Jahr. 1948 verteilte sich der Verbrauch zu 17,3 % auf den Haushalt, zu 13 % auf Gewerbe und Handel, zu 3,3 % auf die Bewässerung, zu 1,4 % auf die öffentliche Beleuchtung und zu 65 % auf Industrie und Traktion. Die Uebertragungsverluste machten etwa 20 % aus. (Aus «Bulletin des SEV», Nr. 8 vom 18. April 1953.)

**Untersuchungen am Hydro-Titan-Getriebe.** In den «Von Roll-Mitteilungen» von Januar-Juni 1953 veröffentlicht Peter Bloch theoretische und experimentelle Untersuchungen, die er im Rahmen einer von der ETH genehmigten Promotionsarbeit an einem Flüssigkeits-Uebersetzungsgetriebe durchgeführt hat. Die von der Gesellschaft der Ludvig von Roll'schen Eisenwerke AG., Gerlafingen, ge-