**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung

**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

**Band:** 71 (1953)

**Heft:** 12

**Artikel:** Bemerkungen zur Knickung des verwundenen, einseitig eingespannten Stabes

**Autor:** Lüscher, Edgar

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-60521

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 13.12.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

fusschaufel mit doppelter Quernietung trotz ihres etwas primitiv anmutenden Schnittbildes gut geeignet zu sein (Bild 4c). Die mit Stechstahl, Schleifscheibe und Spiralbohrer samt Reibahle toleranzhaltig herzustellende Verbindung ist auch noch bei Schaufeln aus solchen Werkstoffen anwendbar, die nur durch Schleifen bearbeitet werden könen.

Je nach Güte der Bauart und Besonderheit des Betriebes dauert es zwei, drei oder fünf Jahre, bis die Hochdruckschaufelung durchgesehen, nachgearbeitet oder erneuert werden muss. Die hohe thermische Güte der Energieumsetzung von 32 bis 35 %, die man mit Kraftwerken von nahezu 600 ° C Frischdampftemperatur erreicht, ist an die Verwendung warmfester Werkstoffe im Kriechgebiet gebunden. Je höher die Temperatur, desto kurzlebiger die letzten Reihen Ueberhitzerrohre und die ersten Reihen Turbinenschaufeln. Vielleicht beschert uns die Zukunft Bauarten der Kessel und Turbinen, bei denen diese Elemente rasch ausgetauscht werden können, so dass man sie für eine mittlere Lebensdauer von 5000 h entwerfen kann. Dann könnte es wohl möglich sein, Dampfkraftwerke mit 150 at und 700 ° C zu betreiben. Bei den Sammelkästen, Rohrleitungen und Gehäusen kann man leichter niedrige Beanspruchung durch dicke Wandstärken anstreben; ausserdem ist es wenigstens grundsätzlich möglich, durch Isolation und gekühlte äussere Wand die strömungführenden und die dem Innendruck widerstehenden Schalen bzw. Kanäle zu trennen, so dass sich in diesen Bauteilen die hohe Temperatur auch mit langlebigen Formen beherrschen lässt. Vermutlich wird der Zug zu weiterer Temperatursteigerung die Unterteilung der Bauelemente in kurz- und langlebige stärker als bisher hervortreten lassen. Während die Mitteldruckpartie, das Niederdruckgehäuse und die kalten Teile, Lagerböcke, Oelleitungen usw. für eine Lebensdauer gleich der Amortisationsdauer des Maschinenkapitals — oder auch dem doppelten hiervon — entworfen werden, wird man das Hochdruckgehäuse für halbe und die ersten Schaufelreihen sowie die frischdampfführenden Ventile vielleicht zweckmässiger für eine Standzeit gleich ein Viertel der Amortisationsdauer entwerfen.

2. Niederdruckschaufeln

In etwas anderer Weise als die Hochdruckschaufeln werden diejenigen am niederdruckseitigen Turbinenende beansprucht. Das Streben nach immer grösseren Einheitsleistungen hat die Konstrukteure gezwungen, mit der Beanspruchung der Schaufelfüsse in der letzten Schaufelreihe sehr hoch zu gehen. Man erreicht im letzten Radkranz bei Rädern von 2,5 m Aussendurchmesser und 3000 U/min eine Umfangsgeschwindigkeit an der Schaufelspitze von nahezu 400 m/s. Bei entsprechender Formgebung der Schaufel kann man die Zugbeanspruchung in der Blattwurzel zu etwa 40 % der Streckgrenze eines auf rd. 80 kg/mm² Kaltfestigkeit vergüteten Stahles annehmen. Bei der Schnellschlussdrehzahl (12 % über der Normaldrehzahl) sind es dann 50 %; darüber hinaus pflegt man nicht zu gehen, weil man im Laufe des Betriebes für jede Verbindung mit einer gewissen Einbusse an Festigkeit durch Korrosion oder zufällige mechanische Beschädigung rechnen muss; auch unter solchen Umständen soll aber der Fuss noch die Schaufel in der Radscheibe halten können, ohne sogleich zu Bruch zu gehen.

Die Niederdruckschaufeln erleiden ihre Schäden gewöhnlich nicht an der durch Fliehkraft höchstbeanspruchten Stelle, sondern am äusseren Drittel des Schaufelblattes, wo die Wassertropfen des feuchten Dampfes Erosionsnarben einschlagen und die Schaufelvorderkante sägezahnartig ausbröckeln lassen. Um die Schaufeln widerstandsfähiger zu machen, lötet man Stellitbleche auf oder vergütet die vordere Schaufelkante durch eine Brennerhärtung. Beide Massnahmen lassen Eigenspannungen zurück, die Anlass zum Entstehen von Rissen aus unbedeutenden Kratzern geben können. Die Erosion durch Tropfenschlag pflegt die Schaufeln nicht gleichmässig abzuzehren. Es ist vorgekommen, dass drei oder vier Schaufeln besonders stark angegriffen waren, während man die übrigen noch als betriebsbrauchbar ansehen konnte. Statt zu diesem Zeitpunkt schon die gesamte Reihe zu erneuern, pflegt man gewöhnlich die «Erstversager» um das schadhafte Stück zu kürzen. Danach gleicht man die Wuchtung des Läufers durch entsprechende Kürzung noch gesunder, mittelpunktssymmetrisch zu den schadhaften liegender Blätter aus und geht mit der so nachgearbeiteten Beschaufelung wieder in Betrieb, bis die weiterschreitende Erosion die Erneuerung des ganzen Schaufelkranzes nötig macht.

Sowohl diese Ungleichmässigkeit der Erosion als auch das Risiko, dass bei einzelnen Schaufeln unbedeutende Vergütungsnachwirkungen vorzeitig zu Brüchen führen, bevor der ganze Kranz seine volle Lebensdauer erreicht hat, empfehlen für die Schaufelbefestigung auf dem Rad solche Verbindungen, die eine Auswechslung einzelner Schaufeln ohne Herausnahme von Nachbarschaufeln gestatten. In neueren Niederdruckturbinen werden deshalb die Füsse der Schaufeln des letzten und manchmal auch des vorletzten Rades in gefräste Quernuten mit Doppel-T oder dreifach verzahntem Profil in Achsrichtung eingeschoben. Auch die Steckfusschaufel mit zwei oder drei Nieten quer durch den Radkranz erfreut sich neuerdings zunehmender Anwendung zur Befestigung langer Niederdruckschaufeln. Da die elastischen Eigenschaften dieser Verbindung im Lauf etwa die gleichen sind wie an stillstehender Turbine, lassen sich die Eigenfrequenzen aller Schaufeln des beschaufelten Rades einzeln nachprüfen, und man kann bei richtiger Abstimmung auf die lästige Verdrahtung bzw. auf das Deckband verzichten.

Immer wieder kommt es vor, dass einzelne Kränze im Stufenverband nach einigen hundert oder tausend Betriebstunden schadhaft werden. Meist ist die Ursache in einer in Nähe der Betriebsdrehzahl liegenden Eigenfrequenz samt einer dazu passenden Erregung aus Teilbeaufschlagung oder Teilfugensperrstücken zu suchen. Bei neuen Turbinen ist es nicht mit voller Sicherheit möglich, solchen zufälligen Schwingungserscheinungen aus dem Wege zu gehen; ab und zu, wenn auch verhältnismässig selten, gerät ein Kranz zu nahe an ein Resonanzgebiet heran. Man wechselt die betroffenen Schaufeln durch solche mit anderer Abstimmung aus und kommt damit aus dem Resonanzbereich heraus. Als nach 1945 in manchen Netzen die Frequenz infolge der Energieverknappung gesenkt wurde, häuften sich die Schäden an Schaufelungen im Stufenverband, weil man aus dem «bereinigten» Drehzahlbereich von 3000 ± 50 U/min herauskam und man sich bei 2900 oder 2850 U/min da und dort erneut mit unabgeklärten Zufallsresonanzen auseinandersetzen musste, die bei 3000 U/min meist noch innerhalb der Garantiezeit ausgemerzt worden waren.

Fortsetzung folgt

# Bemerkungen zur Knickung des verwundenen, einseitig eingespannten Stabes

Von Dipl. Phys. EDGAR LÜSCHER, Lausanne

DK 539.41

Die Knicklasten eines auf Druck beanspruchten und verwundenen Stabes, der in Kugelgelenken gelagert ist, wurde von Prof. Dr. H. Ziegler [1] berechnet. Ziegler benützte damals das Hauptaxensystem des unverformten Stabes und leitete die Differentialgleichung für die elastische Linie auf direktem Wege ab. In einer umfassenden Arbeit [2] neueren Datums geht Ziegler für die Herleitung der Differentialgleichungen zur Behandlung des Knickproblemes von den Clebsch-Kirchhoffschen Gleichungen aus [3]. Es wird dabei ein aufgerichtetes Hauptaxensystem verwendet. Die Zieglerschen Gleichungen lauten:

$$(1) \qquad \beta\, v_u'' - (\alpha + \beta)\, \omega_0\, v_v' + (D - \alpha\, \omega_0^2)\, v_u = 0$$

$$\alpha\, v_v'' + (\alpha + \beta)\, \omega_0\, v_u' + (D - \beta\, \omega_0^2)\, v_v = 0$$

Darin bedeuten:

- $\alpha\, \beta$ Biegesteifigkeit des Stabes
- $v_u\, v_v$ Koordinaten im aufgerichteten System
- $\omega_0$ Verwindungswinkel
- $D$ Drucklast
- $s$ Längskoordinate des Stabes

Die Randbedingungen für den einseitig eingespannten Stab lauten:

Am eingespannten Ende: $s = 0$

$$(2) \qquad v_u = 0, \; v_v = 0$$

Am freien Ende: $s = l$

$$(3) \qquad v_u' - \omega_0\, v_v = 0, \qquad v_v' + \omega_0\, v_u = 0$$

Zur Lösung des simultanen Differentialgleichungssystems (1) machen wir den Ansatz:

$$(4) \qquad v_u = h_1 \cos x_1 s + h_2 \sin x_1 s + h_3 \cos x_2 s + h_4 \sin x_2 s$$

Darin bedeuten:

$h_i$ noch zu bestimmende Grössen

und

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \times$$
$$\times \left[ \frac{k(\nu+1)}{2\nu} + 4\,\omega_0^2 \mp \frac{1}{2\nu} \times \right.$$
$$\left. \times \left\{ k^2 (\nu-1)^2 + 32\,\nu\,\omega_0^2 (\nu+1)\,k \right\}^{1/2} \right]^{1/2}$$

mit

$$\nu = \frac{\alpha}{\beta}, \quad k = \frac{D}{D_E}$$

wobei $D_E = \pi^2 \beta / 4\,l$ die Eulersche Knicklast bedeutet.

Setzt man den Ansatz (4) und die Randbedingungen (2) und (3) in das System (1) ein, so erhält man ein lineares Gleichungssystem mit den zwei Unbekannten $h_1$ und $h_2$:

$$(5) \qquad h_1 Q_1 + h_2 Q_2 = 0, \qquad h_1 Q_3 + h_2 Q_4 = 0$$

Mit den Bezeichnungen $Q_i$ werden folgende Grössen verstanden:

$$Q_1 = \left\{ 4\,\nu\,(\omega_0^2 - x_2^2) - k \right\} \frac{x_1}{x_2} \sin x_2 l -$$
$$- \left\{ 4\,\nu\,(\omega_0^2 - x_1^2) - k \right\} \sin x_1 l$$

$$Q_2 = \left\{ 4\,\nu\,(\omega_0^2 - x_1^2) - k \right\} \cos x_1 l -$$
$$- \frac{k - 4\,\nu\,\omega_0^2 - 4\,x_1^2}{k - 4\,\nu\,\omega_0^2 - 4\,x_2^2} \left\{ 4\,\nu\,(\omega_0^2 - x_2^2) - k \right\} \cos x_2 l$$

$$Q_3 = \left\{ 4\,(\omega_0^2 - x_1^2) + k \right\} \cos x_1 l -$$
$$- \left\{ 4\,(\omega_0^2 - x_2^2) + k \right\} \cos x_2 l$$

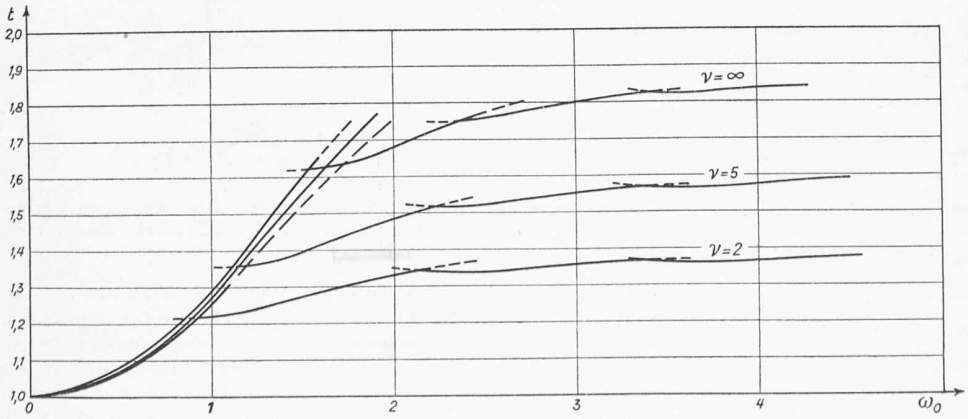
$$Q_4 = \left\{ 4\,(\omega_0^2 - x_1^2) + k \right\} \sin x_1 l -$$
$$- \frac{k - 4\,\nu\,\omega_0^2 - 4\,x_1^2}{k - 4\,\nu\,\omega_0^2 - 4\,x_2^2} \left\{ 4\,(\omega_0^2 - x_2^2) + k \right\} \cdot \frac{x_2}{x_1} \sin x_2 l$$

Das System (5) hat nur dann nicht triviale Lösungen, wenn

$$(6) \qquad \mathrm{Det}\ |Q_i| = 0$$

ist. Für ein vorgegebenes Verhältnis $\nu$ der Biegesteifigkeiten $\alpha$ und $\beta$ werden nun numerisch die dadurch ausgezeichneten Wertepaare ($\omega_0$ $k$) bestimmt, für die die Gleichung (6) erfüllt ist. Dabei muss berücksichtigt werden, dass von verschiedenen möglichen Werten von $k$ stets der kleinste gefunden wird.

In der folgenden graphischen Darstellung ist die so bestimmte Abhängigkeit des Verhältnisses $k$ von der totalen Verwindung $\omega_0$ für die drei Schlankheitsgrade $\nu = \infty$, 5, 2 wiedergegeben. Ein Vergleich mit den Kurven von Ziegler in SBZ 1948 Nr. 34, S. 465, Bild 3, zeigt eine Abweichung vor allem im Bereiche $0 \leq \omega_0 \leq 2$. Die Schlussfolgerung für die Praxis bleibt jedoch die selbe, indem sich wieder ergibt, dass die Knicklast eines Stabes durch Verwindung erhöht werden kann.




Graphische Zusammenfassung der numerischen Auswertung der Abhängigkeit des Knicklastenverhältnisses $k$ von der Verwindung $\omega_0$ eines einseitig eingespannten Stabes.

**Literaturangabe:**

[1] SBZ 1948, Nr. 34, S. 463 (Ziegler).
[2] ZAMP 1951, S. 265 (Ziegler).
[3] Vorlesungen über mathematische Physik 1883 (Kirchhoff).

## Erdölausbeutung in der Schweiz

DK 622.323

In verschiedenen Gegenden unseres Landes sind in Verbindung mit ausländischen Firmen Erdölschürfungsarbeiten in grösserem Ausmasse an die Hand genommen worden. Diese Sachlage veranlasste den Bundesrat, am 28. November 1952 ein Kreisschreiben an die Kantonsregierungen zu richten, in welchem er den Standpunkt darlegt, der sich ihm aus der verfassungsmässigen Pflicht der Wahrung der äusseren Sicherheit, Unabhängigkeit und Neutralität ergibt. In diesem Kreisschreiben wird die Notwendigkeit dargetan, den Bundesrat über alle Vorkehren auf dem Gebiete der Erdölschürfung und Erdölausbeutung rechtzeitig zu orientieren. Dazu sollen die Kantone dem Bundesrat zum Beispiel die vorgesehenen Konzessionen vor ihrer Erteilung melden und ihm alle nötigen Angaben machen. Der Konzessionär soll verpflichtet werden, dem Bundesrat oder der von ihm bezeichneten Behörde alle ihn interessierenden Angaben zu geben. Konzessionen dürfen nicht an ausländische Staaten oder Gesellschaften erteilt werden, an denen ein ausländischer Staat mehrheitlich beteiligt ist. Sie müssen einen ausdrücklichen Vorbehalt zugunsten des eidgenössischen Rechts in Friedens- und Kriegszeiten enthalten. Es kann sich ferner als nötig erweisen, dass die Bundesversammlung und der Bundesrat eine bereits von einem Kanton erteilte Konzession nichtig erklären oder dass sie den Kanton anhalten müssten, die von ihm erteilte Konzession zurückzuziehen oder entsprechend zu ändern. Irgendwelchen Schadenersatz könnte der Bund nicht anerkennen. Im Kreisschreiben des Bundesrates wird ein bestimmtes Verfahren festgelegt, das die Kantone bei der Behandlung aller Fragen befolgen sollen, die die Schürfung und Ausbeutung von Erdöl betreffen. Ausserdem ersucht der Bundesrat die Kantone um eine geeignete Zusammenarbeit unter sich und mit ihm in dieser Sache und um die gebührende Berücksichtigung der gesamtschweizerischen Interessen. Das Kreisschreiben ist vollinhaltlich im Bundesblatt Nr. 50 vom 4. Dezember 1952 veröffentlicht. Aus ihm spricht der Ernst, mit welchem unsere oberste Behörde die durch die bereits in Angriff genommenen Arbeiten entstandene Lage beurteilt, sowie auch die Voraussicht, mit der sie über der Wahrung von äusserer Sicherheit, Unabhängigkeit und Neutralität wacht.

## Wettbewerb für ein Altersheim in Biberist

DK 725.56 (494.32)

(SBZ 1952, Nr. 6, S. 89; Nr. 13, S. 192; Nr. 47, S. 676)

**Aus dem Programm**

Für die Bezirke Solothurn, Lebern, Kriegstetten sollen in einer ersten Etappe Räume für die Aufnahme von 70 Personen (Männer und Frauen) geschaffen werden. Mit Rücksicht auf die Heiminsassen und auf die Eingliederung der Bauten in die Umgebung darf das Altersheim nicht den Eindruck einer Kaserne erwecken. Bei Auflösung in einzelne Bautrakte oder in Pavillons war auf einen möglichst wirtschaftlichen Betrieb zu achten. Organisation des Altersheims: Zentrale Abteilung mit Verwaltung, Aufenthalts-, Speiseräume und Wirtschaftsgruppe; Männerabteilung, Frauenabteilung, Pflegeabteilung, Personalwohnungen und Oekonomie.

**Aus dem Bericht des Preisgerichts**

Es sind 37 Projekte eingereicht worden. Alle Projekte wurden zur Beurteilung zugelassen. Vor der