

|                     |   |
|---------------------|---|
| <b>Zeitschrift:</b> | Schweizerische Bauzeitung   |
| <b>Herausgeber:</b> | Verlags-AG der akademischen technischen Vereine   |
| <b>Band:</b>        | 70 (1952)   |
| <b>Heft:</b>        | 11  |
| <b>Artikel:</b>     | Verminderung des Wärmedurchganges bei ungleichmässiger Geschwindigkeitsverteilung und ungenauer Rohrteilung |
| <b>Autor:</b>       | Gregorig, R. / Trommer, H.  |
| <b>DOI:</b>         | <a href="https://doi.org/10.5169/seals-59572">https://doi.org/10.5169/seals-59572</a>                       |

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Verminderung des Wärmedurchgangs bei ungleichmässiger Geschwindigkeitsverteilung und ungenauer Rohrteilung

Von Dr. Ing. R. GREGORIG und Dipl. Ing. H. TROMMER, Forschungsabteilung der Escher Wyss AG., Zürich 1)

DK 536.242

### I. Einleitung

Bei der Dimensionierung von Wärmeaustauschapparaten wird je nach den besonderen Verhältnissen die Ablagerung einer mehr oder weniger dicken Schmutzschicht an der Wärmeübertragungswand in die Berechnung einbezogen. Die auf diese Weise ermittelte Grösse der Oberfläche wird meist noch aufgerundet, da einerseits die zur Hauptsache aus Modellversuchen abgeleiteten Berechnungsunterlagen in der Regel nicht genau übertragbar sind und andererseits verschiedene, den Wärmeübergang beeinträchtigende, durch Herstellung und Betrieb bedingte Umstände mitberücksichtigt werden müssen. Die Wahl der Grösse dieses Zuschlags ist in der Praxis oft sehr subjektiv. Durch die vorliegende Arbeit soll diese Willkür insofern eingeschränkt werden, als hier der Einfluss von ungleichmässiger Geschwindigkeitsverteilung und ungenauer Rohrteilung auf den Wärmedurchgang sowohl theoretisch als auch experimentell näher untersucht und zahlenmäßig ermittelt wird.

### II. Problemstellung

Die Wärmeübergangszahl eines strömenden Mediums an eine Wand ist bekannterweise unter anderem auch eine Funktion der Geschwindigkeit dieses Mediums. Ist diese Geschwindigkeit über die ganze Wärmeaustauschfläche nicht konstant, so ergibt sich eine entsprechende Änderung der Wärmeübergangszahl. Im allgemeinen ist der Mittelwert der Wärmeübergangszahl von dem sich bei gleichmässiger Geschwindigkeitsverteilung einstellenden Wert verschieden. Für die Untersuchung dieses Einflusses wurden im folgenden nur linear im Raum veränderliche Geschwindigkeiten vorausgesetzt. Obgleich eine derartige Geschwindigkeitsverteilung als ausgesprochener Sonderfall in der Praxis nur sehr selten auftreten wird, ergibt diese Annahme doch schon einen aufschlussreichen Einblick in die wirklichen Verhältnisse des Wärmeübergangs.

Ausführungsungenauigkeiten werden im Maschinenbau durch Festsetzen von Toleranzen innerhalb tragbarer Grenzen gehalten. Eine solche Festlegung hat jedoch nur dann einen Zweck, wenn man sich über die Folgen einer Ueberschreitung der Toleranz im Klaren ist. Eine ungenaue Rohrteilung ergibt infolge der von Rohr zu Rohr verschiedenen geometrischen Verhältnisse und der dadurch bedingten Veränderlichkeit der Strömungsgeschwindigkeit entsprechend verschiedene Wärmeübergangszahlen. Erfahrungsgemäss weisen Wärmeaustauschapparate mit oder ohne Abstandhalter für die Rohre nie eine absolut genaue Rohrteilung auf. Die Unregelmässigkeit folgt einem statistischen Gesetz einer von Konstruktion und Herstellungsgenauigkeit abhängigen Häufigkeitskurve. Die Berechnung der mittleren Wärmeübergangszahl eines in solch allgemeiner «Unordnung» befindlichen Rohrbündels ist jedoch zu schwierig, um mit den verfügbaren Mitteln genau durchgeführt werden zu können. Für die nachfolgenden Untersuchungen wird daher als vereinfachende Annahme eine sich regelmässig wiederholende, konstante Ungenauigkeit in der Rohrteilung nur in einer Richtung vorausgesetzt.

### III. Berechnung des Wärmedurchgangs

#### 1. Allgemeine Annahmen und Bezeichnungen

Für sämtliche theoretischen Untersuchungen wird angenommen, die Wärmeübergangszahl des äusseren Mediums (ausserhalb des Rohres) sei praktisch gleich der Wärmedurchgangszahl; für zahlreiche in der Praxis vorkommende Fälle von Wärmeaustauschapparaten, wie zum Beispiel für Luftkühler, erscheint diese Vereinfachung durchaus berechtigt. Die Untersuchung setzt Beharrungszustand voraus; insbesondere sollen Menge und Temperatur des äusseren Mediums am Eintritt konstant sein. Weiter wird Gegenstrom vorausgesetzt; sämtliche vorkommenden Stoffwerte werden als konstant und die Wärmeverluste an die Umgebung als vernachlässigbar klein angenommen.

<sup>1)</sup> Erweiterte Fassung eines vom ersten Autor gehaltenen Vortrages in der Sitzung des VDI-Fachausschusses für Wärmeforschung in Köln am 15. Oktober 1951.

In sämtlichen nachstehenden Untersuchungen werden folgende Bezeichnungen<sup>2)</sup> verwendet:

$d$  = Rohraussendurchmesser in m  
 $w, w_0$  = Geschwindigkeit des äusseren Mediums (für Querstrom im engsten Querschnitt zwischen den Rohren) in m/s  
 $Q, Q_0$  = Uebertragene Wärmemenge in kcal/h  
 $\alpha, \alpha_0$  = Wärmeübergangszahl des äusseren Mediums in kcal/m<sup>2</sup> °C h  
 $k, k_0$  = Wärmedurchgangszahl in kcal/m<sup>2</sup> °C h

#### 2. Ungleiche Geschwindigkeitsverteilung

Die Berechnung wird an einem querangeströmten Rohrbündel durchgeführt. Beim Durchtritt des äusseren Mediums durch das Rohrbündel ergibt sich infolge des Druckverlustes eine ausgleichende Wirkung auf das ursprünglich vorhandene Geschwindigkeitsprofil, was durch die weiter unten beschriebenen Versuche bestätigt wurde. Für die nachfolgende Berechnung wird jedoch angenommen, dass das Geschwindigkeitsprofil beim Durchtritt durch das Rohrbündel unverändert bleibt, wodurch die Berechnungsergebnisse einen grösseren störenden Einfluss auf den Wärmedurchgang ergeben, als dies in Wirklichkeit der Fall ist. Weiter soll die Temperaturänderung des inneren Mediums unabhängig von der Geschwindigkeitsverteilung — im Sinne der in Abschnitt II getroffenen Annahme — und sehr viel kleiner als die des äusseren Mediums sein, so dass für die Temperatur des inneren Mediums ein konstanter Mittelwert angenommen werden kann. Endlich wird der Temperaturausgleich quer zur Strömungsrichtung (parallel zu den Rohren) vernachlässigt. Diese letzte Annahme dürfte im Falle eines querangeströmten Rohrbündels den wirklichen Verhältnissen sicher weit eher entsprechen als zum Beispiel die gegenteilige Annahme einer vollständigen Durchmischung, für welche sich zudem ein geringerer störender Einfluss auf den Wärmedurchgang ergibt, wie leicht gezeigt werden kann.

Es werden folgende Bezeichnungen verwendet:

$a$  = Tiefe des Rohrbündels in der Strömungsrichtung in m  
 $b$  = Breite des Rohrbündels quer zur Strömungsrichtung in m  
 $h$  = Höhe des Rohrbündels in m  
 $z$  = Koordinate in Richtung  $h$  in m  
 $f$  = Oberfläche des Rohrbündels (Aussenfläche) pro Volumeneinheit in 1/m  
 $O$  = Oberfläche des Rohrbündels (Aussenfläche) in m<sup>2</sup>  
 $L$  = Rohrteilung quer zur Strömungsrichtung in m  
 $K, K'$  = Konstanten  
 $\beta$  = Exponent für die Abhängigkeit des Wärmeübergangs von der Geschwindigkeit  $w$   
 $T_1$  = Eintrittstemperatur } des äusseren Mediums in °C  
 $T_2, T_{20}$  = Austrittstemperatur }  
 $t_1$  = Eintrittstemperatur } des inneren Mediums in °C  
 $t_2, t_{20}$  = Austrittstemperatur }  
 $G$  = Durchsatzgewicht in kg/h  
 $\gamma$  = spezifisches Gewicht in kg/m<sup>3</sup> } des äusseren Mediums  
 $c_p$  = spezifische Wärme in kcal/kg °C }

Für die Geschwindigkeiten werden folgende Verhältniswerte eingeführt (vgl. Bild 1):

$$\omega = \frac{w}{w_0}; \quad \omega_1 = \frac{w_1}{w_0}; \quad \omega_2 = \frac{w_2}{w_0};$$

Wir setzen:

$$k \sim \alpha = K w^\beta; \quad \omega = \omega_1 + K' \frac{z}{h};$$

$$\frac{t_1 + t_2}{2} = t = \frac{t_1 + t_{20}}{2}$$

<sup>2)</sup> Der Index 0 bezieht sich dabei auf den Zustand bei gleichmässiger Geschwindigkeitsverteilung.

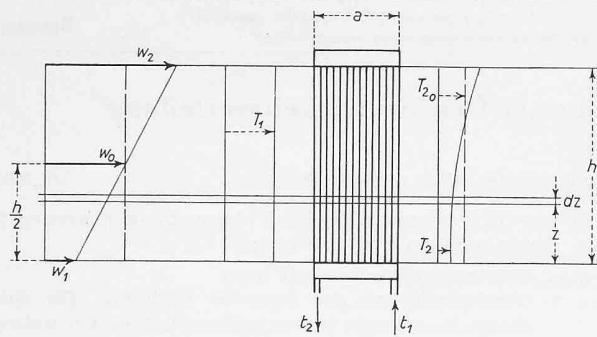


Bild 1. Anordnung des Rohrbündels bei ungleichmässiger Geschwindigkeitsverteilung und Bezeichnungen

Die zwischen den Koordinaten  $z$  und  $z + dz$  (Bild 1) vom äusseren an das innere Medium abgegebene Wärmemenge ergibt sich darnach zu

$$(1) \quad dQ = K w^\beta a b f \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{T_1 - t}{T_2 - t}} dz$$

$$(2) \quad dQ = w b \frac{L - d}{L} \gamma c_p (T_1 - T_2) dz$$

Daraus folgt nach einfachen Umrechnungen

$$(3) \quad T_2 = t + (T_1 - t) e^{-A \omega^{\beta-1}}$$

worin

$$A = \ln \frac{T_1 - t}{T_{2o} - t}$$

Der Wert  $A$  ergibt sich dabei aus den zu den Gleichungen (1) und (2) analogen Beziehungen für die abgegebene Wärmemenge bei angenommener gleichmässiger Geschwindigkeitsverteilung

$$A = \ln \frac{T_1 - t}{T_{2o} - t} = \frac{k_o O}{G c_p}$$

Durch Einsetzen von (3) in Beziehung (2) folgt wiederum nach einfachen Umrechnungen

$$(4) \quad Q = G c_p (T_1 - t) \left[ 1 - \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega e^{-A \omega^{\beta-1}} d\omega \right]$$

Die analoge Beziehung für die abgegebene Wärmemenge bei angenommener gleichmässiger Geschwindigkeitsverteilung ergibt sich daraus zu

$$Q_o = G c_p (T_1 - t) (1 - e^{-A})$$

Damit folgt für das gesuchte Verhältnis der beiden Wärmemengen

$$(5) \quad \frac{Q}{Q_o} = \frac{1 - \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega e^{-A \omega^{\beta-1}} d\omega}{1 - e^{-A}}$$

Das Integral ist nicht in geschlossener Form lösbar, und eine Reihenentwicklung des Integranden führt infolge ausserordentlich schwacher Konvergenz innerhalb des praktisch vorkommenden Gebietes zu keinem befriedigenden Ergebnis. Es wird daher hier eine graphische Lösung mit  $A$  als Parameter gewählt, wobei der Integrand zuvor zweckmässig noch umgewandelt wird, indem eine den Parameter  $A$  enthaltende neue Variable eingeführt wird. Wir setzen:

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega^*} \text{ mit } \omega^* = \left( \frac{1}{A} \right)^{\frac{1}{\beta-1}}$$

Damit wird

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega e^{-A \omega^{\beta-1}} d\omega \longrightarrow (\omega^*)^2 \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \Omega e^{-\Omega^{\beta-1}} d\Omega$$

Die dadurch gegebene zahlenmässige Auswertung der Beziehung (5) ist mit dem Verhältnis  $Q/Q_o$  als Funktion von  $\omega_1$  bzw.  $\omega_2$  und  $A$  auf Bild 2 dargestellt. Nach Grimison<sup>3)</sup> variiert die Wärmeübergangszahl bei Querstrom je nach der Rohrteilung mit der 0,55 bis 0,65ten Potenz der Geschwindigkeit, und es wurde darnach für die erwähnte Darstellung als Mittelwert ein konstanter Exponent von  $\beta = 0,6$  eingesetzt. Aus der Beziehung (5) geht in diesem Zusammenhang noch hervor, dass mit gegen 1 gehenden Werten von  $\beta$  auch die entsprechenden Werte von  $Q/Q_o$  gegen 1 gehen. Aus diesem Grunde wird der Einfluss der Geschwindigkeitsverteilung auf den Wärmedurchgang bei Längstrom, wo allgemein  $\beta = 0,8$ <sup>4)</sup> gesetzt werden muss, noch kleiner sein, als dies bei Querstrom ohnehin schon der Fall ist.

### 3. Ungenaue Rohrteilung bei Längstrom

Entsprechend der in Abschnitt II getroffenen Annahme wird die der nachfolgenden Berechnung zugrundegelegte ungenaue Rohrteilung derart verwirklicht, dass zum Beispiel bei einer quadratischen Teilung (Bild 3a) jede zweite Rohrreihe um den gleichen Betrag und in der gleichen Richtung verschoben wird, so dass jeweils zwei verschiedene Durchflussquerschnitte  $F_1$  und  $F_2$  entstehen (Bild 3b). Als weitere Annahme werden die Schubspannungen an den gemeinsamen Berührungsflächen des äusseren Mediums zwischen diesen Durchflussquerschnitten vernachlässigt, und es wird ein vollständiger Temperaturausgleich quer zur Strömungsrichtung vorausgesetzt. Durch diese letzte Annahme, die übrigens im Falle eines längsangeströmten Rohrbündels kaum sehr stark von den wirklichen Verhältnissen abweichen wird, soll die nachfolgende Berechnung vereinfacht werden. Ueberlegungsgemäss ergibt sich ohne diese Vereinfachung ein grösserer störender Einfluss auf den Wärmedurchgang. Für den untersuchten Fall einer in diesem Sinn extrem versetzten Rohrteilung unterscheidet sich jedoch die festgestellte Abweichung nur wenig vom genau berechneten Wert.

Es werden folgende Bezeichnungen<sup>5)</sup> verwendet:

$$R = \text{Rohrlänge in m} \\ D_0, D_1, D_2 = \text{hydraulischer Durchmesser in m} \\ L_0, L_1, L_2 = \text{Rohrteilung in m}$$

$$A_1 = \frac{L_1}{L_0}; A_2 = \frac{L_2}{L_0}; \delta = \frac{d}{L_0} \\ \omega_1 = \frac{w_1}{w_0}; \omega_2 = \frac{w_2}{w_0}$$

$K'', K'''$  = Konstanten

$m, n$  = Exponenten für die Wärmeübergangszahl und den Widerstandsbeiwert

$\Delta t_{log}, \Delta t_{log_n}$  = logarithmische Temperaturdifferenz in  $^{\circ}\text{C}$   
Re =  $w D/v$  = Reynoldssche Zahl

$\Delta p$  = Reibungsverlust des äusseren Mediums in  $\text{kg}/\text{m}^2$

$\zeta$  = Druckverlustzahl

$\rho$  = spezifische Masse in  $\text{kg s}^2/\text{m}^4$

$r$  = kinematische Zähligkeit in  $\text{m}^2/\text{s}$

Ansätze:

$$k \sim \alpha = K'' \frac{Re^m}{D}; \zeta = \frac{K'''}{Re^n}$$

<sup>3)</sup> Grimison: Correlation and Utilisation of New Data on Flow Resistance and Heat Transfer for Cross Flow of Gases over Tube Banks «Trans. ASME», oct. 37.

<sup>4)</sup> Für überhitzen Dampf gilt sogar  $\beta = 0,89$  (nach «ASME» Paper No. 49-A-32).

<sup>5)</sup> Der Index 0 bezieht sich dabei auf den Zustand bei genauer Rohrteilung, während die Indices 1 und 2 sinngemäss auf die beiden Strömungsquerschnitte  $F_1$  und  $F_2$  hinweisen.

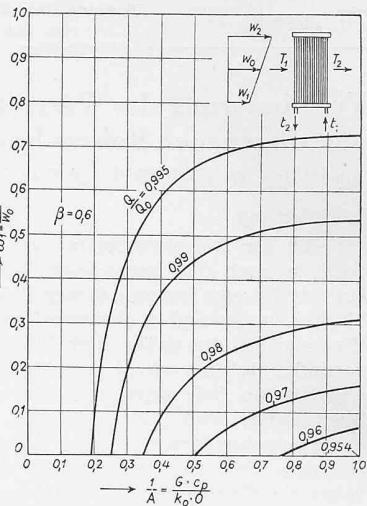


Bild 2. Verminderung der übertragenen Wärmemenge infolge ungleichmässiger Geschwindigkeit bei Querstrom mit fluchtender Anordnung der Rohre

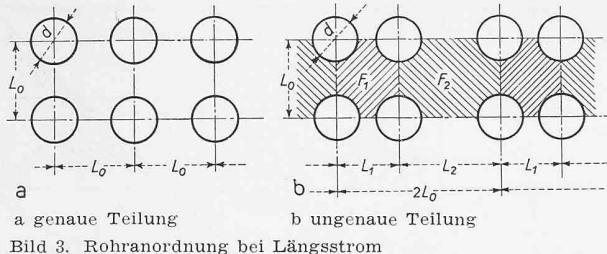


Bild 3. Rohranordnung bei Längsstrom

Die Formulierung der Bedingung, wonach in je zwei verschiedenen Durchflussquerschnitten  $F_1$  und  $F_2$  gleich grosse Druckverluste entstehen, ergibt

$$\Delta p = \frac{K'''}{(\frac{w_1 D_1}{v})^n} \frac{R}{D_1} \frac{\varrho}{2} w_1^2 = \frac{K'''}{(\frac{w_2 D_2}{v})^n} \frac{R}{D_2} \frac{\varrho}{2} w_2^2$$

Daraus folgt nach einfachen Umrechnungen

$$(6) \quad \omega_2 = \omega_1 \left( \frac{4 A_2 - \pi \delta^2}{4 A_1 - \pi \delta^2} \right)^{\frac{n+1}{2-n}}$$

Die Kontinuitätsgleichung ergibt

$$2(4 - \pi \delta^2) = \omega_1 (4 A_1 - \pi \delta^2) + \omega_2 (4 A_2 - \pi \delta^2)$$

oder unter Berücksichtigung der Beziehung (6)

$$(7) \quad \omega_1 = \frac{2(4 - \pi \delta^2)(4 A_1 - \pi \delta^2)^{\frac{n+1}{2-n}}}{3 + (4 A_1 - \pi \delta^2)^{\frac{3}{2-n}}}$$

Die gesamte innerhalb der beiden Durchflussquerschnitte  $F_1$  und  $F_2$  vom äusseren an das innere Medium abgegebene Wärmemenge ergibt sich zu

$$Q = K'' \left\{ \frac{(\frac{w_1 D_1}{v})^m}{D_1} + \frac{(\frac{w_2 D_2}{v})^m}{D_2} \right\} \pi d R \Delta t_{\log}$$

Die analoge Beziehung für die abgegebene Wärmemenge bei angenommener genauer Rohrteilung lautet

$$Q_o = K'' \frac{(\frac{w_0 D_o}{v})^m}{D_o} 2 \pi d R \Delta t_{\log o}$$

Daraus folgt nach einfachen Umrechnungen unter Berücksichtigung der Beziehungen (6) und (7) sowie mit der vorläufigen Annahme  $\Delta t_{\log} = \Delta t_{\log o}$

$$(8) \quad \left( \frac{Q}{Q_o} \right) \Delta t_{\log} = \Delta t_{\log o} = \frac{k}{k_o} = \frac{(4 - \pi \delta^2) \left\{ 1 + \left( \frac{4 A_2 - \pi \delta^2}{4 A_1 - \pi \delta^2} \right)^{\frac{3m}{2-n}} - 1 \right\}}{2^{1-m} (4 A_1 - \pi \delta^2) \left\{ 1 + \left( \frac{4 A_2 - \pi \delta^2}{4 A_1 - \pi \delta^2} \right)^{\frac{3}{2-n}} \right\}^m}$$

Da die Stoffwerte bei der Wärmeübertragung als konstant vorausgesetzt wurden, ist die Wärmedurchgangszahl bei gegebener geometrischer Anordnung des Rohrbündels unabhängig von der logarithmischen Temperaturdifferenz; das selbe trifft auch für das Verhältnis  $k/k_o$  zu. Die vorläufige Annahme gleich grosser logarithmischer Temperaturdifferenzen sowohl im Falle der genauen als auch der ungenauen Rohrteilung ist daher in Beziehung (8) nur für das Verhältnis  $Q/Q_o$  als Einschränkung aufzufassen. Dass sich in Wirklichkeit verschiedene Werte der logarithmischen Temperaturdifferenzen ergeben, ist sehr leicht einzusehen. Wird nämlich zum Beispiel die Temperatur des äusseren Mediums höher als diejenige des inneren vorausgesetzt, so ergibt sich für eine Verringerung der Wärmedurchgangszahl bei gleicher Eintrittstemperatur auch eine Verringerung der übertragenen Wärmemenge. Die unmittelbare Folge ist eine Erhöhung der Austrittstemperatur und damit auch eine Vergrösserung der logarithmischen Temperaturdifferenz, was bedeutet, dass die übertragenen Wärmemenge nicht in gleich starkem Masse abnimmt wie die

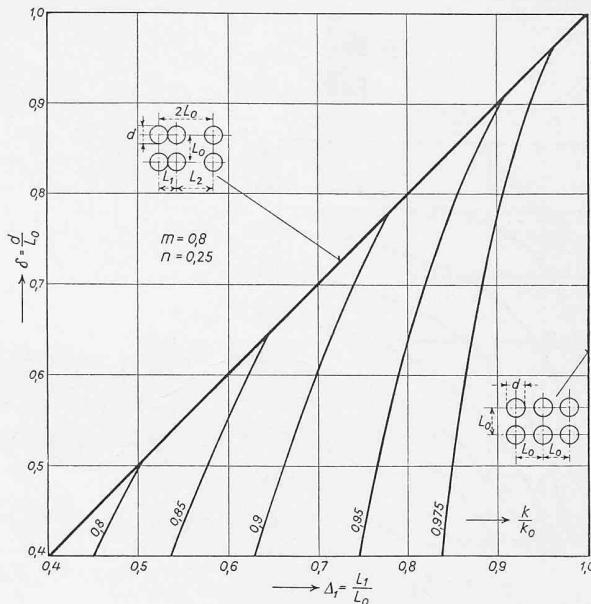


Bild 4. Verminderung der übertragenen Wärmemenge infolge ungenauer Rohrteilung bei Längsstrom

Wärmedurchgangszahl. Es handelt sich somit hier noch darum, den Zusammenhang zwischen übertragener Wärmemenge und Wärmedurchgangszahl bei veränderlicher logarithmischer Temperaturdifferenz zu bestimmen. Dieser im folgenden Abschnitt hergeleitete Zusammenhang ist auf Bild 5 mit dem Verhältnis  $Q/Q_o$  als Funktion von  $k/k_0$  und einem Temperaturfaktor dargestellt. Damit können nun für die sich nach der Beziehung (8) ergebenden Werte von  $k/k_0$  die entsprechenden allgemeinen Werte von  $Q/Q_o$  sofort eindeutig bestimmt werden. Die zahlenmässige Auswertung der Beziehung (8) ist endlich auf Bild 4 dargestellt, wobei zum Beispiel für den Exponenten  $m$  der schon weiter oben erwähnte allgemeine Wert 0,8 und für den Exponenten  $n$  entsprechend dem Widerstandsgesetz von Blasius der Wert 0,25 eingesetzt wurde.

#### 4. Beziehung zwischen übertragener Wärmemenge und Wärmedurchgangszahl

Die übertragene Wärmemenge ändert sich wie bereits erwähnt infolge Variation sowohl der Wärmedurchgangszahl als auch der logarithmischen Temperaturdifferenz. Für die nachfolgend durchgeföhrte Bestimmung des Zusammenhangs zwischen diesen erwähnten Grössen wird hier wiederum angenommen, dass die Temperaturänderung des inneren Mediums sehr viel kleiner sei als die des äusseren, so dass für die Temperatur des inneren Mediums ein konstanter Mittelwert eingesetzt werden kann. Die Bedeutung der verwendeten Bezeichnungen stimmt dabei ausnahmslos mit den bereits festgelegten Definitionen überein.

Ansatz:

$$\frac{t_1 + t_2}{2} = t = \frac{t_1 + t_{2o}}{2}$$

Die beiden verschiedenen, vom äusseren an das innere Medium abgegebenen Wärmemengen ergeben sich darnach zu

$$Q = k_o O \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{T_1 - t}{T_2 - t}} = G c_p (T_1 - T_2)$$

und

$$Q_o = k_o O \frac{T_1 - T_{2o}}{\ln \frac{T_1 - t}{T_{2o} - t}} = G c_p (T_1 - T_{2o})$$

Somit wird

$$(9) \quad \frac{Q}{Q_o} = \frac{k}{k_o} \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2o}} \frac{\ln \frac{T_1 - t}{T_{2o} - t}}{\ln \frac{T_1 - t}{T_{2o} - t}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2o}}$$

Daraus folgt nach einfachen Umrechnungen

$$(10) \quad T_2 = t + (T_1 - t) \left( \frac{T_{2o} - t}{T_1 - t} \right)^{\frac{k}{k_o}}$$

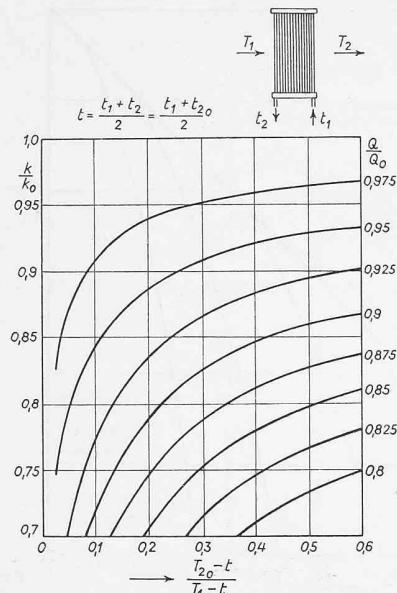


Bild 5. Beziehung zwischen übertragener Wärmemenge und Wärmeübergangszahl

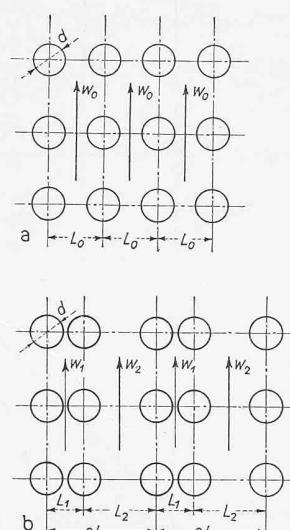


Bild 6. Rohranordnung bei Querstrom  
a genaue Teilung  
b ungenaue Teilung

Durch Einsetzen von (10) in die rechte Seite der Beziehung (9) ergibt sich

$$(11) \quad \frac{Q}{Q_0} = \frac{1 - \left( \frac{T_{20} - t}{T_1 - t} \right)^{\frac{k}{k_0}}}{1 - \left( \frac{T_{20} - t}{T_1 - t} \right)}$$

Der damit bestimmte Zusammenhang zwischen der übertragenen Wärmemenge und der Wärmedurchgangszahl ist auf Bild 5 graphisch dargestellt. Daraus ergibt sich zum Beispiel die Feststellung, dass die Abnahme von  $Q$  gegenüber  $Q_0$  für kleine Werte von  $(T_{20} - t)/(T_1 - t)$ , d. h. für relativ grosse Abkühlungen klein ist im Verhältnis zur entsprechenden Abnahme von  $k$  gegenüber  $k_0$ .

##### 5. Ungenaue Rohrteilung bei Querstrom

Ausgehend von einer genauen zum Beispiel fluchtenden Rohrteilung nach Bild 6a wird hier ebenfalls jede zweite Rohrreihe um den gleichen Betrag und in der gleichen Richtung — in diesem Falle quer zur Strömungsrichtung — verschoben, womit der fluchtende Charakter der Rohranordnung und natürlich auch der ursprüngliche Wert der Längsteilung erhalten bleiben (Bild 6b). In bezug auf die sich dabei ausbildende Strömung des äusseren Mediums wird weiterhin angenommen, dass die Lage der Staupunkte gegenüber dem ursprünglichen Zustand der genauen Rohrteilung unverändert bleibt, das heisst, das Strömungsbild wird innerhalb jeder beliebigen Querteilung so vorausgesetzt, wie wenn beidseitig davon stets gleich grosse Teileungen angrenzen würden. Wie durch einen Vergleich mit den im folgenden Abschnitt angegebenen Versuchsergebnissen sehr schön gezeigt werden kann, ist diese Annahme für praktisch vorkommende Abweichungen bis zu etwa 20 % der genauen Rohrteilung als den wirklichen Verhältnissen ziemlich genau entsprechend zu bezeichnen. Bei zunehmender Ungenauigkeit ergeben die berechneten Werte umso grössere Unterschiede gegenüber den Versuchsergebnissen (im Sinne eines zu grossen Einflusses auf den Wärmedurchgang) je mehr man sich dem extremen Zustand der Berührung zweier Rohre nähert, für welchen Fall die getroffene Annahme selbstverständlich ihre Berechtigung gänzlich verliert. Als weitere Annahme wird hier noch ähnlich wie in Abschnitt 3 ein vollständiger Temperaturaustausch des äusseren Mediums quer zur Strömungsrichtung vorausgesetzt, was im Hinblick auf die intensive Durchwirbelung den tatsächlichen Verhältnissen ziemlich genau entsprechen dürfte. Die Mehrzahl der nachfolgend verwendeten Bezeichnungen<sup>6)</sup> ist bereits weiter oben angegeben worden. Als Ergänzung gilt noch

<sup>6)</sup> Der Index 0 bezieht sich ebenfalls auf den Zustand bei genauer Rohrteilung, während die Indices 1 und 2 sinngemäss auf die beiden nebeneinanderliegenden ungenauen Rohrteilungen  $L_1$  und  $L_2$  hinweisen.

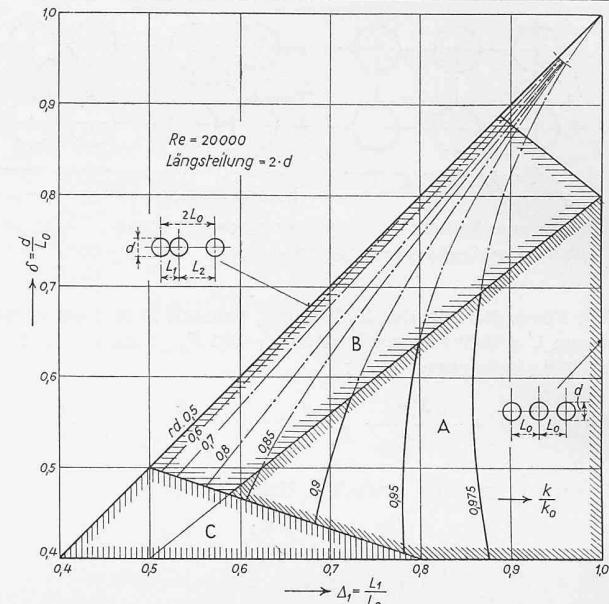


Bild 7. Verminderung der übertragenen Wärmemenge infolge ungenauer Rohrteilung bei Querstrom mit fluchtender Anordnung der Rohre

A Berechnungsunterlagen (Grimison) für beide Teilungen ( $L_1$  und  $L_2$ ) genau

B engere Teilung extrapoliert C weitere Teilung extrapoliert

$$\Gamma_1 = \frac{L_1 - d}{L_0}; \quad \Gamma_2 = \frac{L_2 - d}{L_0}$$

B = Zahlenwert

p = Exponent

$$Re_1 = \frac{w_1 d}{r}; \quad Re_2 = \frac{w_2 d}{r}; \quad Re_0 = \frac{w_0 d}{r}$$

Ansatz:

$$k \sim \alpha = B Re^p$$

Die Druckverlustzahl  $\zeta$  ist hier nach Grimison<sup>3)</sup> als Funktion der Teilung (Längs- und Querteilung) sowie gleichzeitig auch der Reynoldsschen Zahl als bekannt vorauszusetzen. Da im folgenden ausschliesslich der Einfluss einer veränderlichen Querteilung untersucht werden soll, sind dabei Längsteilung und Reynoldssche Zahl konstant zu halten. Die zu einer bestimmten Rohranordnung gehörenden beiden dimensionslosen Geschwindigkeiten  $w_1$  und  $w_2$  sind unter den gegebenen Umständen nur durch Probieren zu ermitteln. Der notwendige funktionelle Zusammenhang ist hierbei gegeben durch die Kontinuitätsgleichung

$$2(1 - \delta) = \omega_1 \Gamma_1 + \omega_2 \Gamma_2$$

sowie durch die Formulierung der Bedingung, wonach in je zwei verschiedenen durch die Teilungen  $L_1$  und  $L_2$  gebildeten Durchflussquerschnitten gleich grosse Druckverluste entstehen, das heisst durch

$$\zeta_1 \omega_1^2 = \zeta_2 \omega_2^2$$

Für die darnach vorgenommene zahlenmässige Berechnung von  $\omega_1$  und  $\omega_2$  als Funktion der Rohrteilung wurden willkürlich  $Re_0 = w_0 \cdot d/r = 2 \cdot 10^4$  und die Längsteilung  $= 2d$  angenommen.

Die gesamte innerhalb der beiden Teilungen  $L_1$  und  $L_2$  vom äusseren an das innere Medium abgegebene Wärmemenge ergibt sich ferner zu

$$Q = (B_1 Re_1^{p_1} + B_2 Re_2^{p_2}) \pi d R \Delta t_{log}$$

Die analoge Beziehung für die abgegebene Wärmemenge bei angenommener genauer Rohrteilung ist anderseits

$$Q_0 = B_0 Re_0^{p_0} 2 \pi d R \Delta t_{log_0}$$

Daraus folgt wiederum mit der vorläufigen Annahme  $\Delta t_{log} = \Delta t_{log_0}$

$$(12) \quad \left( \frac{Q}{Q_0} \right) \Delta t_{log} = \Delta t_{log_0} = \frac{k}{k_0} = \frac{B_1 Re_1^{p_1} + B_2 Re_2^{p_2}}{2 B_0 Re_0^{p_0}}$$

In bezug auf die vorläufige Annahme gleich grosser logarithmischer Temperaturdifferenzen sowohl im Falle der genauen als auch der ungenauen Rohrteilung gelten hier die selben Bemerkungen wie in Abschnitt 3. Für die nach Beziehung (12) berechneten Werte von  $k/k_0$  ergeben sich darnach die entsprechenden Werte von  $Q/Q_0$  für verschiedene logarithmische Temperaturdifferenzen wiederum unter Verwendung der auf Bild 5 dargestellten Beziehung (11). Die in der Gleichung (12) auftretenden Werte von  $B$  und  $p$  (vgl. Ansatz für die Wärmedurchgangszahl) sind weiterhin als Funktionen der Teilung ebenfalls nach Grimison als bekannt vorauszusetzen. Ferner ergeben sich die verschiedenen Reynoldsschen Zahlen aus den bereits berechneten Werten der entsprechenden dimensionslosen Geschwindigkeiten. Die dadurch bestimmte zahlen-

mässige Auswertung der Gleichung (12) ist auf Bild 7 dargestellt. Bei der Berechnung dieses Diagrammes ergibt sich dabei für gewisse Rohrteilungen die Notwendigkeit einer teilweisen Extrapolation der nur innerhalb bestimmter Grenzen der Teilung bekannten Werte von  $\zeta$ ,  $B$  und  $p$ , entsprechend den auf Bild 7 vermerkten Angaben. Beim Vergleich mit den früher ermittelten Ergebnissen für die ungenaue Rohrteilung bei Längsstrom zeigt sich, dass die vorliegende Anordnung im Querstrom erwartungsgemäss als empfindlicher zu bezeichnen ist, indem hier der störende Einfluss auf den Wärmedurchgang allgemein höher liegt.

Die Abweichung ist dabei um so stärker, je mehr sich die Ungenauigkeit in der Rohrteilung dem Zustand der Berührung zweier Rohre nähert.  
Schluss folgt

## Leichtbeton in Schweden

Von Dipl. Ing. G. A. RYCHNER, Zürich

Schweden nimmt heute in der Technik des Leichtbetons eine führende Stellung ein. Die auffallende Verbreitung dieses hochporigen Materials, das so bewährte Baustoffe wie Backsteine arg verdrängt, erklärt sich aus technisch-wirtschaft-

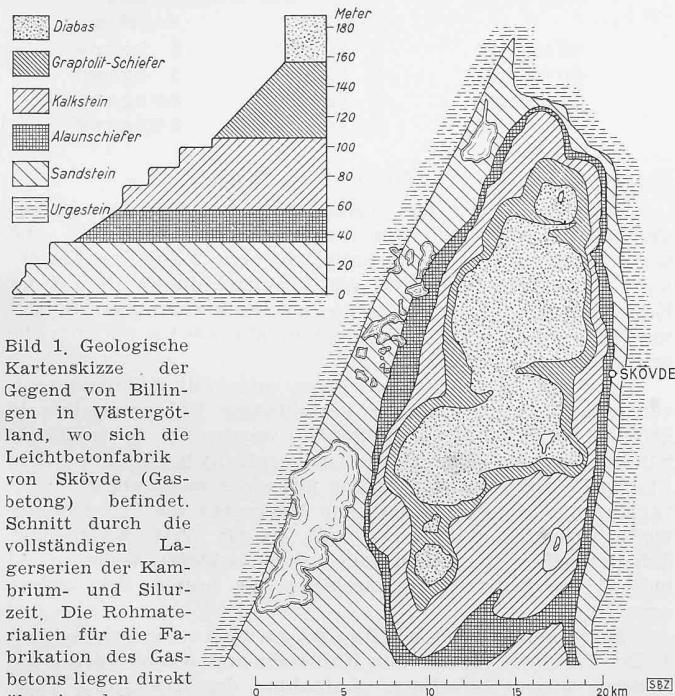


Bild 1. Geologische Kartsenskizze der Gegend von Billingen in Västergötland, wo sich die Leichtbetonfabrik von Skövde (Gasbetong) befindet. Schnitt durch die vollständigen Lagerserien der Kambrium- und Silurzeit. Die Rohmaterialien für die Fabrikation des Gasbetons liegen direkt übereinander.



Bild 2. Schieferbruch. Das Material wird als Brennstoff für das Brennen des Kalksteines verwendet. Daraus entstehen Schieferasche und gebrannter Kalk.

DK 666.974.3

lichen Gründen, die mit der geographischen Lage und dem Klima des Landes und mit seiner geologischen Geschichte in Zusammenhang stehen<sup>1)</sup>. Das Bestreben, leichter, rascher, billiger und gut isolierend zu bauen, erklärt mit den nachfolgend besprochenen Eigenschaften des Leichtbetons seinen wachsenden Erfolg im Bauwesen.

Die Fabrikation von Leichtbeton wurde vor etwa 30 Jahren aufgenommen und führte in der Folge zu neuen Methoden in der Baukunst. Die Wirtschaftlichkeit und die verschiedenen Anwendungsmöglichkeiten des Leichtbetons als reine Isolierung oder auch als hochisolierendes Tragmaterial können diesen Aufschwung allein nicht begründen, denn um sich auf die Dauer durchzusetzen, muss ein neues Material gewissen Qualitätsanforderungen genügen. Gründliche Forschungsarbeiten waren die Voraussetzung für eine rationelle und einwandfreie Fabrikation. Sie und die Bewährung in der Praxis schufen das für einen dauernden Erfolg notwendige Vertrauen in die Qualität des Materials. Die Fabriken besitzen eigene Laboratorien, um die Erzeugnisse auf ihre Qualität laufend zu überwachen und ihre Weiterentwicklung sowie das Erschließen neuer Anwendungsgebiete zu studieren. Sie unterstellen aber auch ihre Produkte freiwillig einer dauernden Kontrolle durch die öffentlichen Materialprüfanstalten von Stockholm und Göteborg.

Seit einiger Zeit wurden armierte Platten und Träger, diese z. B. für Stürze, in das Fabrikationsprogramm aufgenommen. Die mit einem geschweißten Stahlgerippe armierten Dachplatten erfreuen sich grosser Beliebtheit. Dies geht daraus hervor, dass heute in Schweden jedes dritte Industriedach mit Leichtbeton überdeckt wird.

<sup>1)</sup> Schweden liegt zwischen dem 55. und 69. Breitengrad: Langer, harter Winter; 1600 km Ausdehnung in der Luftlinie gemessen, d. h. lange Transportwege.

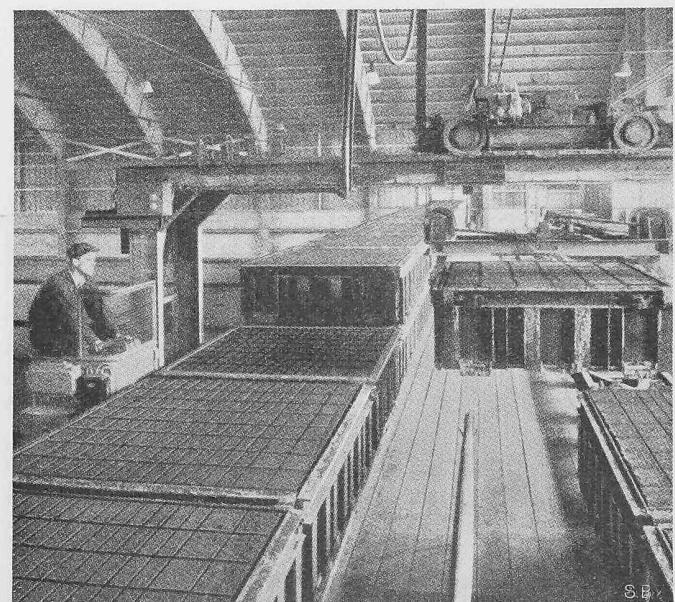


Bild 3. Ytong-Fabrikation. Die Mischung wird in Formen gegossen. Dort lässt man sie gären und abbinden, dann wird sie in die Bauelemente der gewünschten Grösse zerschnitten.