Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 69 (1951)

Heft: 47

Artikel: Ein graphisches Hilfsmittel zur Konstruktion von Geschwindigkeitsdreiecken

Autor: Miesch, Hans

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-58966

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 04.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

men. Die «technische Phantasie» macht also keine Kapriolen, sondern arbeitet nach einem zwangläufigen Gesetz. Damit hat sie wohl verdient, auch vom mathematisch nüchtern urteilenden Techniker anerkannt zu werden.

Welchen Wert haben nun aber die mit Phantasie begabten Techniker für die Wirtschaft? Die Phantasie ist meist Ausfluss eines unruhigen Pioniergeistes, der aus eigener Kraft, losgelöst von Ueberlieferung und Routine, schöpfen möchte und dies wenn nötig auch gegen gute Ratschläge, bessere Einsicht und gegen den Strom schwimmend tun wird. Der Pionier ist daher für seine Umgebung meist unbequem und in der Praxis oft nicht sehr geschätzt. Während der Routinier problemlos seine gelernten Kenntnisse rasch und sicher praktisch anwendet, grübelt der Pionier an neuen Lösungen herum, die, wenn sie — selten genug — zur Ausführung kommen, oft wegen Kinderkrankheiten erst noch Aerger und wirtschaftlichen Verlust verursachen. Trotzdem ist der Pionier für den technischen und damit wirtschaftlichen Fortschritt unerlässlich, und er wird am Ende doch anerkannt, während der Routinier nach relativ kurzer Periode des Erfolges der unmerklich veränderten Entwicklung nicht mehr zu folgen vermag und zuletzt als überlebter Kauz bemitleidet wird.

Zum Glück sind die meisten Menschen keine reinen Pioniere und auch keine reinen Routiniers. Es obliegt der Selbstkontrolle des Einzelnen, die optimale Synthese anzustreben, so dass er weder als Querulant noch als rückständig zu gelten hat. Zum Glück bedarf unsere Wirtschaft auch beider Typen, wenn sie sowohl auf der Höhe der Entwicklung bleiben als auch rationell arbeiten will. Der Mann am Steuer wird also darauf Bedacht nehmen, dass sein Fahrzeug sowohl über einen leistungsfähigen Motor wie auch über gute Bremsen verfügt.

Die Frage, ob der technische Fortschritt überhaupt erwünscht ist, kann natürlich nur individuell beantwortet werden. Jeder technische Fortschritt bedeutet einerseits Anstrengung, nicht nur für den Pionier, sondern für alle, die seine Idee verwirklichen, und anderseits Unruhe für die Konkurrenten, die vorerst die Neuerung nicht akzeptieren wollen und es schliesslich kraft des Wettbewerbsprinzips doch müssen. Anderseits bringt der technische Fortschritt im Sinne bestmöglicher Leistung bei geringstem Arbeitsaufwand eine allgemeine Hebung des Lebensstandards und die Milderung wirtschaftlicher Sorgen für viele Bevölkerungskreise.

Nicht nur unsere tägliche Anstrengung, sondern auch das Mass an jugendlichem Geist entscheidet, ob der alte Erdteil mit jüngeren Nationen Schritt halten wird oder ob er auf dem heutigen technischen und wirtschaftlichen Stande mehr oder weniger stillsteht und damit auch seine technische Führerrolle verliert.

Ein graphisches Hilfsmittel zur Konstruktion von Geschwindigkeitsdreiecken

Von Dipl. Ing. HANS MIESCH, Yverdon

DK 621—135

Die Geschwindigkeitsdreiecke sind eine wichtige Unterlage bei der Festlegung der Schaufelungen von Turbinen sowie von Turbo- und Axialkompressoren. Bei der Wahl dieser Dreiecke muss man auf viele Einflüsse und Bedingungen achten, und oft ist es schwer, angesichts der vielen Möglichkeiten die Uebersicht zu wahren. Besonders unübersichtlich werden die Verhältnisse bei verstellbaren Schaufeln. In solchen Fällen leistet die nachfolgend beschriebene R-φ-Tafel gute Dienste. Die beigefügten einfachen Beispiele sollen mit dem Gebrauch der Tafel vertraut machen. Die Bezeichnungen und Betrachtungen gelten für Axialkompressoren [1]; sie lassen sich aber sinngemäss auch auf Turbinen übertragen.

1. Die R-φ-Tafel

Wir beziehen alle Geschwindigkeiten auf die Umfangsgeschwindigkeit u und erhalten nach Bild 1

den Reaktionsgrad $R = w_{u\infty}/u$

den Koeffizienten der Meridiangeschwindigkeit $\varphi = c_m/u$

den Wert $\tau = \Delta w_u/u$ wobei $\Delta w_u = w_{u_1} - w_{u_2} = c_{u_2} - c_{u_1}$

sowie die Grössen $K w_\infty = w_\infty/u$ und $K c_\infty = c_\infty/u$

Das gestrichelte Dreieck mit den Seiten $K w_\infty$, $K c_\infty$, 1 stellt das Skelett eines Geschwindigkeitsdreieckes in der dimensionslosen Schreibart dar. Als solches wird es in der Tragflügeltheorie benutzt und ist eindeutig bestimmt durch R und φ. Mit τ lässt es sich zum bekannten Geschwindigkeitsdreieck vervollständigen.

[1]) Vgl. etwa *Traupel, Walter:* Neue allg. Theorie der mehrstufigen axialen Turbomaschine. Diss. ETH, Zürich 1942.

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem mit R als Ordinate und φ als Abszisse gehört nun zu jedem Punkt ein ganz bestimmtes Skelett. Man kann sich das nach Bild 2 leicht vorstellen. φ gibt ein Mass für das geförderte Volumen und, falls ϱ konstant, auch für das Fördergewicht.

2. Der Profilwirkungsgrad

Gestützt auf die Tragflügeltheorie, kann man den Profilwirkungsgrad wie folgt anschreiben:

$$(1) \qquad \eta = \varphi \left[\frac{(1-R) - \varphi\,\varepsilon_1}{\varphi + (1-R)\,\varepsilon_1} + \frac{R - \varphi\,\varepsilon_2}{\varphi + R\,\varepsilon_2} \right] \text{[2]}$$

worin bedeuten:

$\varepsilon = C_w/C_A$ die Gleitzahl

C_A den Auftriebskoeffizienten

C_w den Widerstandskoeffizienten

Es möge ε zu 0,02 für Leit- und Laufschaufeln angenommen werden. Dann kann man in der R-φ-Tafel die Muschelkurven gleichen Wirkungsgrades ziehen (Bild 3) und für jedes Geschwindigkeitsdreieck sofort den Wirkungsgrad ablesen. Die günstigsten Verhältnisse findet man, wie bekannt, beim symmetrischen Dreieck mit $R = 0{,}5$ und $\varphi = 0{,}5$.

3. Die Schaufelverdrehung

Die Umfangsgeschwindigkeit nimmt vom Schaufelfuss zur Spitze hin zu. Um gleichwohl über die ganze Schaufellänge den selben Energieumsatz zu erhalten, werden die Schaufeln von der Nabe zur Spitze hin verdreht, etwa so, dass das Produkt $c_u \cdot r$ = konstant bleibt. Entsprechend än-

[2]) Die Beziehung (1) wird von Prof. *H. Quiby* in seiner Vorlesung an der ETH Zürich über Turbokompressoren hergeleitet.

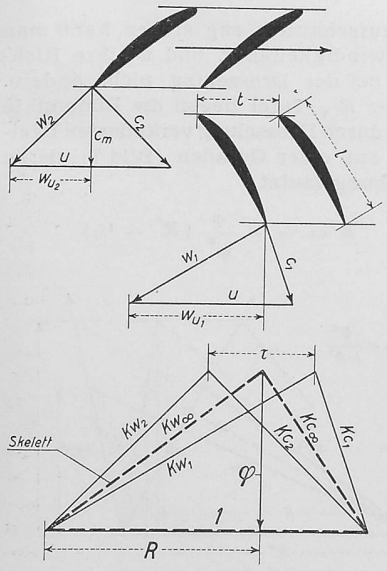

Bild 1. Bezeichnung der Geschwindigkeitsdreiecke

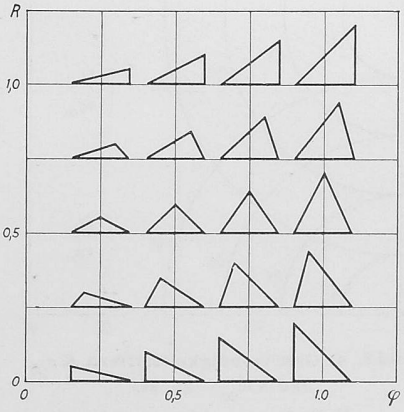

Bild 2. Skelette von Geschwindigkeitsdreiecken in der R-φ-Tafel

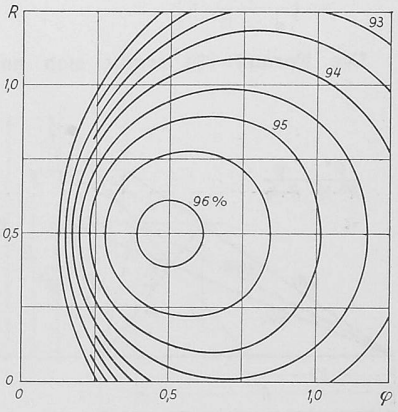

Bild 3. Profilwirkungsgrad für $\varepsilon = 0{,}02$

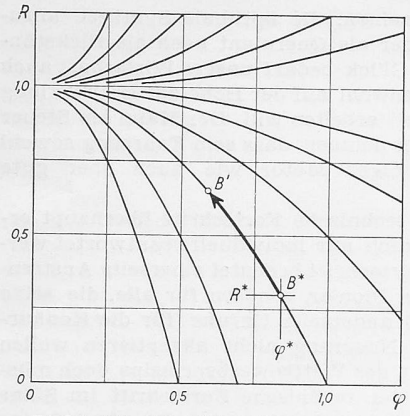

Bild 4. Die Schaufelverdrehung

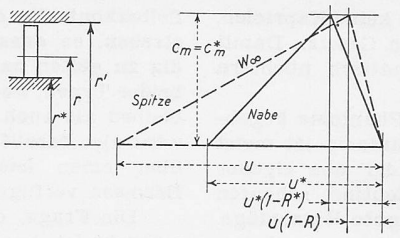

Bild 5. Ableitung zu Gleichung (2)

dern sich die Geschwindigkeitsdreiecke längs dem Radius, und es wird:

(1a) $\tau = \tau^*(r^*/r)^2$

$\varphi = \varphi^*(r^*/r)$

wobei der Index * für das Nabendreieck gilt.

In der R-φ-Tafel (Bild 4) liegen die Dreiecke auf dem Stück von B^* (Nabe) bis B' (Spitze) auf einer Parabel von der Form:

$$(2) \qquad R = \left(\frac{\varphi}{\varphi^*}\right)^2 (R^* - 1) + 1$$

wenn mit R^* und φ^* das Skelett am Schaufelfuss gekennzeichnet wird.

Man sieht, wie der Reaktionsgrad R von der Nabe zur Spitze hin wächst, solange $R^* < 1$. Die φ-Werte fallen umgekehrt proportional zum Radius.

Die Ableitung der Beziehung (2) ist einfach, wenn wir voraussetzen, dass c_m über die Schaufellänge konstant bleibt. Aus Bild 5 ergibt sich:

$$\frac{\varphi^*}{\varphi} = \frac{c_m^*}{u^*}\,\frac{u}{c_m} = \frac{u}{u^*} = \frac{r}{r^*}$$

$$u\,(1 - R) = \left[u^*\,(1 - R^*)\right]\frac{r^*}{r}$$

$$(1 - R) = \frac{u^*}{u}\,\frac{r^*}{r}\,(1 - R^*) = \left(\frac{\varphi}{\varphi^*}\right)^2 (1 - R^*)$$

4. Bedingung $w_2/w_1 = \gamma$

Erfahrungsgemäss darf die Verzögerung im Gitter ein bestimmtes Mass nicht überschreiten. Es soll z. B. das Verhältnis $\gamma = w_2/w_1$ nicht kleiner als 0,7 sein. In der R-φ-Tafel liegen alle die Dreiecke, bei denen dieses Verhältnis kleiner wird und die daher unbrauchbar sind, im Innern eines Kreises von der Form:

$$(3) \qquad \varphi^2 + \left[R - \left(\frac{1 + \gamma^2}{1 - \gamma^2}\right)\frac{\tau}{2}\right]^2 = \left(\frac{\gamma}{1 - \gamma^2}\,\tau\right)^2$$

Da w_2 und w_1 von τ abhängen, tritt τ als Parameter auf. Die Kreise greifen mit grösserem τ immer weiter aus (Bild 6), wie man sich leicht klar macht. Für $c_1/c_2 = \beta$ gilt entsprechend:

$$(4) \qquad \varphi^2 + \left[(1 - R) - \left(\frac{1 + \beta^2}{1 - \beta^2}\right)\frac{\tau}{2}\right]^2 = \left(\frac{\beta}{1 - \beta^2}\,\tau\right)^2$$

Die Formel (3) ergibt sich nach Bild 7 aus der Beziehung:

$$\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 = \left(\frac{K w_2}{K w_1}\right)^2 = \frac{\varphi^2 + (R - \tau/2)^2}{\varphi^2 + (R + \tau/2)^2} = \gamma^2$$

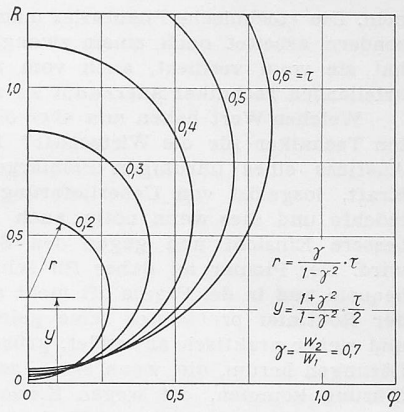

Bild 6. Bedingung w_2/w_1 = konstant = 0,7

5. Bedingung $\Delta w_u/w_\infty = \xi$

Nach der Tragflügeltheorie ist der Auftriebskoeffizient c_A gegeben durch:

$$c_A = 2\,(t/l)\,(\Delta w_u/w_\infty)$$

Sind c_A und das Teilungsverhältnis t/l gegeben, so ist das Verhältnis $\Delta w_u/w_\infty = \xi$ festgelegt. Alle Dreiecke eines Meridianschnittes, die ein solches bestimmtes Verhältnis erfüllen, liegen in der R-φ-Tafel auf einem Kreis von der Form:

$$(5) \qquad R^2 + \varphi^2 = (\tau/\xi)^2$$

für $\xi = \Delta w_u/w_\infty$

$$(6) \qquad (R - 1)^2 + \varphi^2 = (\tau/\zeta)^2$$

für $\zeta = \Delta c_u/c_\infty$

Die Formel (5) folgt aus der Ueberlegung:

$$\xi = \frac{\Delta w_u}{w_\infty} = \frac{\tau}{K w_\infty} = \frac{\tau}{\sqrt{R^2 + \varphi^2}}$$

6. Geschwindigkeiten

Eine analoge Beziehung besteht für die Geschwindigkeitsziffern $K w_\infty$ und $K c_\infty$. Die Linien konstanter Geschwindigkeitsziffern sind wiederum Kreise:

$$(7) \qquad R^2 + \varphi^2 = K w_\infty^2$$

$$(8) \qquad (R - 1)^2 + \varphi^2 = K c_\infty^2$$

Ist die Umfangsgeschwindigkeit bekannt, so lässt sich z. B. mit einem einfachen Kreisbogen die Gesamtheit der Dreiecke in zwei Gruppen teilen: Ausserhalb des Bogens wird die Schallgeschwindigkeit — für w_∞ bzw. c_∞ — stets überschritten, wogegen sie innerhalb des Bogens nirgends erreicht wird.

7. Der Drosselvorgang

Wenn die Leit- und Laufschaufeln eng stehen, kann man annehmen, dass die Geschwindigkeiten c_1 und w_2 ihre Richtung bei der Drosselung nicht ändern. In der R-φ-Tafel liegen die Bildpunkte eines durch Drosselung veränderten Dreiecks auf einer Geraden (Bild 7), deren Gleichung lautet:

$$(9) \qquad R = 1/2 + \frac{\varphi}{\varphi^*}\,(R^* - 1/2)$$

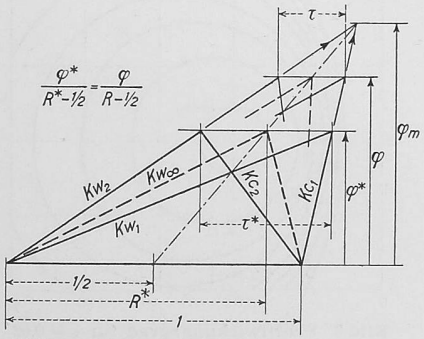

Bild 7. Ableitung zu Gleichung (9)

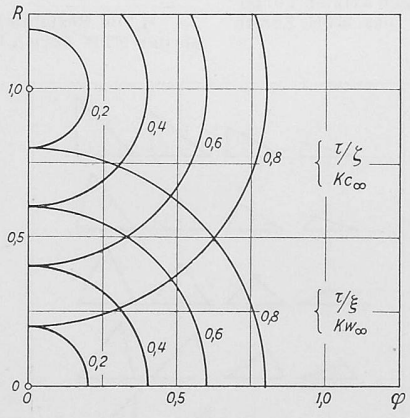

Bild 8. a) Geschwindigkeitsziffern $K c_\infty$ und $K w_\infty$ = konst.

b) Bedingung $\Delta w_u/w_\infty$ und $\Delta c_u/c_\infty$ = konst.

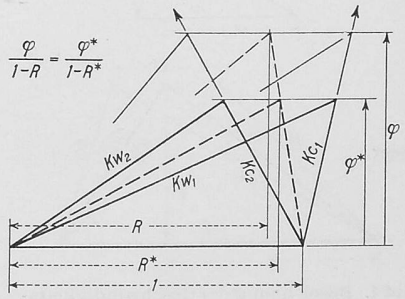

Bild 9. Ableitung zu Gleichung (11)

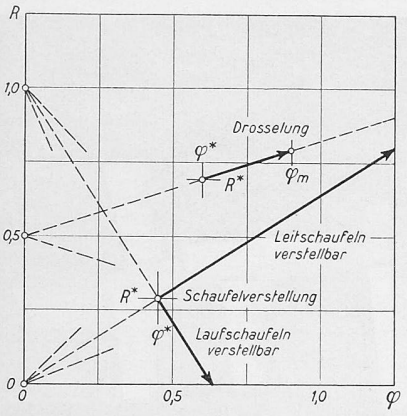

Bild 10. Drosselung und Schaufelverstellung

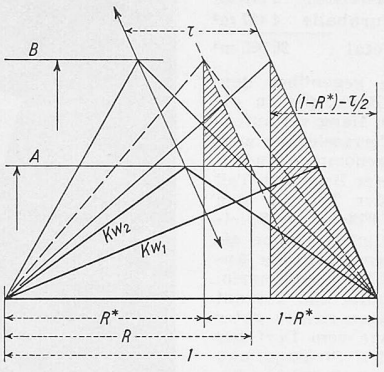

Bild 11. Ableitung zu Gleichung (15)

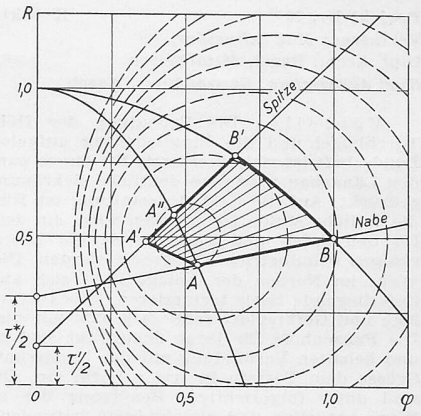

Bild 12. Leitschaufelverstellung und Drosselung auf konstanten Druck bei konstanter Drehzahl

Mit R^*, φ^* ist das Ausgangsdreieck bezeichnet. Die Strecke endet in einem Punkt, der bestimmt wird durch:

$$\varphi_m = \varphi^*/(1 - \tau^*) \tag{10}$$

wie man aus Bild 7 leicht ersieht. Das Verfahren lässt sich in ähnlicher Weise auch auf grosse Schaufelteilungen anwenden (Bild 10)[3].

8. Schaufelverstellung

Wenn man an eine feste Drehzahl gebunden ist, kann man das Fördervolumen durch Verstellen der Schaufeln verändern. Man wird entweder die Laufschaufeln verstellen und die Leitschaufeln festhalten, oder auch umgekehrt. Im ersten Fall und bei enger Teilung der Leitschaufeln bleibt die Richtung von c_1 und c_3 erhalten, wie auf Bild 9 dargestellt ist.

In der R-φ-Tafel liegen die Bildpunkte der Dreiecke eines Meridianschnittes wiederum auf Geraden, deren Gleichung lautet:

$$R = 1 - \frac{\varphi}{\varphi^*}(1 - R^*) \tag{11}$$

falls nur die Laufschaufeln verstellt werden, und

$$R = \frac{\varphi}{\varphi^*} R^* \tag{12}$$

falls nur die Leitschaufeln verstellt werden, und wo R^*, φ^* das Ausgangsdreieck kennzeichnen.

Werden bei konstanter Drehzahl die Schaufeln verstellt, so ändert sich allerdings nicht nur das Durchsatzvolumen, sondern auch der Enddruck. Will man den Enddruck konstant halten, so muss man den Einlass- oder Auslassquerschnitt ändern, also zusätzlich drosseln. Für diesen praktisch wichtigen Fall sollen nachfolgend noch kurz die Verhältnisse betrachtet werden.

9. Schaufelverstellung und Drosselung auf konstanten Druck bei konstanter Drehzahl

Wir nehmen zunächst an, dass nur die Leitschaufeln verstellt werden; weiter mögen die Laufschaufeln so eng stehen, dass die Austrittsgeschwindigkeit ihre Richtung beibehält, auch wenn die Leitschaufeln ihre Stellung ändern. Nun ist der Drucksprung in einer Stufe gegeben durch:

$$\Delta p = \varrho/_2 \tau u^2 \tag{13}$$

Wird druckseitig gedrosselt, dann bleibt ϱ konstant. Konstanter Druck bedeutet dann konstantes τ. Damit ist aber die Geometrie der Dreiecke eines Meridianschnittes bei der Schaufelverstellung festgelegt. Bild 11 diene als Beispiel für die Laufschaufelverstellung. In der R-φ-Tafel liegen die Dreiecke auf einer Geraden, die durch folgende Gleichungen gegeben ist:

$$R = \frac{\tau}{2} + \frac{\varphi}{\varphi^*}\left(R^* - \frac{\tau}{2}\right) \tag{14}$$

für Leitschaufelverstellung, und

$$R = \left(1 - \frac{\tau}{2}\right) + \frac{\varphi}{\varphi^*}\left[R^* + \left(\frac{\tau}{2} - 1\right)\right] \tag{15}$$

für Laufschaufelverstellung. R^*, φ^* kennzeichnen wiederum das Ausgangsdreieck.

In Bild 12 bezeichnen A und B die Endpunkte, zwischen denen gearbeitet werden soll. Die zugehörigen Werte φ sind ein Mass für die in beiden Endpunkten geförderten Volumina. Mit der Strecke A-B sind alle Dreiecke erfasst, die beim Verstellen am Schaufelfuss auftreten.

Jetzt wollen wir uns die bisherigen Erkenntnisse zunutze machen.

Die Schaufel sei — gestützt auf das Nabendreieck im Punkt B — von der Nabe zur Spitze hin gemäss $cu \cdot r =$ konstant verdreht worden. Die zugehörigen Dreiecke längs der Schaufel liegen, wie wir bereits gesehen haben, auf dem Parabelstück BB' (Bild 12), wobei sich die Radien Nabe/Spitze wie 2/3 verhalten mögen. Um unser Beispiel anschaulicher zu machen, werde zudem das τ an der Nabe zu 0,6 angenommen. Das τ an der Spitze folgt aus Gleichung 1a. Nun sind wir mittels der Beziehung (14) in der Lage, die Arbeitsgerade auch für die Spitze zu zeichnen. Wird so mit jedem Punkt zwischen BB' verfahren, so überdeckt schliesslich die schraffierte Fläche $AA'BB'$ sämtliche auftretenden Dreiecke.

Legt man diese Fläche über die Muschelkurven der Profilwirkungsgrade, so hat man eine vollkommene Uebersicht über die Wirkungsgrade für jede Arbeitsstellung der Schaufeln und für jeden Meridianschnitt einer Stufe. Entsprechend könnte man diese Fläche $AA'BB'$ über die Geschwindigkeitskurven (Bild 8) legen und hätte ein gutes Bild von der Geschwindigkeitsverteilung.

Man sieht ferner, dass die Verdrehung der Schaufel längs des Radius nur längs der Strecke BB' korrekt ist. Im Arbeitspunkt A ergäbe die korrekte Verdrehung Dreiecke längs AA'', während sie tatsächlich auf AA' liegen. Dort ist also das Produkt $cu \cdot r$ nicht mehr konstant, wie ursprünglich verlangt wurde. Man kann aber gerade mit dieser Darstellungsart Gebiete ausfindig machen, wo die Abweichung minimal wird. Gleichzeitig hat man es in der Hand, auf einfachste Weise zu überprüfen, ob nicht etwa in irgend einer Stellung andere Bedingungen verletzt werden, z. B. ob die Schallgeschwindigkeit überschritten wird oder das Verhältnis w_2/w_1 nicht mehr befriedigt. Gerade wo die Verhältnisse wenig übersichtlich sind, zeigen sich die Vorteile einer Darstellung in der R-φ-Tafel.

Der Weg bleibt immer der gleiche: man sucht die geometrische Veränderung der Geschwindigkeitsdreiecke analytisch in R und φ auszudrücken und stellt die gefundene Beziehung in der R-φ-Tafel dar.

[3]) Bezüglich der Geometrie solcher Dreiecke vergleiche *Wislicenus, George:* Fluid Mechanics of Turbomachinery. McGraw-Hill, New York 1947. S. 247.

Wettbewerb für ein Primar- und Realschulhaus in Gelterkinden

Aus dem Programm DK 727.1 (494.23)

Auf dem erhöht über der Ortschaft gelegenen Areal sollen die Neubauten in sinnvoller Gruppierung mit den nötigen Freiflächen so projektiert werden, dass bei etappenweiser Erstellung der Schulbetrieb nicht erheblich gestört wird. Der