

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 69 (1951)
Heft: 10

Artikel: Ausmauerung eiserner Apparate
Autor: Matz, Werner
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-58821>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Ausmauerung eiserner Apparate

DK 66.023.3

Von Dr.-Ing. WERNER MATZ, Farbwerke Hoechst, Frankfurt a. M. - Hoechst

Zum Schutz des Eisens gegen die korrodierende Wirkung von Säuren und Laugen werden in der chemischen und in verwandten Industrien häufig eiserne Apparate mit Steinen ausgekleidet. Während sich im allgemeinen solche Ausmauerungen recht gut bewährten, traten immer wieder nach kurzer Betriebszeit Undichtheiten im Mauerwerk auf; in einzelnen Fällen erfolgten sogar Explosionen von Zellstoffkochern. Die letzten Endes auf der Verschiedenheit der Wärmedehnzahlen von Mauerwerk und Eisen beruhenden Schwierigkeiten sollen im folgenden beleuchtet und eine Berechnungsmethode für eine fachgemässe Ausmauerung dargestellt werden, die sich in der Praxis schon seit vielen Jahren bestens bewährt hat.

Während die Eisenwandstärken nicht ausgemauerten Gefässe vor allem durch den Innendruck bestimmt werden, ist beim ausgemauerten Behälter schon allein wegen der Ausmauerung und der dadurch bedingten Vorspannung im Eisen eine grössere Eisenwandstärke erforderlich, selbst dann, wenn kein Druck im Innern herrscht. Die Ausmauerung eiserner Apparate wird von den beiden Grundproblemen des Wärmedurchganges durch das Mauerwerk und des Dehnungsgleichgewichtes zwischen Mauerwerk und Eisen beherrscht. Zunächst soll deshalb der Wärmedurchgang, dann das Dehnungsgleichgewicht und schliesslich das aus beiden zusammengesetzte Gesamtproblem der Ausmauerung behandelt werden.

I. Der Wärmedurchgang durch das Mauerwerk

Bild 1 zeigt den Temperaturverlauf eines innen geheizten Gefässes mit der Eisenwandstärke δ_3 in m, der Schutzschicht (Gummi, Blei oder dgl.) δ_2 und der Ausmauerung δ_1 . Die Temperaturen sind t_1, t_2, t_3, t_4, t_0 in °C, die Wärmeleitfähigkeiten der Schichten $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ in kcal/mh °C und die Wärmeübergangszahl vom Eisenmantel an die Luft α_l in kcal/m² h °C. Da sich die Temperaturdifferenzen in den einzelnen Schichten zu einander wie die Wärmewiderstände verhalten [1]*), ergibt sich folgende Gleichung mit drei dimensionslosen Nusseltschen [2] Zahlen:

$$\varphi = \frac{t_1 - t_4}{t_4 - t_0} = Nu_1 + Nu_2 + Nu_3 = \frac{\alpha_l \delta_1}{\lambda_1} + \frac{\alpha_l \delta_2}{\lambda_2} + \frac{\alpha_l \delta_3}{\lambda_3}$$

$$(1) \quad t_1 - t_4 = (t_4 - t_0) (Nu_1 + Nu_2 + Nu_3) = \varphi (t_4 - t_0)$$

Im allgemeinen sind t_1 als Innentemperatur des Mauerwerks und t_0 als Aussentemperatur der umgebenden Luft bekannt, während die äussere Eisenwand-Temperatur t_4 gesucht wird. Deshalb muss Gleichung (1) nach t_4 aufgelöst werden

$$(2) \quad t_4 = \frac{1}{\varphi + 1} t_1 + \frac{\varphi}{\varphi + 1} t_0$$

In dieser Gleichung bedeutet

$$(3) \quad \varphi = Nu_1 + Nu_2 + Nu_3 = \frac{\alpha_l \delta_1}{\lambda_1} + \frac{\alpha_l \delta_2}{\lambda_2} + \frac{\alpha_l \delta_3}{\lambda_3}$$

*) Die Zahlen in eckigen Klammern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Schluss des Aufsatzes.

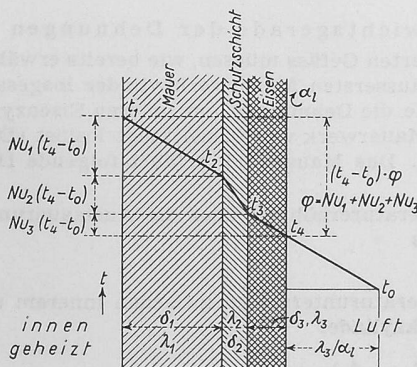


Bild 1. Temperaturverlauf in der Wand eines ausgemauerten Behälters

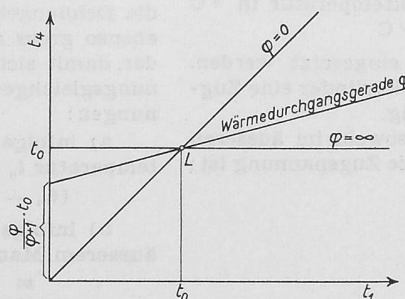


Bild 2. Eisenwandtemperatur t_4 in Abhängigkeit der Innentemperatur t_1

In einem Diagramm mit t_4 als Ordinate und t_1 als Abszisse, Bild 2, wird t_4 nach Gleichung (2) bei gegebenem t_0 und φ durch eine Gerade dargestellt. Da für $t_1 = t_0$ auch $t_4 = t_0$ wird, ganz unabhängig vom Werte φ , so müssen alle φ -Geraden (Wärmedurchgangs-Geraden) durch den Punkt L für t_0 auf der 45°-Linie laufen. Aus Bild 2 erkennt man sofort die beiden Grenzgeraden:

$\varphi = 0$ d. i. Fehlen jeder Ausmauerung und Isolierschicht,

$\varphi = \infty$ d. i. unendlich starke Ausmauerung

Für $\varphi = 0$ fällt die φ -Gerade in die 45°-Linie und für $\varphi = \infty$ fällt die φ -Gerade in die durch L gehende Parallele zur Abszissenachse. Welche der durch L gehenden φ -Geraden nun für den besonderen Fall der Ausmauerung die richtige ist, kann durch Ueberlegungen über den Wärmedurchgang allein nicht entschieden werden. Hierzu muss noch die zweite Bedingung, die das Dehnungsgleichgewicht zwischen Eisen und Mauerwerk berücksichtigt, herangezogen werden.

II. Das Dehnungsgleichgewicht

1. Allgemeines Dehnungsproblem

Die Erfüllung der erforderlichen Dehnungsbedingungen bereitet wegen der verschiedenen Wärmeleitfähigkeiten und Wärmedehnungen von Eisen und Mauerwerk besondere Schwierigkeiten. Damit keine Ablösung des Mauerwerks vom eisernen Mantel eintreten kann, dürfen die relativen Dehnungen des Eisens durch Wärme und inneren Ueberdruck an der Berührungsstelle zwischen Eisen- und Mauerwerk-Zylinder nicht grösser sein als die relativen Dehnungen des Mauerwerks. Ausserdem dürfen an der Berührungsfläche der beiden Zylinder im Mauerwerk keine Zugspannungen auftreten. Wenn aber keine Gegenmassnahmen getroffen werden, entstehen bei einem von innen geheizten Gefäss sowohl durch Wirkung des Temperaturunterschiedes zwischen Innen- und Aussenzylinder als auch durch die Wirkung des inneren Ueberdrucks Zugspannungen im äusseren Mauerwerkzylindermantel. Um diese Zugspannungen, die ein Zerreißen des Mauerwerks zur Folge hätten, aufzuheben, erteilt man beim Ausmauern schon dem Mauerwerkzylinder eine Druckvorspannung und dadurch von selbst dem umgebenden Eisenzylinder eine Zugvorspannung. Durch einen Vorspanndruck p_v zwischen Eisen- und Mauerwerkmantel wird der Eisenzylinder unter den Innendruck p_v und der Mauerwerkzylinder unter den Aussendruck p_v gestellt. In Bild 3 sind die bei solcher Beanspruchung im Mauerwerk und im Eisen auftretenden Vorspanndehnungen schematisch erläutert. Nach erfolgter Ausmauerung und Erreichung des Beharrungszustandes der Vorspannung möge der Halbmesser des Gefässes innen r_0 sein, der des äusseren Mauerwerkzylinders sei r_1 und der des äusseren Eisenmantels sei r_2 . Die senkrecht zu den Zylinderflächen gerichtete Flächenpressung zwischen Mauerwerk und Eisen ist p_v . In tangentialer Richtung treten die Spannungen σ_{mv} im Mauerwerk und σ_{ev} im Eisen auf. Hierdurch ent-

Zu Bild 3:

$$\begin{aligned} \epsilon_{ev} &= \text{Dehnung des Eisens} & \sigma_{mv} &= \frac{r p_v}{d_m} \\ \epsilon_{mv} &= \text{Dehnung des Mauerwerks} & p_v &= \text{Vorspanndruck} \\ q &= \epsilon_{mv} + \epsilon_{ev} = \text{Quellung} & \sigma_{ev} &= \frac{r p_v}{d_e} \end{aligned}$$

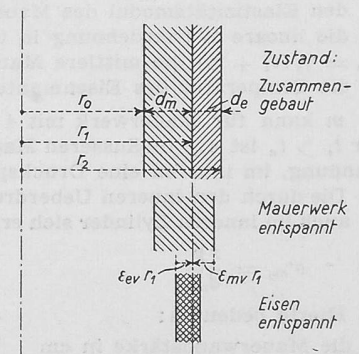


Bild 3. Erklärungsskizze zur Vorspannung

stehen die tangentielle Zugdehnung ε_{ev} im Eisen und die tangentielle Druckstauung ε_{mv} im Mauerwerk.

Würde man das Mauerwerk entfernen, so würde sich der Eisenmantel unter Verschwinden des Innendruckes p_v zusammenziehen, und der Halbmesser r_1 würde sich um $r_1 \varepsilon_{ev}$ verkleinern. Würde man andererseits den Eisenmantel entfernen, so würde sich der Mauerwerkzylinder unter Verschwinden des Aussendruckes p_v erweitern und der Halbmesser r_1 sich um $r_1 \varepsilon_{mv}$ vergrössern. Der entspannte äussere Mauerwerkzylinder ist also, wie aus Bild 3 hervorgeht, grösser in seinem Durchmesser als der entspannte innere Eisenzylinder, und zwar unterscheiden sich die entsprechenden Halbmesser um den Betrag $r_1 (\varepsilon_{mv} + \varepsilon_{ev})$. Die Grösse $q = \varepsilon_{mv} + \varepsilon_{ev}$ soll mit Quellung bezeichnet werden, um anzudeuten, dass sie durch die Quellung des Ausmauerungskittes erzeugt wird. Man kann die gleiche Vorspannung auch durch Schrumpfwirkung mittels Wärme hervorbringen. Da der Halbmesser des spannungslosen äusseren Mauerwerkzylinders um den Betrag $r_1 q = r_1 (\varepsilon_{mv} + \varepsilon_{ev})$ grösser ist als der Halbmesser des spannungslosen inneren Eisenzylinders, so muss dieser durch Erwärmung so weit gedehnt werden, dass der innere Halbmesser des erwärmten Zylinders um $q r_1$ grösser ist als der des kalten. Beim Abkühlen zieht sich der Eisenzylinder um ebensoviel zusammen, wie der äussere Mauerwerkzylinder durch den Schrumpfdruk p_v von aussen zusammengedrückt wird. Dadurch bleibt von der vorher durch Wärme erzeugten Gesamtvergrösserung $r_1 q$ des inneren Eisenhalbmessers nur noch der Betrag $r_1 q - \varepsilon_{mv} r_1 = \varepsilon_{ev} r_1$ übrig. Die Gesamtdehnung zwischen Eisen und Mauerwerk kann also durch die Formel ausgedrückt werden:

$$(4) \quad q = \varepsilon_{mv} + \varepsilon_{ev}$$

Für die Erzeugung der Vorspannung durch Erwärmung wäre $q r_1 = \varepsilon_{ev} r_1$, wenn man mit ε_{ev} die Erwärmungsdehnung des eisernen Mantels meint. Für diesen Fall ist dann:

$$(5) \quad \varepsilon_{ev} = \varepsilon_{mv} + \varepsilon_{ev}$$

$\varepsilon_{ev} - \varepsilon_{mv} = \varepsilon_{mv}$ ist hierbei die relative Zusammendrückung des Mauerwerks durch den sich abkühlenden Eisenzylinder. Andererseits ist $q - \varepsilon_{mv} = \varepsilon_{ev}$ die relative Ausdehnung des Eisenzylinders durch den quellenden Kitt des Mauerwerks. Für die folgende Untersuchung des durch die innere Temperatur t_i und den inneren Ueberdruck p belasteten Gefässes ist es an sich gleichgültig, ob man sich die Vorspannung durch Erwärmung des Eisens und durch die Wärmedehnung ε_{ev} oder durch die Quellung des Kittes um q erzeugt denkt. Man kann sogar in der Praxis etwa fehlende Kittquellung durch Zusatzserwärmung des Eisenmantels beim Ausmauern ergänzen.

2. Berechnung der Vorspannungsgrösse

Die erforderliche Grösse der Vorspannung im Eisenmantel richtet sich nach der im Mauerwerk zu erzeugenden Druckspannung. Diese muss mindestens so gross sein, dass sie die durch Temperaturunterschied und inneren Ueberdruck sonst auftretende Zugspannung im Mauerwerk gerade aufhebt. Die durch den Temperaturunterschied $(t_m - t_e)$ sich ergebende Zugspannung (3) im äusseren Mauerwerkzylinder ist:

$$(6) \quad \sigma_{m1} = \frac{m}{m-1} E_m \alpha_m (t_m - t_e)$$

Hierin bedeuten:

σ_{m1} die Zugspannung in kg/cm^2

m das Verhältnis der Längsdehnung zu Querdehnung (Poissonsche Zahl)

E_m den Elastizitätsmodul des Mauerwerks in kg/cm^2

α_m die lineare Wärmedehnung in Grad^{-1}

$t_m = \frac{1}{2}(t_i + t_e)$ die mittlere Mauerwerktemperatur in $^{\circ}\text{C}$

t_e die Temperatur des Eisenmantels in $^{\circ}\text{C}$

m kann für Mauerwerk mit 4 bis 6 eingesetzt werden. Für $t_i > t_e$ ist σ_{m1} im äusseren Mauerwerkzylinder eine Zugspannung, im inneren eine Druckspannung.

Die durch den inneren Ueberdruck p sowohl im äusseren als auch im inneren Zylinder sich ergebende Zugspannung ist:

$$(7) \quad \sigma'_{m2} = \frac{r p}{d_m}$$

Hierin bedeuten:

d_m die Mauerwandstärke in cm

r den Halbmesser des äusseren Zylinders in cm

p den inneren Ueberdruck in kg/cm^2

Da der Mauerwerkzylinder durch den Eisenmantel gehindert wird, kann er nur die selbe Dehnung ε_{ep} wie der Eisenmantel erfahren, so dass $\varepsilon_{mp} = \varepsilon_{ep}$ ist. Er kann deshalb auch nur eine dieser relativen Dehnung entsprechende Zugspannung erleiden:

$$\sigma_{m2} = \varepsilon_{mp} E_m = \varepsilon_{ep} E_m = \frac{\sigma_e}{E_e} E_m$$

oder, da $\sigma_e = r p / d_e$ ist

$$(8) \quad \sigma_{m2} = \frac{r p}{d_e} \frac{E_m}{E_e}$$

d_e bedeutet hierin die Eisenwandstärke in cm und E_e den Elastizitätsmodul des Eisens in kg/cm^2 .

Die aus den Spannungen σ_{m1} und σ_{m2} folgenden relativen Dehnungen sind:

$$(9) \quad \varepsilon_{m1} = \frac{\sigma_{m1}}{E_m} = \frac{m}{m-1} \alpha_m (t_m - t_e)$$

$$(10) \quad \varepsilon_{m2} = \frac{\sigma_{m2}}{E_m} = \frac{r p}{d_e E_e}$$

Dabei wird angenommen, dass auch für das Mauerwerk das Hookesche Gesetz gilt. Die Gesamtdehnung durch Temperaturdifferenz und inneren Ueberdruck in der äussersten Mauerwerkfaser ist somit:

$$(11) \quad \varepsilon = \frac{m}{m-1} \alpha_m (t_m - t_e) + \frac{r p}{d_e E_e}$$

Diese Zugdehnung ε muss nun aufgehoben werden durch die Druckstauung, herrührend von der Vorspannung. Es muss also $\varepsilon_{mv} \geq \varepsilon$ sein oder:

$$(12) \quad \varepsilon_{mv} \geq \frac{m}{m-1} \alpha_m (t_m - t_e) + \frac{r p}{d_e E_e}$$

Ausserdem folgt:

$$(13) \quad \varepsilon_{mv} = \varepsilon_{ev} \frac{d_e E_e}{d_m E_m}$$

Die Quellung $q = \varepsilon_{mv} + \varepsilon_{ev}$ ist deshalb

$$q \geq \varepsilon_{mv} \left(1 + \frac{d_m E_m}{d_e E_e} \right)$$

Setzt man hierin noch den Wert für ε_{mv} aus Gleichung (12) ein, so wird

$$(14) \quad q \geq \left(1 + \frac{d_m E_m}{d_e E_e} \right) \left(\frac{m}{m-1} \alpha_m \frac{t_i - t_e}{2} + \frac{r p}{d_e E_e} \right)$$

Die Vorspannung σ_{ev} im Eisen wird:

$$(15) \quad \sigma_{ev} = \frac{d_m E_m}{d_e} \left[\frac{m}{2(m-1)} \alpha_m (t_i - t_e) + \frac{r p}{d_e E_e} \right]$$

Für gegebene Werte p, r, d_e, E_e, t_i und m wächst σ_{ev} proportional mit E_m und d_m . Aus diesem Grunde wäre zunächst ein kleiner Elastizitätsmodul E_m des Mauerwerks und eine kleine Ausmauerungsstärke d_m erwünscht. Ausserdem sinkt die durch Wärmewirkung erzeugte Zugspannung mit kleiner werdendem α_m und kleiner werdendem Temperaturunterschied $(t_i - t_e)$, also ebenfalls mit kleiner werdender Ausmauerungswandstärke d_m . Es wird sich jedoch später zeigen, dass mit Rücksicht auf die Gefahr einer Ablösung des Mauerwerks vom Eisenmantel die Mauerwandstärke d_m nicht unter eine gewisse Grenze herabsinken darf. Es wird sich ferner zeigen, dass zur Erlangung einer möglichst geringen Wandstärke d_m der Wärmeausdehnungskoeffizient α_m des Mauerwerks sich dem α_e des Eisens möglichst weit nähern sollte.

3. Die Gleichgewichtsgerade der Dehnungen

Beim ausgemauerten Gefäss müssen, wie bereits erwähnt, die Dehnungen am äussersten Mauerwerkzylinder insgesamt ebenso gross sein wie die Dehnungen am inneren Eisenzylinder, damit sich das Mauerwerk vom Eisen nicht löst (Dehnungsgleichgewicht). Das Mauerwerk erfährt folgende Dehnungen:

a) infolge Temperaturerhöhung über die Ausmauerungstemperatur t_0 hinaus

$$(t_m - t_0) \alpha_m$$

b) infolge Temperaturunterschied zwischen innerem und äusserem Mauerwerkzylinder

$$\frac{m}{m-1} \alpha_m (t_m - t_e)$$

c) infolge innerem Ueberdruck p ε_{mp}

Die Dehnungen des Eisenmantels sind: eine Wärme- und Druckdehnung:

a) infolge Temperaturerhöhung

$$(t_e - t_0) \alpha_e$$

b) infolge innerem Ueberdruck p ε_{ep}

Das Dehnungsgleichgewicht zwischen Mauerwerk und Eisen lässt sich nun durch folgende Gleichung ausdrücken:

$$(16) \quad (t_m - t_0) \alpha_m + \frac{m}{m-1} \alpha_m (t_m - t_0) + \varepsilon_{ep} = \varepsilon_{ep} + (t_e - t_0) \alpha_e$$

Da $\varepsilon_{mp} = \varepsilon_{ep}$, folgt

$$(17) \quad (t_m - t_0) \alpha_m + \frac{m}{m-1} \alpha_m (t_m - t_e) = (t_e - t_0) \alpha_e$$

Gleichung (17) ist der mathematische Gleichungsdruck der Dehnungsbilanz von Mauerwerk (links) und Eisen (rechts). Führt man noch

$$t_m = \frac{t_i + t_e}{2}$$

ein, so erhält man nach t_e aufgelöst:

$$(18) \quad t_e = \frac{(2m-1) \alpha_m t_i + 2(m-1) (\alpha_e - \alpha_m) t_0}{2(m-1) \alpha_e + \alpha_m}$$

Gleichung (18) stellt für gegebene Werte m , α_m , α_e und t_0 in einem $t_e - t_i$ -Koordinaten-System eine gerade Linie dar:

$$(19) \quad t_e = \frac{(2m-1) \alpha_m}{2(m-1) \alpha_e + \alpha_m} t_i + \frac{2(m-1) (\alpha_e - \alpha_m)}{2(m-1) \alpha_e + \alpha_m} t_0$$

Zur Abkürzung bezeichnet man:

$$(20) \quad \frac{2(m-1) (\alpha_e - \alpha_m)}{2(m-1) \alpha_e + \alpha_m} = \varphi_0$$

Hiermit geht dann Gleichung (19) über in:

$$(21) \quad t_e = \frac{1}{\varphi_0 + 1} t_i + \frac{\varphi_0}{\varphi_0 + 1} t_0$$

Die dimensionslose Grösse φ_0 hängt nur von den Stoffwerten m , α_m des Mauerwerkes und α_e des Eisenmantels ab.

Für $\alpha_e = \alpha_m$ wird $\varphi_0 = 0$ und $t_e = t_i$.

Die Gleichung (21) stellt nur die *Dehnungsverhältnisse* dar, während Gleichung (2) nur die *Wärmedurchgangsverhältnisse* veranschaulicht. Deshalb soll die Gerade nach Gleichung (21) die Gleichgewichtsgerade der Dehnung und die Gerade nach Gleichung (2) die Wärmedurchgangsgerade heissen. Zur Unterscheidung soll die Ausmauerungstemperatur mit t_0 und die umgebende Lufttemperatur mit t_i bezeichnet werden. Die das Ausmauerungsproblem beherrschenden beiden Geraden auten demnach:

$$(2) \quad t_e = \frac{1}{\varphi + 1} t_i + \frac{\varphi}{\varphi + 1} t_0$$

$$(21) \quad t_e = \frac{1}{\varphi_0 + 1} t_i + \frac{\varphi_0}{\varphi_0 + 1} t_0$$

φ_0 ist nur von Dehnungswerten und φ nur von Wärmedurchgangswerten abhängig. Während sich die φ -Gerade mit der Grösse der Nusseltschen Zahlen (Ausmauerungstärke) ändert, bleibt die φ_0 -Gerade fast immer die Gleiche, da m , α_e und α_m meistens die selben Werte behalten. Wird infolge falscher Ausmauerung die wirkliche Eisenwandtemperatur t_e grösser als die der Innentemperatur t_i durch die Gleichgewichtsgerade zugeordnete Eisenwandtemperatur t_e , liegt also in Bild 4 der Diagrammpunkt P_1 oberhalb des Geradenpunktes P_0 , so kann kein Gleichgewicht mehr bestehen. In Gleichung (17) wird dann, wie die Nachrechnung zeigt,

$$(t_e - t_0) \alpha_e > (t_m - t_0) \alpha_m + \frac{m}{m-1} \alpha_m (t_m - t_e)$$

das heisst aber: Die Dehnung des Eisenmantels wird grösser als die Dehnung des Mauerwerkes, der Eisenmantel löst sich vom Mauerwerk ab. Wird andererseits die Eisenwandtemperatur t_e kleiner als dem Geradenpunkt P_0 entspricht, so erhält das Mauerwerk einen Zusatzdruck. Ganz allgemein kann gesagt wer-

den: Bei Darstellungspunkten oberhalb der Gleichgewichtsgeraden in Bild 4 tritt *Ablösung*, bei Punkten unterhalb *Anpressung* des Mauerwerks ein.

III. Gemeinsames Diagramm für Wärmedurchgang und Dehnungsgleichgewicht

Das gesamte Ausmauerungsproblem lässt sich nun nach den gemachten Ausführungen sehr anschaulich in einem gemeinsamen $t_e - t_i$ -Diagramm durch die beiden Geraden für den Wärmedurchgang und für das Dehnungsgleichgewicht darstellen:

$$(2) \quad t_e = \frac{1}{\varphi + 1} t_i + \frac{\varphi}{\varphi + 1} t_0 \quad (\text{Wärmedurchgang})$$

$$(21) \quad t_e = \frac{1}{\varphi_0 + 1} t_i + \frac{\varphi_0}{\varphi_0 + 1} t_0 \quad (\text{Dehnungsgleichgewicht})$$

In Bild 5 sind zwei Wärmedurchgangsgerade für φ und φ' und die Gleichgewichtsgerade φ_0 gezeichnet. Der Ausmauerungspunkt A auf der φ_0 -Geraden kennzeichnet die Ausmauerungstemperatur t_0 , und die Luftpunkte L und L' auf den φ - und φ' -Geraden kennzeichnen die Temperaturen t_i und t_i' der umgebenden Luft. Hierbei ist $t_i < t_0$ und $t_i' > t_0$. Den beiden durch die Gleichungen (2) und (21) ausgedrückten Bedingungen des Wärmedurchganges und des Dehnungsgleichgewichtes wird im Schnittpunkt der φ - und φ_0 -Geraden genügt. Ist z. B. in Bild 5 die Innentemperatur t_i mit t_1 , ferner φ_0 und t_0 gegeben, so ist dadurch der Gleichgewichtspunkt P_0 bestimmt. Ist nun die Temperatur der umgebenden Luft t_i , so kommt als φ -Gerade die Gerade LP₀ in Frage, ist die Lufttemperatur t_i' , so ist L'P₀ die φ' -Gerade. Man erkennt, dass die φ -Gerade für $t_i < t_0$ steiler verläuft als für $t_i' > t_0$. Da die Neigung der φ -Geraden durch $1/(\varphi + 1)$ bestimmt wird, besagt dies, dass für $t_i < t_0$ die Ausmauerungstärke δ_i nach Gleichung (3) und Bild 2 kleiner wird als für $t_i' > t_0$. Wenn beim Abkühlvorgang t_i kleiner als t_1 wird, dann wandert der Punkt P₀ auf der φ -Geraden von P₀ nach L für $t_i < t_0$ und auf der φ' -Geraden von P₀ nach L' für $t_i' > t_0$. Auf der φ' -Geraden gelangt also der Darstellungspunkt in den *Ablösungsbereich*, auf der φ -Geraden in den *Anpressungsbereich*. Da das Mauerwerk nie, auch im Sommer nicht, in den *Ablösungsbereich* geraten darf, so sollte die Ausmauerungstemperatur t_0 gleich der höchsten Sommerlufttemperatur t_i sein. Deshalb sollte die Ausmauerung für $t_0 = t_i$ (Sommer) und für $\varphi = \varphi_0$ berechnet werden. Im Winter bei tieferen Temperaturen $t_i < t_0$ erhält man dann mit der selben Ausmauerungstärke als φ -Gerade Parallele zur φ_0 -Geraden durch den jeweiligen Luftpunkt L. Der Punkt P₀ bei $t_i = t_1$ wandert dann in das Anpressungsgebiet. Das Mauerwerk erfährt hierbei einen Zusatzdruck und das Eisen einen Zusatzzug. Da das Eisenmaterial nur bis zu einer gewissen zulässigen Höchstgrenze auf Zug beansprucht werden darf, so erhält man für eine gewisse untere Grenztemperatur eine untere φ -Gerade, während für die obere Grenztemperatur des Sommers die φ -Gerade mit der φ_0 -Gleichgewichtsgeraden zusammenfällt. Aus der Gleichsetzung der Wärmedurchgangs-Kenngrösse φ in Gleichung (3) und der Dehnungsgleichgewichts-Kenngrösse φ_0 in Gleichung (21) kann man nun die Ausmauerungswandstärke berechnen. Bezeichnet man die Mauerwandstärke mit d_m , die Stärke der Isolierschicht mit δ_i und die des Eisens mit d_e , ferner die bezüglichen Wärmeleitfähigkeiten mit λ_m , λ_i und λ_e , so wird aus Gleichung (3):

$$(3a) \quad \varphi = \frac{\alpha_i d_m}{\lambda_m} + \frac{\alpha_i d_i}{\lambda_i} + \frac{\alpha_i d_e}{\lambda_e}$$

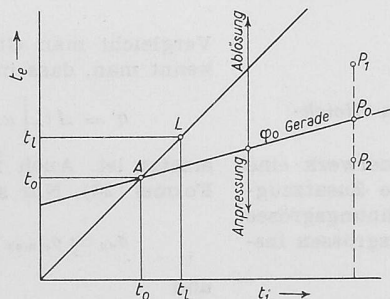


Bild 4. Gleichgewichtsgerade der Dehnung

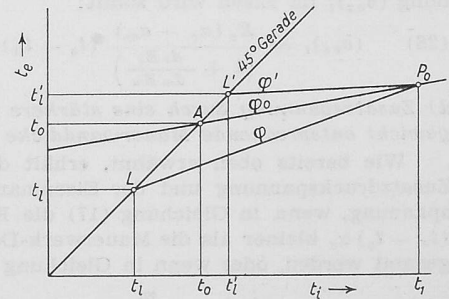


Bild 5. Gemeinsames Diagramm für Wärmedurchgang (φ , φ') und Dehnungsgleichgewicht (φ_0)

Ferner ist aus Gleichung (20):

$$\varphi_0 = \frac{2(m-1)(\alpha_e - \alpha_m)}{(2m-1)\alpha_m}$$

Somit wird:

$$(22) \quad \frac{\alpha_l d_m}{\lambda_m} + \frac{\alpha_l \delta_i}{\lambda_i} + \frac{\alpha_l d_e}{\lambda_e} = \frac{2(m-1)(\alpha_e - \alpha_m)}{(2m-1)\alpha_m}$$

$$(23) \quad d_m = \frac{\lambda_m}{\alpha_l} \frac{2(m-1)(\alpha_e - \alpha_m)}{(2m-1)\alpha_m} - \lambda_m \left(\frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{d_e}{\lambda_e} \right)$$

Aus Gleichung (23) kann die Wandstärke des Mauerwerks berechnet werden.

IV. Berechnung der Spannungen im Eisen und Mauerwerk

1. Spannungen im Eisenmantel

a) Vorspannung

Vorspannung und Quellgrösse stehen in unmittelbarem Zusammenhang, wie bereits aus Gleichung (14) und Gleichung (15) hervorgeht. Es ist zweckmässig, in diesen beiden Gleichungen statt t_e die Ausmauerungstemperatur t_0 einzuführen. Aus Gleichung (2) für $\varphi = \varphi_0$ folgt:

$$t_i - t_e = \frac{\varphi_0}{\varphi_0 + 1} (t_i - t_0)$$

Setzt man hierin aus Gleichung (20) φ_0 ein, so erhält man

$$t_i - t_e = \frac{2(m-1)(\alpha_e - \alpha_m)}{2(m-1)\alpha_e + \alpha_m} (t_i - t_0)$$

Hiermit wird die Quellung q nach Gleichung (14)

$$(24) \quad q \geq \left(1 + \frac{d_m E_m}{d_e E_e} \right) \times \left[\frac{m \alpha_m (\alpha_e - \alpha_m)}{2(m-1)\alpha_e + \alpha_m} (t_i - t_0) + \frac{r p}{d_e E_e} \right]$$

und die Vorspannung σ_{ev} nach Gleichung (15):

$$(25) \quad \sigma_{ev} = \frac{d_m E_m}{d_e} \times \left[\frac{m \alpha_m (\alpha_e - \alpha_m)}{2(m-1)\alpha_e + \alpha_m} (t_i - t_0) + \frac{r p}{d_e E_e} \right]$$

Unter Verwendung von Gleichung (24) kann Gleichung (25) nach einfacher Umrechnung auch geschrieben werden:

$$(26) \quad \sigma_{ev} = \frac{q E_e}{\left(1 + \frac{d_e E_e}{d_m E_m} \right)}$$

b) Spannung durch Innendruck p allein

Die Spannung durch den Innendruck p allein ergibt sich in bekannter Weise zu:

$$(27) \quad \sigma_{ep} = \frac{r p}{d_e}$$

c) Zusatzspannung durch Wintertemperatur der Luft $t_w < t_0$

Im Winter bei der tieferen Temperatur $t_w < t_0$ wandert der Punkt P_0 in Bild 5 nach abwärts in das Gebiet der Anpressungszone. Dadurch erfährt das Mauerwerk eine Zusatzdruckspannung und das Eisen eine Zusatzzugspannung. Es ist demnach so, als ob die Quellgrösse q im Winter vergrössert und sich die Quellspannung erhöhen würde. Bei der Abkühlung ziehen sich der Eisenmantel um $q_e = \alpha_e (t_0 - t_w)$ und das Mauerwerk um $q_m = \alpha_m (t_0 - t_w)$ zusammen. Der Gesamtbetrag der Zusatzquellung ist folglich:

$$\Delta q = q_e - q_m = (\alpha_e - \alpha_m) (t_0 - t_w)$$

Die Zusatzspannung erhält man, indem man in Gleichung (26) statt q die soeben berechnete Zusatzquellung Δq einsetzt. Die durch die Temperaturwirkung erzielte Zusatzzugspannung $(\sigma_{ez})_t$ im Eisen wird somit:

$$(28) \quad (\sigma_{ez})_t = \frac{E_e (\alpha_e - \alpha_m)}{\left(1 + \frac{d_e E_e}{d_m E_m} \right)} (t_0 - t_w)$$

d) Zusatzspannung durch eine stärkere als dem Gleichgewicht entsprechende Mauerwanddicke

Wie bereits oben erwähnt, erhält das Mauerwerk eine Zusatzdruckspannung und der Eisenmantel eine Zusatzzugspannung, wenn in Gleichung (17) die Eisendehnungsgrösse $(t_e - t_0) \alpha_e$ kleiner als die Mauerwerk-Dehnungsgrössen insgesamt werden, oder wenn in Gleichung (17):

$$(29) \quad (t_m - t_0) \alpha_m + \frac{m}{m-1} \alpha_m (t_m - t_e) - (t_e - t_0) \alpha_e = \Delta q > 0$$

wird. In diesem Falle liegt der Darstellungspunkt im $t_e - t_i$ Diagramm unterhalb der Gleichgewichtsgerechten in der Anpressungszone. Die auf diese Weise erzielte Zusatzquellung hat nach Gleichung (26) die Zusatzzugspannung $(\sigma_{ez})_q$ im Eisenmantel zur Folge:

$$(\sigma_{ez})_q = \frac{\Delta q E_e}{\left(1 + \frac{d_e E_e}{d_m E_m} \right)}$$

oder

$$\Delta q = \frac{(\sigma_{ez})_q}{E_e} \left(1 + \frac{d_e E_e}{d_m E_m} \right)$$

Gleichung (29) lautet alsdann:

$$(t_m - t_0) \alpha_m + \frac{m}{m-1} \alpha_m (t_m - t_e) - (t_e - t_0) \alpha_e = \frac{(\sigma_{ez})_q}{E_e} \left(1 + \frac{d_e E_e}{d_m E_m} \right)$$

Setzt man hierin für $t_m = \frac{1}{2} (t_i + t_e)$ ein und formt die Gleichung um, so erhält man:

$$(30) \quad \frac{2(m-1)\alpha_m t_i + 2(m-1)(\alpha_e - \alpha_m)t_0}{2(m-1)\alpha_e + \alpha_m} - t_e = \frac{2(m-1)\frac{(\sigma_{ez})_q}{E_e} \left(1 + \frac{d_e E_e}{d_m E_m} \right)}{2(m-1)\alpha_e + \alpha_m}$$

Nun ist aber gemäss Gleichung (19) die Gleichgewichtstemperatur t_{eg}

$$t_{eg} = \frac{2(m-1)\alpha_m t_i + 2(m-1)(\alpha_e - \alpha_m)t_0}{2(m-1)\alpha_e + \alpha_m}$$

Bezeichnet man noch die infolge der dickeren Mauerwandstärke wirklich auftretende niedrigere Temperatur t_e des Eisenmantels mit t_{ew} , so kann Gleichung (30) auch geschrieben werden:

$$(31) \quad \Delta t_e = t_{eg} - t_{ew} = \frac{2(m-1)}{2(m-1)\alpha_e + \alpha_m} \times \left(1 + \frac{d_e E_e}{d_m E_m} \right) \frac{(\sigma_{ez})_q}{E_e}$$

Aus Gleichung (2) mit φ für t_{ew} und Gleichung (21) mit φ_0 für t_{eg} findet man:

$$t_{eg} - t_{ew} = \frac{(\varphi - \varphi_0)}{(\varphi_0 + 1)(\varphi + 1)} (t_i - t_0)$$

Setzt man dies in Gleichung (31) ein und löst nach $(\sigma_{ez})_q$ auf, so erhält man:

$$(32) \quad (\sigma_{ez})_q = \frac{\left[\alpha_e + \frac{\alpha_m}{2(m-1)} \right] E_e}{\left(1 + \frac{d_e E_e}{d_m E_m} \right)} \times \frac{(\varphi - \varphi_0)}{(\varphi + 1)(\varphi_0 + 1)} (t_i - t_0)$$

e) Grenztemperaturgeraden im $t_e - t_i$ -Diagramm

Im $t_e - t_i$ -Diagramm lassen sich zwei Grenzgerade für $t_{e \max}$ und $t_{e \min}$ angeben. Die Gerade für $t_{e \max}$ ist die Gleichgewichtsgerade durch den Ausmauerungspunkt A, Bild 5, die Gerade für $t_{e \min}$ wird durch die zulässige Höchstbeanspruchung des Eisens $\sigma_{e \max}$ bestimmt. Um die Formel für $t_{e \max} - t_{e \min} = \Delta t_e$ aufstellen zu können, greift man auf Gleichung (31) zurück und löst sie nach $(\sigma_{ez})_q$ auf:

$$(33) \quad (\sigma_{ez})_q = \frac{\Delta t_e \left[\alpha_e + \frac{\alpha_m}{2(m-1)} \right] E_e}{\left(1 + \frac{d_e E_e}{d_m E_m} \right)} = \frac{q' E_e}{\left(1 + \frac{d_e E_e}{d_m E_m} \right)}$$

Vergleicht man Gleichung (33) mit Gleichung (26), so erkennt man, dass in Gleichung (33) nur q durch

$$q' = \Delta t_e \left[\alpha_e + \frac{\alpha_m}{2(m-1)} \right]$$

ersetzt ist. Auch für den vorliegenden Fall gilt die gleiche Formel (26). Nur sind in dieser zu setzen:

$$\sigma_{ev} = \sigma_{e \max} - \frac{r p}{d_e} = \sigma'$$

und

$$q' = \Delta t_e \left[\alpha_e + \frac{\alpha_m}{2(m-1)} \right] + q$$

2. Berechnung der Eisenwandstärke d_e

Mit einer Ausmauerungsstärke $d_m = 90$ mm und mit einer Eisenwandstärke $d_e = 25$ mm ergibt sich aus Gleichung (24) die Quellgrösse q zu:

$$q = \left(1 + \frac{9 \cdot 2,1 \cdot 10^5}{2,5 \cdot 21 \cdot 10^5}\right) \times \left[\frac{4 \cdot 0,6 \cdot 10^{-5} \cdot (1,2 - 0,6) \cdot 10^{-5}}{2(4-1) \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} + 0,6 \cdot 10^{-5}} \times (100 - 30) + \frac{150 \cdot 3}{2,5 \cdot 21 \cdot 10^5} \right] = 29,2 \cdot 10^{-5}$$

Mit $d_e = 30$ mm wird $q = 26 \cdot 10^{-5}$ und mit $d_e = 35$ mm $q = 24 \cdot 10^{-5}$. Wir wählen $q = 26 \cdot 10^{-5}$ und $d_e = 30$ mm.

B. Berechnung der Spannungen

1. Berechnung der Eisenspannungen

Die Vorspannung im Eisen folgt aus Gleichung (26) zu

$$\sigma_{ev} = \frac{26 \cdot 10^{-5} \cdot 21 \cdot 10^5}{\left(1 + \frac{3 \cdot 21 \cdot 10^5}{9 \cdot 2,1 \cdot 10^5}\right)} = 126 \text{ kg/cm}^2$$

die Spannung im Eisen durch p allein aus Gleichung (27)

$$\sigma_{ep} = \frac{150 \cdot 3}{3} = 150 \text{ kg/cm}^2$$

die Zusatzspannung durch die niedrige Wintertemperatur $t_w = -10^\circ \text{C}$ aus Gleichung (28):

$$(\sigma_{ez})_t = \frac{21 \cdot 10^5 (1,2 - 0,6) \cdot 10^{-5}}{\left(1 + \frac{3 \cdot 21 \cdot 10^5}{9 \cdot 2,1 \cdot 10^5}\right)} \times (30 + 10) = 116 \text{ kg/cm}^2$$

die Gesamtspannung im Eisen somit:

$$\sigma_{eg} = \sigma_{ev} + \sigma_{ep} + (\sigma_{ez})_t = 392 \text{ kg/cm}^2$$

2. Berechnung der Mauerwerkspannungen

Die Vorspannung im Mauerwerk berechnet sich aus Gleichung (39) zu

$$\sigma_{mv} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 21 \cdot 10^5 \cdot 0,6 \cdot 10^{-5} (1,2 - 0,6) \cdot 10^{-5} (100 - 30)}{2(4-1) \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} + 0,6 \cdot 10^{-5}} = 54,3 \text{ kg/cm}^2$$

die Zusatzspannung durch eine Wintertemperatur $t_w = -10^\circ \text{C}$ nach Gleichung (40)

$$(\sigma_{mz})_t = \frac{3}{9} \cdot 116 = 38,6 \text{ kg/cm}^2$$

Die Gesamtspannung, die eine Druckspannung ist, somit

$$\sigma_{mg} = 54,3 + 38,6 = 92,9 \text{ kg/cm}^2$$

C. Berechnung der Temperaturen

1. Berechnung der Gleichgewichtstemperatur $t_{eg} = t_{e \max}$

Nach Gleichung (2) findet man:

$$\varphi_0 = \frac{2(4-1)(1,2-0,6) \cdot 10^{-5}}{(2 \cdot 4 - 1) \cdot 0,6 \cdot 10^{-5}} = \frac{6}{7} = 0,86$$

Nach Gleichung (21)

$$t_{e \max} = t_{eg} = \frac{1}{0,86 + 1} \cdot 100 + \frac{0,86}{0,86 + 1} \cdot 30 = 68^\circ \text{C}$$

bei 30°C Lufttemperatur

$$t_e = \frac{1}{0,86 + 1} \cdot 100 - \frac{0,86}{0,86 + 1} \cdot 10 = 49^\circ \text{C}$$

bei -10°C Lufttemperatur

2. Berechnung der Minimaltemperatur $t_{e \min}$ bei einer Eisenbeanspruchung $\sigma_{e \max} = 800 \text{ kg/cm}^2$

Nach Gleichung (34) wird:

$$\frac{t_{e \max} - t_{e \min}}{\left(\frac{800 - \frac{150 \cdot 3}{3}}{21 \cdot 10^5} \right) \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot 21 \cdot 10^5}{9 \cdot 2,1 \cdot 10^5} \right) - 26 \cdot 10^{-5}} = \frac{0,6 \cdot 10^{-5}}{1,2 \cdot 10^{-5} + \frac{0,6 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot (4-1)}} = 83^\circ \text{C}$$

$$t_{e \min} = 68^\circ - 83^\circ = -15^\circ \text{C}$$

D. Zusatzspannungen wegen zu dicker Ausmauerung

Würde man die Ausmauerung um eine Plattenlage (40 mm) + Fuge 10 mm, insgesamt 50 mm, dicker ausführen, so erfahren der Eisenmantel eine Zusatzzugspannung $(\sigma_{ez})_\varphi$ und das Mauerwerk eine Zusatzdruckspannung $(\sigma_{mz})_\varphi$.

1. Berechnung der Zusatzspannung im Eisen

Nach Gleichung (3a) wird mit $d_m = 90 + 50 = 140$ mm = 0,14 m:

$$\varphi = \frac{12 \cdot 0,14}{1,6} + \frac{12 \cdot 0,003}{0,16} + \frac{12 \cdot 0,03}{50} = 1,28$$

Nach Gleichung (32) mit $\varphi = 1,28$, $\varphi_0 = 0,86$, $d_m = 0,14$ m:

$$(\sigma_{ez})_\varphi = \frac{\left[1,2 \cdot 10^{-5} + \frac{0,6 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot (4-1)} \right] \cdot 21 \cdot 10^5}{\left(1 + \frac{3}{14} \cdot \frac{21 \cdot 10^5}{2,1 \cdot 10^5} \right)} \times \frac{(1,28 - 0,86)}{(0,86 + 1)(1,28 + 1)} \cdot (100 - 30) = 60 \text{ kg/cm}^2$$

2. Berechnung der Zusatzspannung im Mauerwerk

Die Zusatzdruckspannung im Mauerwerk wird nach Gleichung (41)

$$(\sigma_{mz})_\varphi = \frac{3}{14} \cdot 60 = 12,9 \text{ kg/cm}^2$$

E. Schlussbemerkungen

Diese Arbeit sollte zunächst das wissenschaftlich begründete Verfahren zeigen, das bei der Bemessung der Wandstärken von Eisenmantel und Mauerwerk ausgemauert Apparate angewendet werden kann und zur Zeit mit Erfolg von uns benutzt wird. Auf die besondere Art und Weise der Messungen von Dehnungen, Wärmedurchgängen und Wärmeübergängen ist hier noch nicht näher eingegangen worden. Die Versuche zur Bestimmung dieser Stoffwerte sollen in einer späteren Arbeit von einem meiner Mitarbeiter ausführlich behandelt werden. Als vorläufige mittlere Gebrauchszahlen können folgende Stoffwerte angegeben werden:

Für Eisen:

$$\begin{aligned} E_e &= 21 \cdot 10^5 \text{ kg/cm}^2 & \lambda_e &= 50 \text{ kcal/mh}^\circ \text{C} \\ \alpha_e &= 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1} & \alpha_l &= 12 \text{ kcal/m}^2 \text{h}^\circ \text{C für Luft} \\ \sigma_{e \max} &= 800 \text{ bis } 1200 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

Für Mauerwerk:

$$\begin{aligned} E_m &= 2,1 \cdot 10^5 \text{ kg/cm}^2 \\ \alpha_m &= 0,6 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1} \\ \lambda_m &= 1,5 \text{ kcal/mh}^\circ \text{C keramische Steine in Säurekitt} \\ &= 0,75 \text{ kcal/mh}^\circ \text{C keramische Steine in Asplitkitt} \\ &\quad \text{verlegt} \end{aligned}$$

$$\sigma_{m \max} = 150 \text{ kg/cm}^2$$

$$q_{\max} = 30 \cdot 10^{-5}$$

$$m = 4$$

Literaturverzeichnis

- [1] E. Schmidt, Einführung in die Technische Thermodynamik, Springer 1950, S. 343.
- [2] Ebenda S. 356.
- [3] A. und L. Föppl, Drang und Zwang, Verlag Oldenbourg 1928, S. 272.

Reinigen des Betriebswassers von Wasserkraftanlagen von Sandmehl und Schlamm

Von Oberingenieur H. SÖRBYE, Lysaker, Norwegen

DK 627.88

Für das Ausscheiden von Kies und grobem Sand aus dem Betriebswasser von Wasserkraftanlagen bestehen geeignete und erprobte Einrichtungen und Anlagen. Diese versagen aber dort, wo auch feiner Gletscherschlamm in gefährlicher Menge im Wasser kolloidal schwebend enthalten ist und deshalb selbst in grossen Klärbecken nicht zum Sinken gebracht werden kann.

Der Verfasser erlaubt sich hiermit, nach den von ihm gemachten Erfahrungen bei Reinigungsanlagen für Kloakenwasser mit feinem Schlammgehalt, den Vorschlag zu machen auf Durchführung von Versuchen über das Aktivieren des Gletscherschlammes durch Zuführung von Sauerstoff (Luft), wodurch der kolloidale Zustand erwartungsgemäss teilweise behoben wird, und der Schlamm alsdann in neutralem Zustand zum Absinken gebracht wird.

Die Zufuhr von Druckluft von 1 ÷ 2 atü kann durch ein Rohr von verhältnismässig kleiner Lichtweite erfolgen, in das auf der unteren Seite kleine Düsen aus rostfreiem Material einzusetzen sind. Es wird sich empfehlen, mehrere Rohre mit versetzten Düsen nebeneinander zu verlegen. Der bestgeeignete Abstand der Düsen ist durch Versuche festzu-