

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 68 (1950)  
**Heft:** 4

**Artikel:** Schwinden und Kriechen der Eisenbeton-Konstruktionen  
**Autor:** Naef, R.A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-57959>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.12.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**



Wir setzen nach Mörsch [8]  $\epsilon_s = B \epsilon_k$  und unterdrücken den Index  $k$ :

$$d \sigma_{it} = \frac{E_e F_e}{F_i} [B - \sigma_{it} - \rho_t s_{ei}] d \epsilon$$

$$d \left[ \frac{\Delta s}{d s} \right] = \left[ \sigma_{it} + \frac{d \sigma_{it}}{E_b d \epsilon} - B \right] d \epsilon$$

$$d \rho_t = \frac{E_e F_e}{J_i} [B s_{ei} - \sigma_{it} s_{ei} - \rho_t i_{ei}^2] d \epsilon$$

$$d \left[ \frac{\tau}{d s} \right] = \left[ \rho_t + \frac{d \rho_t}{E_b d \epsilon} \right] d \epsilon$$

I. Im Spezialfall  $s_{ei} = 0$  (symmetrische Armierung) erhalten wir zwei unabhängige Gleichungen

$$d \sigma_{it} = \frac{E_e F_e}{F_i} [B - \sigma_{it}] d \epsilon$$

$$d \rho_t = \frac{E_e F_e}{J_i} [-\rho_t i_{ei}^2] d \epsilon$$

Durch Separation der Variablen erhalten wir<sup>1)</sup>

$$\sigma_{it} = B + (\sigma_{io} - B) \exp \left( -\frac{E_e F_e \epsilon}{F_i} \right)$$

$$\rho_t = \rho_o \exp \left( -\frac{E_e F_e i_{ei}^2 \epsilon}{I_i} \right)$$

Für  $s_{ei} \neq 0$  ergibt sich

$$\rho_t = C_1 e^{\lambda_1 \epsilon} + C_2 e^{\lambda_2 \epsilon}$$

$$\sigma_{it} = B - \frac{C_1 e^{\lambda_1 \epsilon}}{s_{ei}} \left[ \frac{J_i \lambda_1}{E_e F_e} + i_{ei}^2 \right] -$$

$$- \frac{C_2 e^{\lambda_2 \epsilon}}{s_{ei}} \left[ \frac{J_i \lambda_2}{E_e F_e} + i_{ei}^2 \right]$$

Mit

$$\chi = \frac{E_e F_e}{I_i F_i} [I_i + F_i i_{ei}^2]$$

$$\psi = \frac{E_e^2 F_e^2}{I_i F_i} [i_{ei}^2 - s_{ei}^2]$$

erhalten wir

$$\lambda_1 = \frac{-\chi - \sqrt{\chi^2 - 4\psi}}{2}$$

$$\lambda_2 = \frac{-\chi + \sqrt{\chi^2 - 4\psi}}{2}$$

$$C_1 = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \times \left\{ -\frac{E_e F_e s_{ei}}{I_i} (B - \sigma_{io}) + \rho_o \left[ \lambda_2 + \frac{E_e F_e i_{ei}^2}{I_i} \right] \right\}$$

$$C_2 = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \times \left\{ +\frac{E_e F_e s_{ei}}{I_i} (B - \sigma_{io}) - \rho_o \left[ +\lambda_1 + \frac{E_e F_e i_{ei}^2}{I_i} \right] \right\}$$

Für einseitige Armierung ergibt sich

$$s_{ei} = v = i_{ei} \quad \psi = 0 \quad \lambda_1 = -\chi \quad \lambda_2 = 0$$

$$\rho_t = C_1 e^{-\chi \epsilon} + C_2$$

$$\sigma_{it} = B + C_1 e^{-\chi \epsilon} \left[ \frac{J_i}{F_i v} \right] - C_2 v$$

$$C_1 = \frac{F_i v}{I_i + F_i v^2} [\rho_o v - (B - \sigma_{io})]$$

$$C_2 = \frac{1}{I_i + F_i v^2} [\rho_o I_i + F_i v (B - \sigma_{io})]$$

Die Dehnungen  $\frac{\Delta s}{d s}$  und die Drehwinkel  $\frac{\tau}{d s}$  erhalten wir wie folgt:

$$\frac{E_b \Delta s}{d s} = \sigma_{io} a_1 - B a_2 + \frac{\rho_o h}{2} a_3$$

$$\frac{E_b \tau}{d s} = \frac{\sigma_{io}}{h} b_1 - \frac{2B}{h} b_2 + \rho_o b_3$$

$$a_1 = 1 + \frac{1}{I_i + F_i v^2} \left[ I_i \left( \frac{E_b}{\chi} - 1 \right) (1 - e^{-\chi \epsilon}) + F_i v^2 E_b \epsilon \right]$$

$$a_2 = \frac{1}{I_i + F_i v^2} \left[ I_i \left( \frac{E_b}{\chi} - 1 \right) (1 - e^{-\chi \epsilon}) + F_i v^2 E_b \epsilon \right]$$

<sup>1)</sup> exp (a) ist die praktische Schreibweise für  $e^a$ .

$$a_3 = \frac{2 v I_i}{h (I_i + F_i v^2)} \left[ \left( \frac{E_b}{\chi} - 1 \right) (1 - e^{-\chi \epsilon}) - E_b \epsilon \right]$$

$$b_1 = \frac{F_i v h}{I_i + F_i v^2} \left[ \left( \frac{E_b}{\chi} - 1 \right) (1 - e^{-\chi \epsilon}) - E_b \epsilon \right]$$

$$b_2 = \frac{F_i v h}{2 (I_i + F_i v^2)} \left[ \left( \frac{E_b}{\chi} - 1 \right) (1 - e^{-\chi \epsilon}) - E_b \epsilon \right]$$

$$b_3 = 1 + \frac{1}{I_i + F_i v^2} \left[ F_i v^2 \left( \frac{E_b}{\chi} - 1 \right) (1 - e^{-\chi \epsilon}) + I_i E_b \epsilon \right]$$

Für den einseitig armierten Rechteckquerschnitt mit dem Armierungsprozent  $\mu$  und dem Randabstand der Armierung  $a = 0,05 h$  erhalten wir

$$v = \frac{0,45 h}{1 + n \mu} \quad \frac{\chi}{E_b} = \frac{n \mu}{0,2915 + n \mu}$$

Für symmetrische Armierung ergibt sich

$$\frac{E_b \Delta s}{d s} = \sigma_{io} c_1 - B c_2$$

$$\frac{E_b \tau}{d s} = \rho_o d$$

Die Koeffizienten  $a, b, c, d$  sind reine Zahlen. Sie werden im Bild 6 als Funktionen von  $\mu$  dargestellt.

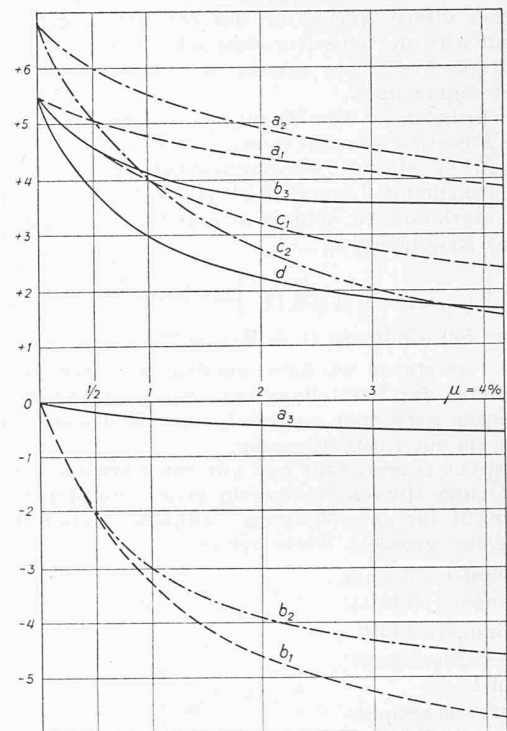


Bild 6

Wir setzen  $n = 7,14$

Für  $a_2, b_2$  und  $c_2$  ist  $t_1 = 0, \epsilon E_b = 6,81, B = 12,7$ ; für die übrigen Kurven setzen wir  $t_1 = \frac{1}{12}, \epsilon E_b = 4,50$ , d. h. die Last wird einen Monat nach dem Betonieren aufgebracht. Diese Kurven zeigen folgendes:

Unter Berücksichtigung des Kriechens erreichen die gesamten Dehnungen und Drehwinkel, also auch die Durchbiegung bei einseitig armierten Querschnitten rund das Vierfache der rein elastischen Werte. Der Einfluss des Kriechens variiert mit dem Armierungsgehalt. Starke symmetrische Armierung reduziert den Einfluss des Kriechens.

**B. Statisch unbestimmte Konstruktionen**

Das Kriechen bedingt auch eine Aenderung der statisch unbestimmten Grössen. Um diesen Einfluss abzuschätzen, behandeln wir einen gleichmässig belasteten Balken, links längsverschieblich gelagert und rechts

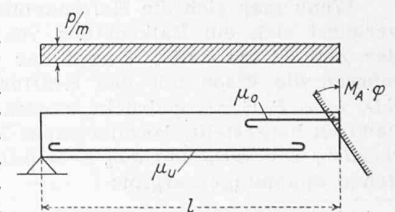


Bild 7

elastisch eingespannt. Der Drehwinkel der Einspannungsstelle ist proportional dem Einspannungsmoment (Bild 7).

Für  $\varepsilon = 0$ ,  $t = \frac{1}{12}$  erhalten wir

$$\frac{p l^3}{24 I_i E_b} - \frac{M_{A_0} l}{3 I_i E_b} - M_{A_0} \varphi = 0; M_{A_0} = \frac{p l^2}{8} \frac{1}{1 + \omega}$$

$$\omega = \frac{3 I_i E_b}{l} \varphi$$

Für beliebiges  $\varepsilon$  und  $M_A = M_{A_0} + M_{A_\varepsilon}$  ergibt sich

$$\left[ \frac{p l^3}{24 I_i} - \frac{M_{A_0} l}{3 I_i} - \frac{M_{A_\varepsilon} l}{3 I_i} \right] \frac{d b_3(\varepsilon)}{E_b} - \left( \frac{l}{3 I_i E_b} + \varphi \right) d M_{A_\varepsilon} = 0$$

$$M_{A_\varepsilon} = \frac{p l^2}{8} \frac{\omega}{1 + \omega} \left[ 1 - \exp \frac{1 - b_3(\varepsilon)}{1 + \omega} \right]$$

$$M_A = \frac{p l^2}{8} \left[ 1 - \frac{\omega}{1 + \omega} \exp \frac{1 - b_3(\varepsilon)}{1 + \omega} \right]$$

für  $\omega = 1$   $b_3(\varepsilon) = 3,88$   $M_{A_0} = \frac{p l^2}{8} 0,500$

$$M_A = \frac{p l^2}{8} \left[ 1 - \frac{1}{2} \exp(-1,44) \right] =$$

$$= \frac{p l^2}{8} [1 - 0,118] = \frac{p l^2}{8} 0,882$$

Infolge Kriechen erreicht das Einspannungsmoment 88% des Momentes für volle Einspannung.

**Literaturverzeichnis**

- [1] Dr. Ing. Alfred Freudenthal: Die Aenderung des Spannungszustandes weitgespannter, flacher Eisenbetonbogen durch die plastische Dauerverformung des Betons, «Beton und Eisen» 1935, Heft 11, Seite 176.
- [2] Dr. Ing. Alfred Freudenthal: Plastische Dauerverformung des versteiften Stabbogens, «Beton und Eisen» 1936, Heft 2, Seite 206.
- [3] Dipl. Ing. P. Haller: Schwinden und Kriechen von Mörtel und Beton, «E. M. P. A. Zürich», Diskussionsbericht Nr. 124, 1940.
- [4] R. L. Hermite: La déformation plastique des betons, «Annales des Ponts et Chaussées» 1940, Bd. II, Seite 6.
- [5] Leopold Herzka: Schwindspannungen in Trägern aus Eisenbeton, Leipzig 1925.
- [6] Prof. Dr. Ing. Fr. Dischinger: Untersuchungen über die Knicksicherheit, die elastische Verformung und das Kriechen des Betons bei Bogenbrücken, «Bauingenieur» 1937, Heft 33/34, Seite 487.
- [7] Prof. Dr. Ing. Fr. Dischinger: Elastische und plastische Verformungen der Eisenbetontragwerke und insbesondere der Bogenbrücken, «Bauingenieur» 1939, Heft 5/6, Seite 52.
- [8] Prof. Dr. Ing. E. Mörsch: Der Eisenbetonbau, II. Bd., 3. Teil, Stuttgart 1941.

**Schachtlotung mit Setzmikroskop**

DK 627.82.0014

Von Dipl. Ing. M. R. ROŠ, Zürich

Das Prinzip der Schachtlotung zur Bestimmung von Durchbiegungen wurde erstmals in der Schweiz von H. Juillard bei der Spitallammsperre verwendet<sup>1)</sup>. In der Folge hat man es vielfach weiter gebraucht und verschiedene mechanische und optische Ablesemethoden entwickelt, darunter auch solche, welche eine fortlaufende mechanische oder photographische Registrierung gestatten<sup>2)</sup>.

Das auf Bild 1 gezeigte Setzmikroskop ist aus Erfahrungen entstanden, welche der Verfasser bei der Durchführung von Messungen an Talsperren gesammelt hat. Zur Messung wird ein Lot 1 (Bild 2) verwendet, das an einem mit der Staumauerkrone fest verbundenen Punkt 2 aufgehängt ist. In verschiedenen Höhenlagen bringt man nun an in die Staumauerwand fest eingemauerte Auflagerplatten das Setzmikroskop 3 an, stellt dessen Fadenkreuz genau auf den Draht ein und liest die Stellung der Axe des Tubus an einer Skala ab. Diese Messung wird sowohl bei belasteter als auch bei unbelasteter Staumauer durchgeführt. Die Differenz der Ablesungen  $\Delta x$  ergibt die relative Verschiebung des Aufhängepunktes gegenüber dem betreffenden Messpunkt.

In der Regel werden in jeder Höhenlage zwei senkrecht zueinander stehende Auflagerplatten eingemauert, so dass sowohl die Verschiebungen in Richtung der Staumaueraxe

<sup>1)</sup> Vgl. SBZ Bd. 107, S. 229\*, 254\*, 268\* (Mai/Juni 1956).

<sup>2)</sup> Näheres darüber siehe im Bericht von M. Mary: Méthodes de recherches et instruments pour mesurer les efforts et les déformations dans les barrages en terre et en béton (Rapport Général, Troisième Congrès des Grands Barrages, Stockholm 1948).

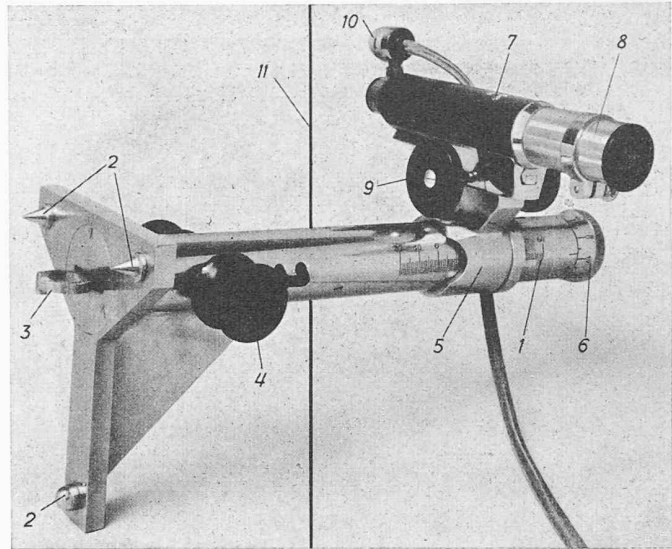


Bild 1. Setzmikroskop nach M. R. ROŠ.

- 1 Mikroskopträger mit Skala, Messbereich + 60 / - 20 mm
- 2 Statisch bestimmte Dreipunktlagerung
- 3 Ring mit Feder zum Befestigen des Instrumentes auf der Grundplatte
- 4 Knopf zum Spannen der Befestigungsfeder
- 5 Mikroskopträger
- 6 Trommel zum Verschieben von 5, 1 Teilstrich = 1/100 mm
- 7 Tubus
- 8 Mikroskop
- 9 Vortrieb des Tubus
- 10 Lämpchen zur Drahtbeleuchtung
- 11 Lot-Draht aus Invar oder rostfreiem Stahl

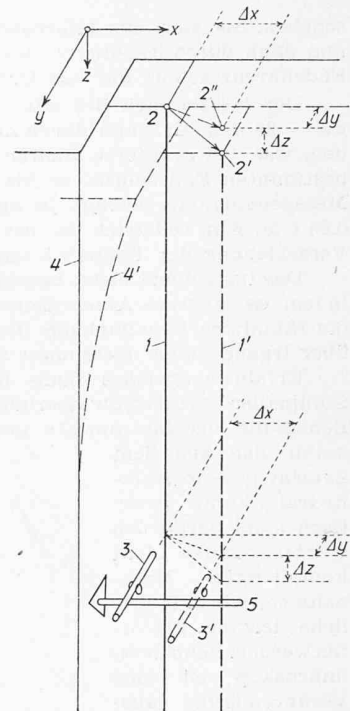


Bild 2 (rechts). Bestimmung der Verschiebungen der Lotaufhängung gegenüber der Messstation. Legende im Text

( $\Delta x$ ), als auch senkrecht dazu ( $\Delta y$ ) gemessen werden können. Wird Invardraht für das Lot verwendet, an ihm an jeder Messstelle eine Marke angebracht und das Fadenkreuz im Mikroskop entsprechend ausgebildet, so kann auch die Höhenänderung ( $\Delta z$ ) des Lotaufhängepunktes gegenüber der Messstelle bestimmt werden. Aus den Verschiebungen  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  und  $\Delta z$  an den verschiedenen Höhenlagen ergibt sich ein vollständiges Bild der Deformationen der Staumauer an der betreffenden Ordinate.

Das Instrument sitzt auf einem Arm 1, der an einem Fuss mit drei Auflagerstellen 2 (Bild 1) befestigt ist. Der Ring 3 wird in einen Haken an der eingemauerten Auflagerplatte eingehängt. Er ist mit einer Feder verbunden, deren Zugkraft am Knopf 4 den jeweiligen Bedürfnissen angepasst werden kann. Der Mikroskopträger 5 kann an der Trommel 6 auf dem Arm 1 verschoben werden, auf dem eine Skala angebracht ist, die eine genaue Ablesung der Stellung der Mikroskopaxe ermöglicht.

Auf dem Träger 5 ist ein Tubus 7 angebracht, dessen Axe genau senkrecht zu der des Armes 3 steht. Das im Tubus 7 geführte Mikroskop 8 kann mittels des Handrädchens 9 im Tubus verschoben werden. Das Lämpchen 10 dient zum Anleuchten des Drahtes 11.

Zur Durchführung einer Messung wird das Instrument an der betreffenden Stelle auf die Grundplatte gesetzt, der Träger 5 durch Drehen an der Trommel 6 so lange ver-