

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizerische Bauzeitung
<b>Herausgeber:</b>	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
<b>Band:</b>	68 (1950)
<b>Heft:</b>	3
<b>Artikel:</b>	Der Einfluss der Verwindung auf die Eigenschwingungszahlen und die Schwingungsrichtung von Dampf- und Gasturbinenschaufeln
<b>Autor:</b>	Geiger, Jos.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-57955">https://doi.org/10.5169/seals-57955</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Der Einfluss der Verwindung auf die Eigenschwingungszahlen und die Schwingungsrichtung von Dampf- und Gasturbinenschaufeln

Von Dr.-Ing. JOS. GEIGER, Augsburg

Lange Schaufeln werden, um günstige Strömungsverhältnisse und bessere Ausnutzung der Energie zu erhalten, manchmal in sich verdrillt, so dass die Querschnittshauptaxe an der Schaufel spitze gegen jene am Schaufelfuss um einen bestimmten Winkel  $\alpha$  verdreht ist. Im allgemeinen wird dieser Winkel nicht leicht  $30^\circ$  überschreiten. Wir haben jedoch die im folgenden geschilderten Untersuchungen auch für einen grössten Verdrehwinkel  $\alpha = 45^\circ$  durchgeführt, um auch für solche Extremfälle die dadurch eintretenden Veränderungen feststellen zu können; dabei leitete uns ausserdem noch die Ueberlegung, dass bei einer solch starken Verwindung die Aenderungen bezüglich Eigenschwingungszahlen usw. sich viel deutlicher bemerkbar machen würden als bei nur geringer Verwindung. Die Versuche erfolgten mit fünf unter sich sehr stark verschiedenen Querschnittsprofilen vom Verhältnis 2:1 bis 20:1. Rechteckquerschnitte wurden gewählt, weil sie sich am leichtesten genau herstellen lassen und weil vom Standpunkt des biegeelastischen Verhaltens aus jede beliebige Querschnittsform durch ein Rechteck von gleichem äquatorialen Trägheitsmoment ersetzt werden kann, solange die Proportionalitätsgrenze nicht überschritten ist. Noch gedrungenere Profile als mit dem Seitenverhältnis 2:1 kommen nicht gut in Frage. Bei Annäherung des Verhältnisses  $b:h$  an die Zahl 1 werden die durch Verwindung eintretenden Veränderungen nur unbedeutend sein, weil in diesem Falle das Trägheitsmoment, bezogen auf ein zur Trägheitshauptaxe schräg stehendes Axenkreuz nur sehr wenig grösser ist als das auf die Trägheitshauptaxe bezogene.

Man könnte vielleicht daran denken, dass man bei verwundeten Schaufeln die von uns für verjüngte Schaufeln angegebene einfache Regel<sup>1)</sup>, Abgreifen des Trägheitsmoments im Abstand 0,23  $l$  vom Schaufelfuss, anwenden könnte, d. h., dass man das auf die Hauptträgheitsaxe des Fussquerschnitts bezogene Trägheitsmoment des in diesem Abstand befindlichen Querschnitts für die Ermittlung der Eigenschwingungszahl zu verwenden hätte, also den Wert  $J_a = J_1 \cos^2 \alpha + J_2 \sin^2 \alpha$ , wobei  $J_1$  und  $J_2$  die auf die beiden Hauptträgheitsachsen bezogenen Trägheitsmomente und  $\alpha$  der Verwindungswinkel zwischen dem Bezugs- und dem Fussquerschnitt ist. Man muss aber bedenken, dass der angeführte empirische Wert 0,23  $l$  nur dann gilt, wenn das Trägheitsmoment, wenigstens in ganz roher Annäherung, vom Fuss bis zum Kopf nach einer Kurve 3. Grades abnimmt. Es ist aber gemäss obiger Formel klar, dass für eine unverjüngte, verwundene Schaufel die von dem auf die Hauptaxe bezogenen Trägheitsmoment  $J_1$  abweichenden Trägheitsmomente  $J$  nicht kleiner,

1) Siehe: «Werft-Reederei-Hafen» 1943, S. 49; Geiger: Ermittlung der Eigenschwingungszahlen von verjüngten Turbinenschaufeln.

sondern umgekehrt grösser sind. Bild 1 zeigt, dass sogar bei dem gedrungenen Verhältnis  $b:h = 2:1$  bis zu einer Verwindung um  $45^\circ$   $J_a$  statt abzunehmen auf den  $2\frac{1}{2}$ fachen Wert von  $J_1$  ansteigt. Für die Berechnung der I. und II. Eigenschwingungszahl ist demnach nicht ohne weiteres zu erwarten, dass das Trägheitsmoment im Abstand 0,23  $l$  vom Fuss in Rechnung zu setzen ist. Aus Bild 1 geht außerdem auch für das etwas schlankere Profil  $b:h = 4$  die starke Zunahme des auf eine um einen Winkel  $\alpha$  schräg zur Hauptaxe liegende Axe bezogenen äquatorialen Trägheitsmomentes hervor. Bild 2 zeigt die Abhängigkeit der Trägheitsmomente vom Winkel  $\alpha$  bei sehr schlanken Profilen, wobei noch zum Vergleich die Kurve für das Profilverhältnis  $b:h = 2$  mit eingezzeichnet wurde. Man erkennt die ausserordentlich starke Zunahme schon bei  $b:h = 10/1$ .

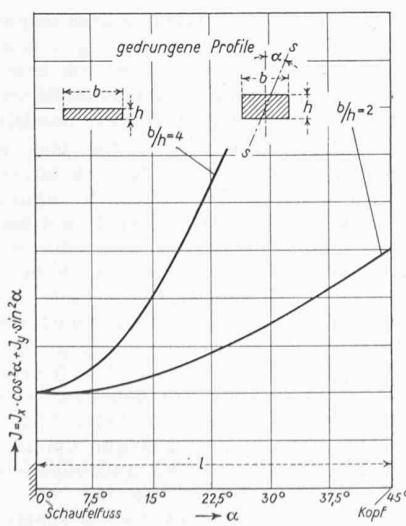
Wir wollen nunmehr die Versuchsergebnisse sprechen lassen, wobei wir zuerst die I. Eigenschwingungszahl besprechen.

### 1. Veränderung der I. Eigenschwingungszahl

Diese Veränderung ist so unbedeutend, dass man sie ohne nennenswerten Fehler vernachlässigen kann. Für den gedrungenen Querschnitt mit  $b:h = 2:1$  ist eine Erhöhung festzustellen, die mit zunehmender Verwindung zunimmt. Bild 3 lässt für verschiedene Profile die Aenderung der I. Eigenschwingungszahl, abhängig von der Verwindung, auf Grund von Messungen erkennen, wobei der Wert 100 % sich auf die nicht verwundene Schaufel gleichbleibenden Querschnitt bezieht.

Bei den schlanken Profilen mit  $b/h = 6,1/1$  bzw.  $10/1$  bzw.  $20/1$  beobachtet man im Gegensatz eher eine ganz geringe Erniedrigung der I. Biegeigenfrequenz. Diese beträgt jedoch höchstens 3 %, fällt also noch fast in den Bereich der unvermeidlichen Herstellungs- und Messungenauigkeiten. Sie ist wahrscheinlich auf die Dämpfung zurückzuführen, die bei schlanken Profilen sich stärker als bei gedrungenen äussert. Auf die Frage, warum bei gedrungenen Profilen eine leichte Erhöhung der I. Eigenschwingungszahl eintritt, werden wir noch zurückkommen.

Wichtig ist weiter noch die Schwingungsform und die Schwingungsrichtung, in der das Kopfende der Schaufel schwingt. Die Schwingungsform war in allen Fällen eine gerade Linie, und zwar sowohl beim Auslenken der Schaufel, wobei sie losgelassen ihre Eigenschwingungen vollführte, als auch bei dauerndem Fahren in Resonanz, wobei nach der von uns früher bereits angewandten Methode die auf einer breiten kräftigen Grundplatte aufgeschweißte Schaufel mit



Bilder 1 und 2. Abhängigkeit des Trägheitsmomentes eines Rechteckquerschnittes, wenn die Schwingungsrichtung S-S von der Trägheitshauptaxe um den Winkel  $\alpha$  abweicht

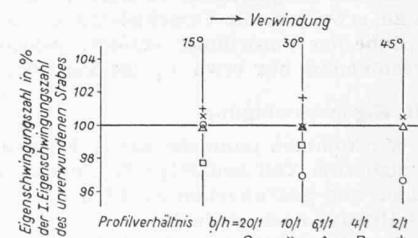
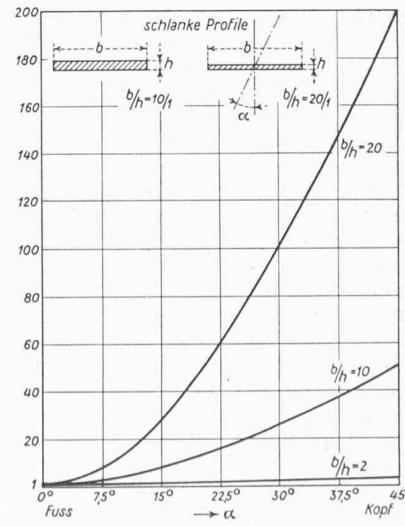


Bild 3. Änderung der I. Eigenfrequenz bei verwundeten, unverjüngten Stäben, abhängig von der Verwindung des Kopfquerschnittes gegen den Fussquerschnitt

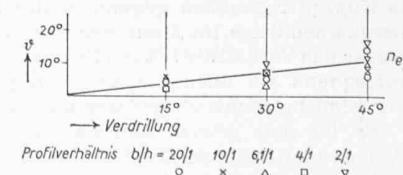


Bild 4. Verschiebung der Schwingungsrichtung um den Winkel  $\delta$  bei unverjüngten verdrillten Stäben und verschiedenen Eigenfrequenzen, abhängig von der Verdrillung

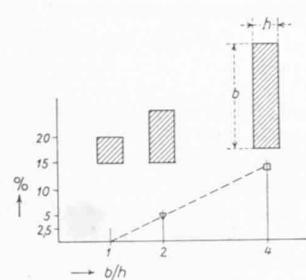


Bild 5. Erhöhung der II. Biegeeigenfrequenzzahl in Prozenten von um  $45^\circ$  verwundenen Stäben von Rechteckquerschnitt gegenüber dem unverwundenen Stab, abhängig vom Verhältnis der Breite  $b$  zur Höhe  $h$

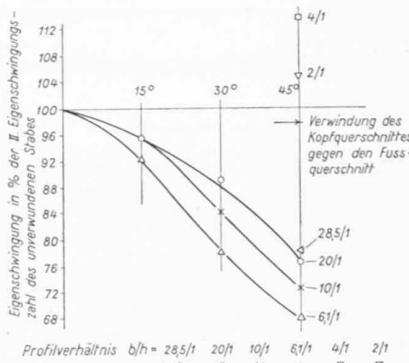


Bild 6. Änderung der II. Eigenfrequenz bei verwundenen unverjüngten Stäben abhängig von der Verwindung

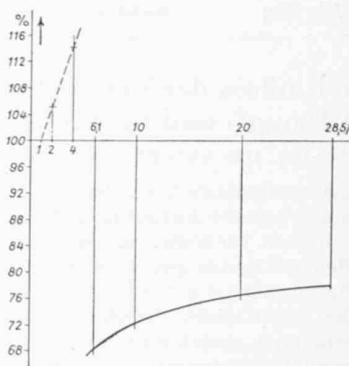


Bild 7. Änderung der II. Eigenfrequenz bei  $45^\circ$  Verdrillung, abhängig vom Verhältnis der Breite zur Höhe des Querschnittes in % der II. Eigenfrequenz des unverdrillten Stabes

vier Schrauben auf einer 3 t schweren, in sich absolut steifen Masse unserer Zug- und Druck-Dauerprüfeinrichtung befestigt war und wobei auf dem Weg über diese Masse dem Schaufelfuss rein sinusförmige Schwingungen von genau bekannter, bequem messbarer Grösse aufgezwungen wurden. Die Messstelle war absichtlich nahe beim Fuss gewählt worden, um eine Beeinflussung der Schwingungen durch die Massenkräfte der Messeinrichtung auszuschalten. Dass eine solche nicht vorhanden war, zeigt zunächst die gute Ueinstimmung, die sich für den unverwundenen Stab zwischen Rechnung und Messung ergab.

Weiterhin wurden, um den Einfluss der Massenwirkung des Schreibgestänges auch versuchsmässig klarzustellen, die Schwingungen auch an einer mehr als doppelt so hoch über dem Schaufelfuss liegenden, also bedeutend grössere Ausschläge aufweisenden Messstelle abgenommen, ohne dass eine nachweisbare Aenderung der gemessenen Eigenschwingungszahlen sich ergab. Es kann sich höchstens um einen Unterschied von 1 % handeln, der noch innerhalb der unvermeidlichen Messungsgenauigkeiten liegt.

Die Schwingungsrichtung wurde wie folgt gemessen. Ein federnd am Schaufelkopf angebrachter winzig kleiner Silberstift schreibt die Bewegung des Schaufelkopfes auf ein dicht über ihm befindliches Indikatordiagrammpapier, das zu diesem Zweck um eine waagerechte Axe bis zur Berührung mit dem Papier heruntergeschwenkt wird.

In Bild 4 wurde für die I. Biegeeigenfrequenzzahl  $e_{I1}$  für fünf verschiedene Querschnittsverhältnisse die Aenderung der Schwingungsrichtung des Schaufelkopfes gegenüber der Hauptträgheitsaxe des Schaufelfusses in Winkelgraden abhängig vom Verwindungswinkel bei gleichbleibendem Stabquerschnitt aufgetragen. In allen Fällen erkennt man, dass, wie zu erwarten, die Verschiebung der Schwingungsrichtung im Sinne der Verdrillung erfolgt, jedoch der Winkel dieser Verschiebung nur etwa  $\frac{1}{3}$  des Verdrillungswinkels beträgt.

## 2. II. Eigenschwingung

Wir kommen nunmehr zur II. Eigenschwingungszahl, bei der sich zum Teil neuartige Erscheinungen ergaben. Bei den Stäben mit gedrungenen Profilen  $b/h = 2$  bzw.  $4$  liegen die Verhältnisse noch einfach.

Für den Fall einer Verdrillung des Kopfquerschnittes gegenüber dem Fussquerschnitt um  $45^\circ$  zeigt sich eine mit zunehmendem Schlankheitsgrad  $b/h$  zunehmende Erhöhung der II. Eigenfrequenz (Bild 5 für  $b/h = 2/1$  und  $4/1$ ). Umgekehrt wird die Verschiebung der Schwingungsrichtung des Kopfquerschnittes gegenüber der Hauptträgheitsaxe des Fussquerschnittes im Sinne der Verdrillung umso grösser, je grösser das Verhältnis  $b/h$  ist. Sowohl die Erhöhung der II. Eigenfrequenz als auch die Aenderung der Schwingungsrichtung sind beträchtlich grösser als bei der I. Eigenfrequenz.

Es ist nun gewiss sehr naheliegend, anzunehmen, dass beide Aenderungen in der bisherigen Richtung umso stärker werden, je schlanker der Querschnitt wird. Wie die Versuche gezeigt haben, trifft dies aber nicht zu; es erfolgt vielmehr ein Umschlag, und es treten an Stelle der II. Eigenfrequenz Eigenschwingungen mit anderer Lage und anderer Form, die

man als neuartige, bisher unbekannte Eigenschwingungen bezeichnen muss.

Wir wollen am besten zuerst die beobachteten Erscheinungen schildern.

1. Der Stab schwingt, wenn er am Fuss durch einen ihm aufgezwungenen genau sinusförmig wechselnden Ausschlag in Richtung der ersten Hauptträgheitsaxe des Fussquerschnittes, also senkrecht zur Flachkantseite, erregt wird, keineswegs so, dass alle Querschnitte in der selben oder wenigstens annähernd in der selben Richtung sich bewegen. Sieht man senkrecht zur Hochkantseite des Fussquerschnittes auf den verwundenen Stab, so hat man den Eindruck einer Eigenschwingung II. Grades mit einem ausgesprochenen oberen Knotenpunkt, der aber wesentlich tiefer liegt, als er beim unverwundenen Stab übereinstimmend nach Messung und Rechnung sich ergibt.

Sieht man dagegen senkrecht zur Flachkantrichtung auf den schwingenden Stab, so erkennt man ganz deutlich eine Schwingung I. Grades, also ohne oberen Knotenpunkt (selbstverständlich mit Ausnahme des an der Einspannstelle befindlichen).

Blickt man senkrecht von oben auf den Stab, so sieht man deutlich das Zusammenwirken beider Schwingungen und erkennt, dass die resultierende Schwingungsrichtung bei den verschiedenen Querschnitten stark verschieden ist.

Man kann also nicht mehr von einer Biegeeigenfrequenz II. Grades sprechen, denn bei ihr müssten alle Querschnitte einheitlich in der selben Richtung schwingen und am Knotenpunkt müsste der Ausschlag Null sein, wie es der Begriff «Knotenpunkt» verlangt.

Dass es sich um eine ausgesprochene Eigenschwingung handelt, erkennt man daran, dass die Ausschläge im Resonanzzustand außerordentlich gross werden, während sie darüber und darunter sehr klein sind.

Mit Rücksicht auf das Fehlen des Knotenpunktes wollen wir diese Eigenschwingung nicht als Eigenschwingung II. Grades, sondern mit dem Kurzzeichen  $K_{II}$  benennen, um anzudeuten, dass es sich um eine Art Kombination aus einer Eigenschwingung II. Grades und einer solchen I. Grades handelt.

2. Die messtechnische Untersuchung zeigt weiter, dass die Eigenschwingungszahl von  $K_{II}$  gegenüber der für den unverdrillten Stab gleichen Profils geltenden Eigenschwingung II. Grades im Gegensatz zu dem Ergebnis bei der I. und insbesondere der II. Eigenschwingung bei Stäben mit gedrungenem Profil nicht höher, sondern im Gegenteil tiefer als beim unverwundenen Stab gleichen Profils liegt. Die grösste gemessene Erniedrigung gegenüber der II. Eigenfrequenz des unverwundenen Stabes beträgt  $-32\%$ , während die grösste gemessene Erhöhung  $+14\%$  beträgt. Diese findet sich beim Profilverhältnis  $b/h = 4/1$ , die Erstgenannte dagegen beim Verhältnis  $6,1/1$ . Die Aenderung ist also sehr beträchtlich. Bild 6 zeigt deutlich die Einflüsse von Verdrillungen um  $15^\circ$ ,  $30^\circ$  und  $45^\circ$ . Während aber bei den Stäben mit gedrungenem Profil ( $b/h = 2/1$  und  $4/1$ ) die II. Eigenfrequenz mit zunehmender Schlankheit in die Höhe steigt, ist es bei den schlankeren Profilen ( $b/h = 6,1/1$ ,  $10/1$ ,  $20/1$  und  $28,5/1$ ), abgesehen von dem bereits erwähnten Umstand, dass wegen des Fehlens

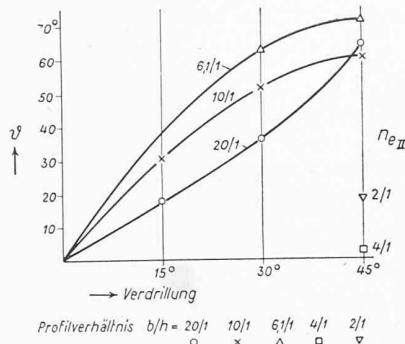


Bild 8. Verschiebung der Schwingungsrichtung um den Winkel  $\delta$  bei unverjüngten verdrillten Stäben und verschiedenen Eigenfrequenzen, abhängig von der Verdrillung

Kurven sind durchaus voneinander getrennt und gehen auch nicht etwa in die Unendlichkeit.

Bemerkenswert ist, dass man bei den schlanken Profilen, von Messungenauigkeiten abgesehen, die selbe Eigenschwingung  $K_{II}$  bekommt, ob man den Stab am Fussende senkrecht zur Flachkantrichtung oder senkrecht zur Hochkantrichtung erregt. Lediglich bei dem verhältnismässig am wenigsten schlanken Profil  $b/h = 6,1/1$  treten bei nur  $15^\circ$  Verdrillung anscheinend noch zwei getrennte Eigenfrequenzen auf, die sich aber nur um  $\sim 3\frac{1}{2}\%$  unterscheiden und mehr oder weniger ineinander übergehen.

3. Eine weitere wichtige Feststellung (siehe Bild 8): Bei den Stäben mit gedrungenem Profil ist bei der II. Eigenfrequenz die Schwingungsrichtung des Kopfquerschnittes gegenüber der Trägheitshauptaxe des Fussquerschnittes nur um einen Bruchteil des Verdrillungswinkels verdreht (s. bei  $45^\circ$  Verdrillung). Die Änderung der Schwingungsrichtung wird überdies mit zunehmendem Schlankheitsgrad immer geringer; bei den Stäben mit schlankem Profil ist sie dagegen bei der Eigenschwingung  $K_{II}$  erheblich mehr verdreht, ebenfalls ein Beweis, dass diese Eigenschwingung eine bisher nicht erkannte Art von Eigenschwingungen darstellt.

Dass hier Ungenauigkeiten nicht gut möglich sind, erkennt man aus den in Bild 9 als Beispiel dargestellten drei Aufnahmen der Schwingungsrichtung unten, die nicht nur einwandfrei die gerade Linie, sondern auch zuverlässig deren Richtung ergeben. Schliesslich ist noch wichtig die Lage des oberen Knotenpunktes für die II. Eigenfrequenz im unverdrillten und verdrillten Zustand.

Unverdrillt ergibt sich in Uebereinstimmung mit der Theorie der obere Knotenpunkt im Abstand  $20,1\%$  der gesamten federnden Länge von der Spitze (siehe Bild 10, rechts).

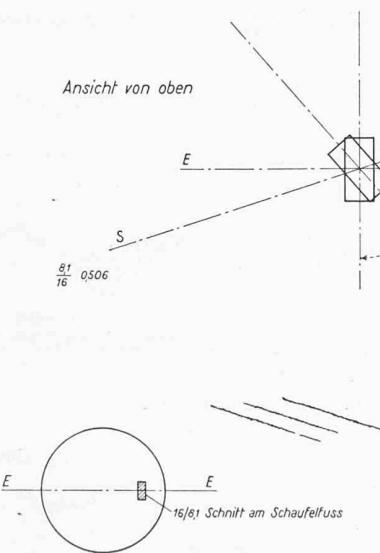


Bild 9. Drei Aufnahmen (in Bildmitte unten) der Verschiebung der Schwingungsrichtung am Schaufelkopf gegenüber der Richtung der Hauptträgheitsaxe am Schaufelfuss. EE Richtung der Erregung, SS Schwingungsrichtung, gegen EE um  $18,2^\circ$  spiegelbildlich versetzt

des oberen Knotenpunktes die II. Eigenschwingung als solche nicht mehr in Erscheinung tritt, gerade umgekehrt: Je schlanker das Profil ist, um so geringer wird die beobachtete Erniedrigung. Besonders deutlich geht dies aus Bild 7 hervor, das für  $45^\circ$  Verdrillung die Veränderung der Eigenschwingung gegenüber dem unverdrillten Zustand abhängig vom Schlankheitsgrad darstellt. Die beiden dort dargestellten

$45^\circ$  verdrillt ergibt sich für das Profilverhältnis  $10/1$  die Knotenlage im Abstand  $28,4\%$  von der Spitze (siehe Bild 11, rechts). Also ist auch hier ein ganz erheblicher Unterschied festzustellen.

Bevor wir diese merkwürdigen Erscheinungen zu erklären versuchen, dürfte es des besseren Überblickes halber angebracht sein, über die bei den höheren Eigenfrequenzen gemachten Beobachtungen zu berichten. Solche Beobachtungen liegen vor für die Profilverhältnisse  $b/h = 6,1/1$ ,  $10/1$  und  $20/1$ , soweit die Eigenschwingungszahlen nicht über  $4500/\text{min}$  liegen.

#### Profil 6,1/1

Bei  $30^\circ$  Verdrillung wurde noch eine Eigenschwingung  $K_{III}$  beobachtet, die um  $50,6\%$  höher als  $K_{II}$  lag, wieder einerlei, ob der Stab hochkant oder flachkant erregt wurde. Bei  $45^\circ$  Verdrillung lag diese Eigenschwingung  $K_{III}$  um fast  $95\%$  höher als  $K_{II}$ . Dass  $K_{III}$  in beiden Fällen nicht etwa eine reine Eigenschwingung III. Grades des unverwundeten Stabes ist, erkennt man daran, dass diese beim unverwundenen Stab um über  $180\%$  höher als diejenige II. Grades liegt.

#### Profil 10/1

Gegenüber der im unverdrillten Zustand gefundenen Flachkantbiege-Eigenfrequenz III. Grades zeigt sich hier eine neue Eigenschwingung  $K_{III}$ , die aber bemerkenswerter Weise bei sämtlichen drei Verdrillungen beim Profil 10/1 im Gegensatz zu dem nächst gedrungenen Profil 20/1 nur verhältnismässig wenig von der Eigenschwingung III. Grades verschieden ist, wie Bild 12 erkennen lässt. Ebenso stimmt bei diesem Profilverhältnis 10/1 auch der Winkel  $\delta$ , unter dem der Kopfquerschnitt gegenüber der Hauptaxe des Fussquerschnittes schwingt, bei sämtlichen drei Verdrillungen des Profils 10/1 genügend gut mit dem Verdrillungswinkel  $\alpha$  überein und zeigt eine lineare Abhängigkeit von ihm (siehe Bild 13). Dagegen zeigt sich, dass die I. Hochkant-

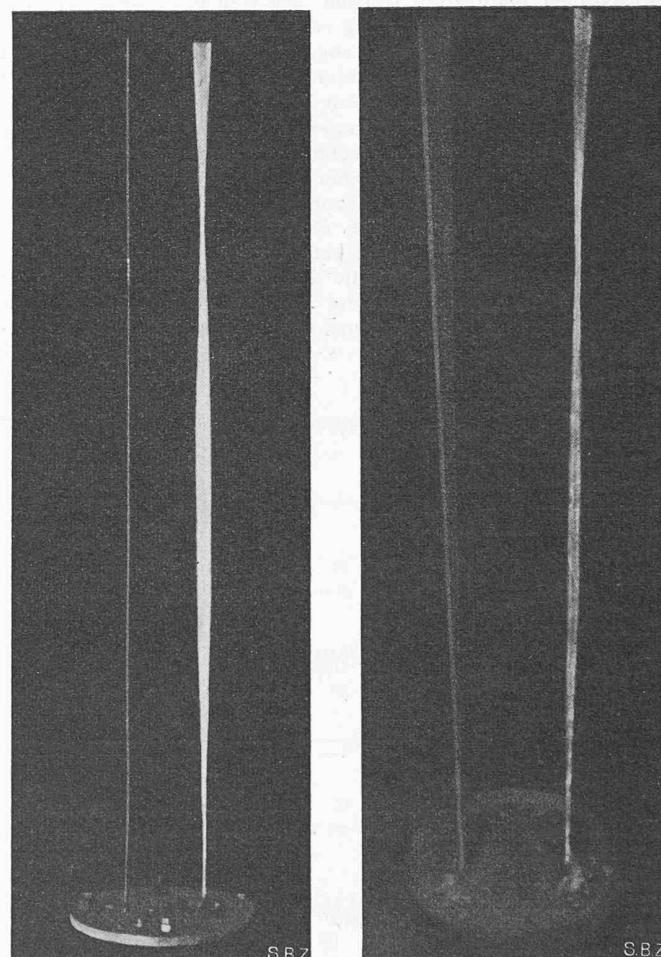


Bild 10. Unverdrillter Stab 40/4. Oberer Knotenpunkt in Abstand 0,201 der Schaufellänge von der Spitze

Bild 11. Um  $45^\circ$  verwundeter Stab 40/4. Oberer Knotenpunkt in Abstand 0,284 der Schaufellänge von der Spitze

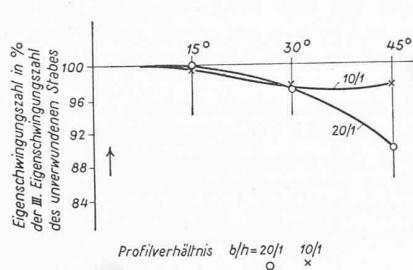


Bild 12. Aenderung der III. Eigenfrequenz bei verwundenen unverjüngten Stäben, abhängig von der Verwindung des Kopfquerschnittes gegen den Fussquerschnitt

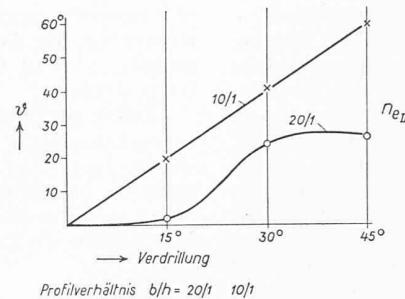


Bild 13. Verschiebung der Schwingungsrichtung um den Winkel  $\delta$  bei unverjüngten verdrillten Stäben und verschiedenen Eigenfrequenzen, abhängig von der Verdrillung

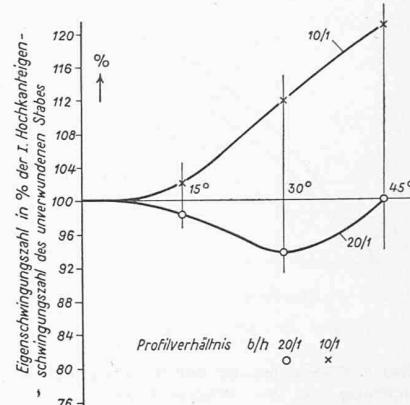


Bild 14. Aenderung der I. Hochkanteigenfrequenz bei verwundenen unverjüngten Stäben, abhängig von der Verwindung des Kopfquerschnittes gegen den Fussquerschnitt

eigenschwingung mit zunehmender Verdrillung stark beeinflusst wird (Bild 14). Hochkanteigenschwingung ist hierbei jene Eigenschwingung I. Grades, die sich ausbildet, wenn der Stab am Fussende hochkant erregt wird. Beim Profil 10/1 tritt mit zunehmender Verdrillung eine starke Erhöhung der Eigenfrequenz auf.

Die Verschiebung der Schwingungsrichtung um den Winkel  $\delta$  gibt bei dieser Hochkantschwingung Bild 15 an. Sie nimmt in roher Annäherung etwa linear zu, ist aber beachtlich grösser als die jeweilige Verdrillung.

#### Profil 20/1

Für die Eigenschwingung  $K_{III}$  liegen die Verhältnisse etwa ähnlich denjenigen bei Profil 10/1, nur sind gemäss Bild 12 bei  $n_{eIII}$  die Unterschiede grösser. Der Winkel für die Schwingungsrichtung ist nach Bild 13 hier erheblich kleiner als der Verdrillungswinkel, wobei aber auch grössere Ungenauigkeiten vorhanden sein dürfen.

Bei diesem Profil konnte auch eine Eigenschwingung IV. Grades festgestellt werden. Sie weicht bei den verschiedenen Verdrillungen so wenig von denjenigen im unverdrillten Zustand ab, dass wir davon absehen, sie als besondere Eigenschwingung  $K_{IV}$  zu bezeichnen. Die Abweichungen können auch zum Teil eine Folge von Messungsgenauigkeiten sein.

Bemerkenswert ist dagegen das Verhalten dieses Stabes 20/1, wenn er in der Hochkantrichtung erregt wird. Es weicht von allem, was bisher bekannt wurde, einschliesslich dessen, was wir selbst vorher mit der  $K$ -Eigenschwingung schilderten, wesentlich ab. Kommt man bei dem nur um  $15^\circ$  verdrillten Stab bei rein sinusförmiger Erregung in der Hochkantrichtung in die zugehörige Eigenschwingung, so schwint zwar ebenfalls die Schwingung stark an, gleichzeitig treten aber im Gegensatz zu sonst bekannten Resonanz - Erscheinungen, bei denen die Ausschläge gerade in der Resonanz rein sinusförmig verlaufen, noch andere starke Schwingungen auf, deren auffallendste etwa doppelt so rasch wechselt (Bild 16), so dass die Schwingung den rein harmonischen Charakter völlig verliert.

Bei Verdrillung um  $30^\circ$  ist dies noch auffallender, und es zeigen sich jetzt auch bedeutend langsamere Schwingungen, als der Eigenfrequenz entsprechen (Bild 17).

Bei Verdrillung um  $45^\circ$  haben endlich die neu hinzugekommenen Schwingungen das Bild so stark verändert, dass die Hochkanteigenschwingungen geradezu in den

Hintergrund treten. Man beobachtet insbesondere eine sehr lange aber stark ausgeprägte Frequenz, anscheinend die Eigenschwingung I. Grades bei der Flachkantrichtung, sowie Schwingungen mit etwa dem doppelten Wert der Hochkanteigenschwingung. Diese Schwingungen führt der Stab nicht nur an seiner Spitze, sondern, wenn auch in stark verschiedenem Grade, an allen Stellen durch. Nach Ueberschreiten dieser Eigenschwingungszahl nehmen die Schwingungen wieder nicht nur stark ab, sondern werden auch wieder schön sinusförmig.

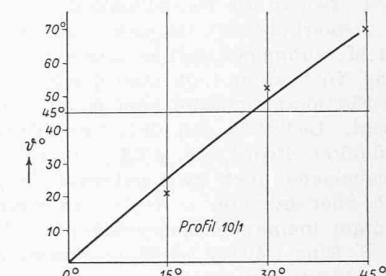


Bild 15. Profil 10/1. Verschiebung der Schwingungsrichtung um den Winkel  $\delta$  bei der Hochkanteigenschwingung bei unverjüngten verdrillten Stäben, abhängig von der Verdrillung

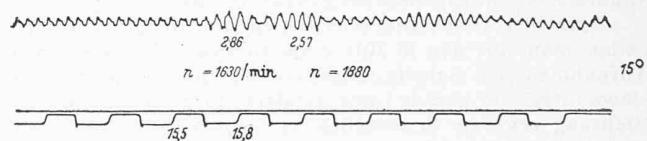


Bild 16. Schwingungsdiagramm eines um  $15^\circ$  verdrillten Stabes mit dem Seitenverhältnis 20/1 bei rein sinusförmiger Erregung in der Hochkantrichtung in Resonanz

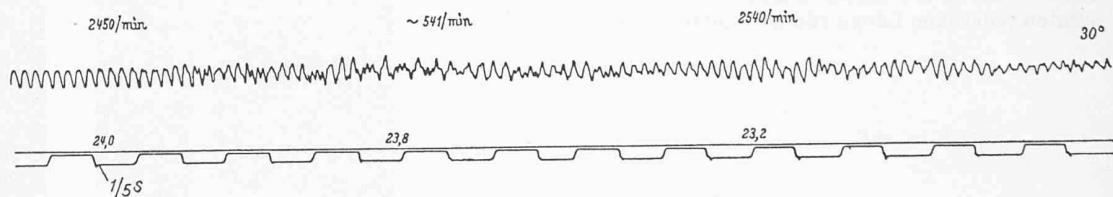


Bild 17. Schwingungsdiagramm eines um  $30^\circ$  verdrillten Stabes mit dem Seitenverhältnis 20/1 bei rein sinusförmiger Erregung in der Hochkantrichtung in Resonanz

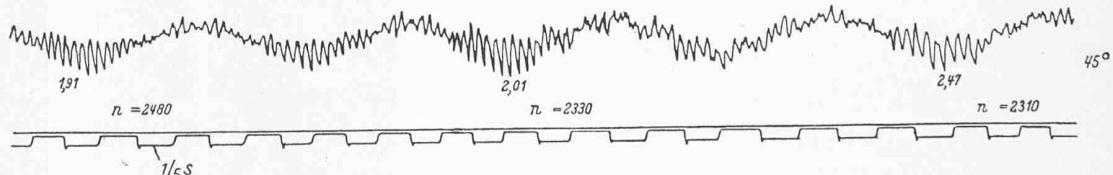


Bild 18. Schwingungsdiagramm eines um  $45^\circ$  verdrillten Stabes mit dem Seitenverhältnis 20/1 bei rein sinusförmiger Erregung in der Hochkantrichtung in Resonanz

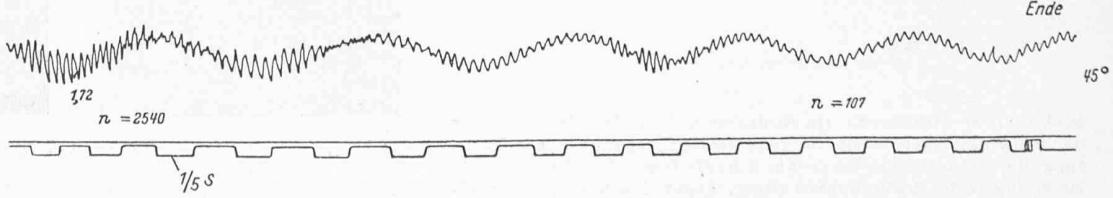


Bild 19. Fortsetzung von Bild 18



Bild 20. Drei Aufnahmen der Schwingungsrichtung am Schaufelkopf für das Seitenverhältnis 10/1 und 15° Verdrillung. Die Schwingungsrichtung ist gegen die 2. Hauptträgheitsaxe des Fussquerschnittes und damit gegen die Erregungsrichtung um 21° verschoben.

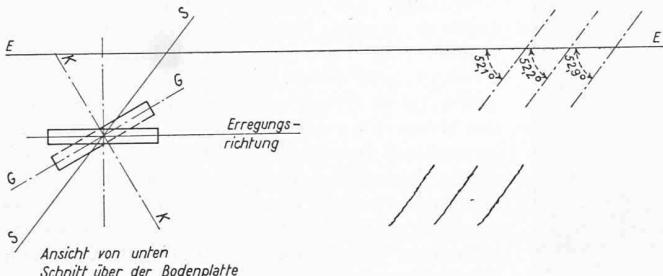


Bild 21. Drei Aufnahmen der Schwingungsrichtung am Schaufelkopf für das Seitenverhältnis 10/1 und 30° Verdrillung. Die Schwingungsrichtung SS ist gegen die Hauptträgheitsaxe des Fussquerschnittes um 52,4° verschoben.

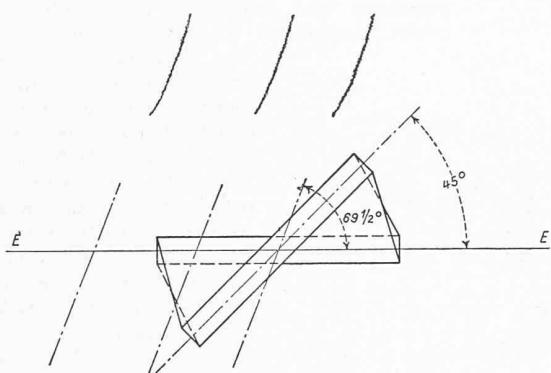


Bild 22. Drei Aufnahmen der Schwingungsrichtung am Schaufelkopf für das Seitenverhältnis 10/1 und 45° Verdrillung. Die Erregungsrichtung EE fällt wie bei den Bildern 20 und 21 mit der 2. Hauptträgheitsaxe des Fussquerschnittes zusammen. Die Schwingungsrichtung ist gegen sie um 69 1/2° verschoben. Die Schwingungsform ist eine schwach gekrümmte Kurve.

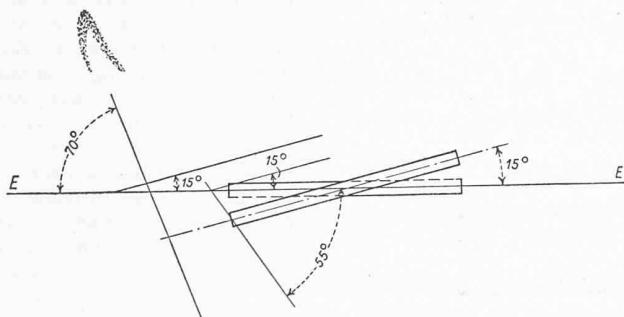


Bild 23. Schwingungsform (links oben, schwach sichtbar) am Schaufelkopf bei einem Seitenverhältnis 20/1 und 15° Verdrillung. Die Erregungsrichtung EE fällt mit der 2. Hauptträgheitsaxe des Fussquerschnittes zusammen. Die Schwingungsform ist keine gerade Linie, sondern eine verwickelte Kurve, deren Hauptrichtung um 40° gegen die 2. Hauptträgheitsaxe verschoben ist.

[Die Ausschläge auf den Bildern 9, 20 bis 23 sind von nicht reproduzierfähigen Kopien der Originaldiagramme nachgezeichnet worden. Die Red.]

Diese Schwingung ist deshalb so besonders eigenartig, weil bei ihr im Gegensatz zu der Erfahrung bei sämtlichen bisher bekannten Resonanzerscheinungen an Körpern, die dem Geradliniengesetz gehorchen, die Frequenz der Ausschläge nicht mit der Frequenz der rein sinusförmigen Erregung übereinstimmt, wie man dies sowohl nach den bisherigen Erfahrungen, als auch aus theoretischen Gründen zunächst unbedingt erwartet. Die einzige, aber noch ziemlich leicht verständliche Ausnahme der Theorie ist der von Mettler<sup>2)</sup> be-

handelte Fall der Biegeschwingungen eines Stabes unter pulsierender Axiallast, der aber erstens lediglich eine halb so rasch wie die Erregung wechselnde Schwingung ergibt und zweitens meines Wissens versuchsmässig noch nicht untersucht worden ist.

Das gegenüber den gedrungeneren Profilen einschliesslich dem Profilverhältnis 10/1 bei der Hochkantschwingung stark abweichende Verhalten des Profils 20/1 zeigen endlich auch die am Stabkopf aufgenommenen Diagramme der Schwingungsform (Bilder 20 bis 23). In guter Annäherung ist bei allen drei Verdrillungen die Schwingungsform eine gerade Linie bei 15° Verdrillung ist diese leicht gekrümmt (Bild 20), bei 30° fast genau geradlinig (Bild 21), und bei 45° ist sie ein sehr schlankes S (Bild 22). Im auffallenden Gegensatz hierzu ist sie beim Profilverhältnis 20/1 bereits bei 15° von viel verwickelterer, etwa nierenförmiger Gestalt (Bild 23), während bei 30° und erst recht bei 45° Verdrillung neben der weiteren Verwicklung der Schwingungsform die Ausschläge so vielmals grösser wurden, dass sie infolge starken Ueberschreitens der Diagrammbreite nicht mehr verzeichnet werden konnten.

(Schluss folgt)

## Freitragende Rohrbrücken der Ruhrgas-A.-G.

DK 624.21 : 621.532.3

Zur Wiederherstellung des Gasversorgungsnetzes, das durch Kriegsschäden stark gelitten hatte, hat die Ruhrgas A.-G. die im Zuge ihrer Hauptleitung liegenden Kreuzungen des Rhein-Hernekanals durch freitragende Rohrbogen mit Spannweiten von 60 bis 70 m überbrückt. Dabei wurde das Hauptrohr von 600 mm I.W. und 8 mm Wandstärke durch zwei angenähert parallel geführte Rohrbogen gegen die Beulgefahr infolge der Windkräfte geschützt, so dass der Verbundquerschnitt gemäss den Bildern 2 und 3 entstand. Mit Rücksicht auf die zu erwartenden beträchtlichen Verschiebungen der beiden Widerlager infolge des Bergbaus (Kohlenzechen) mussten die Brücken als Zweigelenkbogen ausgeführt werden, was besondere Gelenkstücke erforderlich machte, für die eine einfache Lösung gefunden wurde. Der Berechnung wurden Temperaturschwankungen zwischen + 45° und - 20°C, eine einseitige Windbelastung senkrecht zum Bogen, eine ein- oder eine beidseitige Schnebelastung senkrecht zum Bogen, eine einseitige Widerlagerabsenkung von 1,5 m oder eine horizontale Widerlagerverschiebung von 0,2 m, ferner eine Widerlagerdrehung um 1° um die Bogenaxe zu Grunde gelegt. Die ersten beiden Brücken wurden aus 6 m langen Elementen auf beiden Kanalufern durch Schweißung auf Lehrgerüsten zu je einer Hälfte aufgebaut, dann mit zwei Derricks eingeschwenkt und im Scheitel geschweisst. Bei der dritten Brücke konnten die beiden Hälften im Werk fertig gestellt, auf einem Kahn an den Aufstellungsort gebracht und dann mit einem Derrick und einem Schwimmkran aufgestellt und eingeschwenkt werden. Eine ausführliche Beschreibung hat H. Geilenkeuser, Essen, in «Das Gas- und Wasserfach», Nr. 21 vom November 1949 veröffentlicht. Ueber Flusskreuzungen mit frei aufgehängten Rohrleitungen berichtet W. Bauser in der selben Zeitschrift, Nr. 14 vom 1. August 1949. Dabei handelt es sich um Rohre von 200 bis 440 mm I.W., die an Tragwerken mit Rundstäben von 16 bis 20 mm Durchmesser aufgehängt sind. Diese «Zügelgurt»-Rohrbrücken weisen Spannweiten von 64 m (Enz bei Pforzheim), 90 m (Neckar), 2 × 45 m (Donau bei Ulm) auf und zeichnen sich durch kurze Bauzeiten aus.

