

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 67 (1949)  
**Heft:** 38

**Artikel:** Ueber Schadenbildungen an Zementröhren  
**Autor:** Herzig, E.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-84135>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 25.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

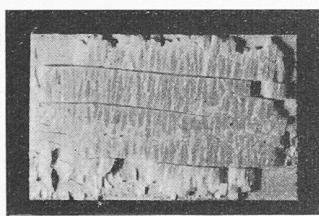
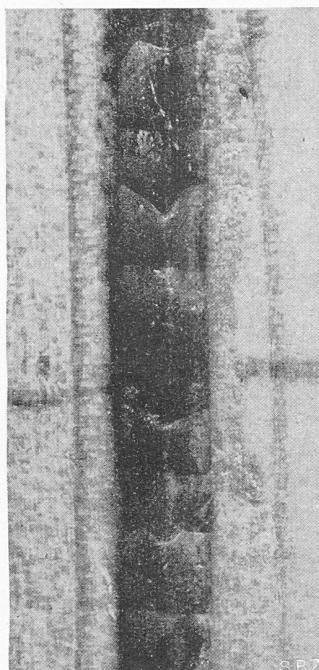


Bild 3. 3 mm starke Leimfuge mit inneren SpannungsrisSEN. Reiner Harnstoff-Formaldehyd-Leim zwischen Tannenholz. Das untere Bild eines freigelegten Fugenstückes zeigt, dass die Schwindspannungen des Leimes sogar Längsrisse im Holz hervorgerufen haben. Solche Zerstörungen können z. B. durch niedrig gehaltene Fugendicken ( $\approx 0.2$  mm) oder durch Füller vermieden werden

Spannungen superponieren. Die mittlern Normalspannungen in einer Anticorodal-Eisenplatte betragen bei einer Abkühlung von  $200^{\circ}\text{C}$   $300 \text{ kg/cm}^2$  in beiden Metallen, die Schubspannungen am Fugenrand  $450 \text{ kg/cm}^2$ .

Da die Schubspannungen von den Plattendicken abhängig sind, können nicht beliebig dicke Platten miteinander verklebt werden. Bild 1 zeigt den Zusammenhang zwischen rechnerischen Schubspannungen und Plattendicken für die Verbindung einiger Werkstoffe mit Aethoxylinharz bei  $200^{\circ}\text{C}$  nach Abkühlung auf  $20^{\circ}\text{C}$ .

Die grösste Schubspannung tritt in jener Ebene auf, in der das Bindemittel denjenigen Werkstoff berührt, der die grösse Retraktionsdifferenz gegenüber dem Bindemittel aufweist. Dies wird durch Bruchbilder bestätigt, die bei ausgeführten Versuchen erhalten wurden. Die Bilder 2 bis 5 veranschaulichen einige Beispiele der Auswirkung von inneren Spannungen.

Von der Industrie und Forschung werden grosse Anstrengungen unternommen, um Verbindungsprobleme durch Kunstgriffe und Spezialisierung der Verbindungsmittel zu meistern. Dies gelingt umso leichter, je mehr man sich über die Verbindungsvorgänge selbst im klaren ist. Es würde an dieser Stelle zu weit führen, all die vielen Möglichkeiten einer Reduktion innerer Spannungen zu erörtern. Neben den in Bild 4 behandelten Füllung von Kunstharzleimen sind andere Verfahren bekannt geworden, durch modifizierte Führung des Härtungsvorganges auch dicke, angenähert spannungsfreie Leimfugen zu erzielen (sog. «gap-filling»-Leime). Auch durch Schaum-

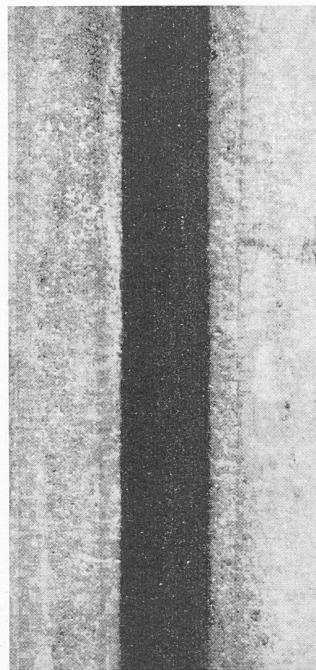


Bild 4. 3 mm starke Leimfuge ohne innere Spannungsrisse. Mit organischem Füller beeinflusster Harnstoff-Formaldehyd-Leim zwischen Tannenholz. Die den Schwindvorgang des Leimes hervorrufende Wasserabgabe hat teilweise schon bei nachgiebiger Konsistenz des Leimes stattgefunden, sodass an Stelle der Risse (s. Bild 3) eine dünnerne Fuge mit konkav eingezogenen Rändern entstanden ist.

Verbindet man, wie im vorliegenden Falle, Metalle mit verschiedenen thermischen Ausdehnungskoeffizienten, so entstehen in den Metallen Zug- und Druckspannungen, die sich den bereits erwähnten Eigen-

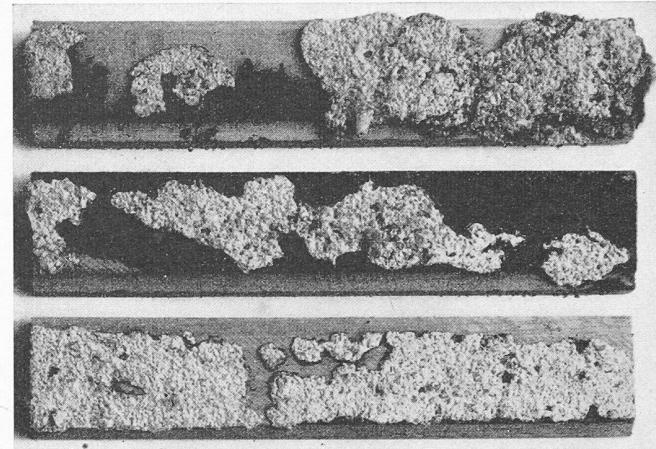


Bild 5. Bruchbilder von Holz-Kleinparkettstäben, die mit Hilfe einer Bitumenemulsion auf Zementestrich aufgezogen waren. Die im vorliegenden Fall schlechten Festigkeitseigenschaften des Zementestrichs verunmöglichen die Aufnahme der Spannungen, die infolge des Quellens der Parkettstäbchen unter Einwirkung des Emulsionswassers aufgetreten sind. Trotz der plastischen Eigenschaften des Bitumens erfolgte ein Bruch vorwiegend im Zementestrich.

leime werden die inneren Spannungen wesentlich verändert. Ein klassisches Beispiel für eine folgerichtige Entwicklung von Verbindungsmitteln stellt übrigens die Geschichte der Mörtel und des Betons dar.

## Ueber Schadenbildungen an Zementröhren

Von E. HERZIG

DK 621.643.253.0046

Unter der Leitung von Prof. Dr. M. Roš wurden an der EMPA zahlreiche materialtechnische Untersuchungen an unarmierten und armierten Zementröhren durchgeführt. Ein Teil dieser Untersuchungen (Bericht EMPA Nr. 29 und 108 bzw. SVMT Nr. 10 und 35) diente zur Aufstellung und Kontrolle von Normen für die Herstellung von Zementröhren. Weitere Veröffentlichungen betreffen Untersuchungen, die im Auftrag der Zementröhren erzeugenden Industrie durchgeführt worden sind.

Diese Untersuchungen wie auch die laufenden Prüfungen der an die EMPA eingesandten Röhren ergaben meist Rohrqualitäten, die erheblich über den Normenwerten lagen. Es war eine Ausnahme, wenn ein Rohr den Normen nicht entsprach. Im Jahre 1937 erschien der EMPA-Bericht Nr. 108 (bzw. SVMT-Bericht Nr. 35) mit einer Arbeit von A. Voellmy «Bruchsicherheit eingebetteter Rohre», in der einige Schadefälle besprochen sind<sup>1)</sup>. Seither ist die EMPA in rd. 20 Schadefällen zugezogen worden, bei denen meist eine grösse Zahl von Röhren gebrochen oder gerissen waren. Zerstörungen durch Korrosion, chemische Angriffe usw. sind dabei nicht berücksichtigt. Die Kostenfolgen solcher Schadefälle waren oft bedeutend, mussten doch in einzelnen Fällen 50 bis 80 Stück Röhren wieder ausgegraben, ersetzt und neu verlegt werden. Es ist anzunehmen, dass noch weitere Schadefälle aufgetreten sind, von denen die EMPA keine Kenntnis erhielt.

Die Schäden wurden in der Regel bald nach dem Einbau festgestellt und waren im wesentlichen stets gleicher Art. Sie bestanden in mehr oder weniger klaffenden Scheitel- und Sohlenrissen und weniger breiten Rissen in den Kämpfern, die aber erst beim Ausgraben der Röhren festgestellt werden konnten. Diese Risse erstreckten sich stets über eine grösse Zahl benachbarter Rohre. Meist handelte es sich um Röhren von über 60 cm Durchmesser.

In den meisten dieser Schadefälle wurde von den Betroffenen die Qualität der Zementröhre angezweifelt und daher stellt sich die Frage, ob die eingangs erwähnten Untersuchungsergebnisse an Röhren, die an der EMPA geprüft wurden, nicht zu günstig sind, verglichen mit der durchschnittlich in der Praxis verwendeten Rohrqualität.

Die Untersuchung der Ursachen der Schäden ergab Folgendes: a) In keinem der von der EMPA untersuchten Fälle

<sup>1)</sup> Vgl. auch A. Voellmy: Bemessung und Bruchsicherheit von Rohrleitungen, SBZ Bd. 122, S. 177\* ff. (1943). Red.

Geometrische Konstruktion der Vergleichsspannung  $\sigma_g = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1}$ 

Bild 1

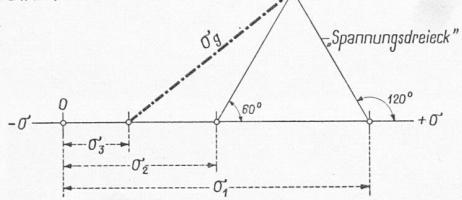


Bild 2



Bild 3

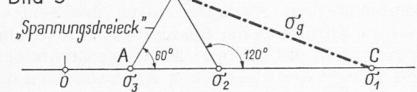
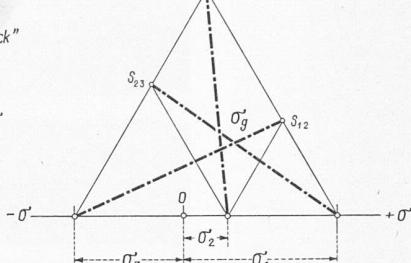


Bild 4

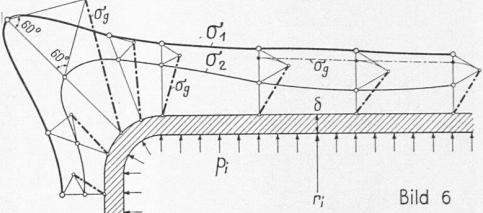


Beweis: Dreieck ABC (Bild 3)

$$\begin{aligned} \text{Nach dem cos-Satz ist } \sigma_g^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos 60^\circ \\ \text{mit } a = \sigma_1 - \sigma_3, b = \sigma_2 - \sigma_3, \cos 60^\circ = 1/2 \text{ wird} \\ \sigma_g^2 &= (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 - (\sigma_1 - \sigma_3)(\sigma_2 - \sigma_3) \\ &= +\sigma_1^2 + \sigma_3^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\sigma_3\sigma_1 - 2\sigma_3\sigma_2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 \\ \sigma_g^2 &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1 \end{aligned}$$

## Behälter-Aussenwand - Innendruck-

Bild 6



## Rundstab mit Kerbe - Zug -

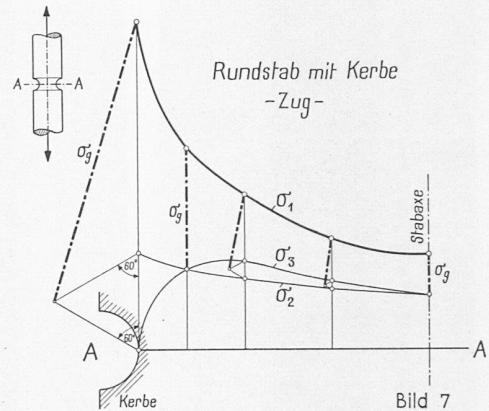
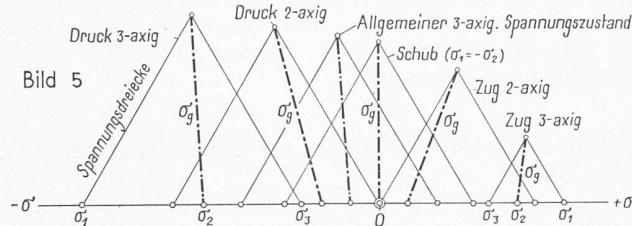


Bild 7



konnte mangelhafte Rohrqualität als Bruchursache eindeutig nachgewiesen werden. b) In den meisten Fällen zeigte sich, dass die unter Einfluss äusserer Lasten theoretisch auftretenden Spannungen die normengemässen Bruchfestigkeiten überschritten, in einzelnen Fällen sogar bis um den doppelten Betrag. c) Bei einigen Rohrleitungen liess sich die Bruchursache nicht eindeutig ermitteln.

Nach b) sind die meisten Rohrleitungen infolge Ueberschreiten der Bruchfestigkeit der Röhren unter Einfluss äusserer Lasten gebrochen. Es lohnt sich daher, den Ursachen dieser Erscheinung nachzugehen. Zur Hauptsache sind folgende Gründe zu nennen:

Oefters fand sich die irrage Meinung, und zwar auch unter technisch geschulten Leuten, ein Zementrohr, das im Boden verlegt ist, sei sämtlichen möglichen Beanspruchungen gewachsen. Die auf dem Prüfstand gemessene Ausbiegung eines Zementrohres von  $\phi 100$  cm beträgt aber kurz vor Bruch nur rd. 0,2 mm. Eine solch kleine Deformation kann aber durch normal eingefülltes Erdmaterial nicht verhindert werden, woraus folgt, dass sich eine entlastende Wirkung durch das anliegende Einfüllmaterial nicht einstellt.

Einige der gebrochenen Rohrleitungen waren nach Tabellen oder graphischen Darstellungen mit Angabe zulässiger Verlegungstiefen dimensioniert worden. Solche Angaben sind insofern etwas gefährlich, als sie den Eindruck allgemein gültiger Normen erwecken; sie sind auch in einigen Fällen als solche aufgefasst worden. Solchen Angaben kommt aber nur orientierender Charakter zu, sie setzen ganz bestimmte Verhältnisse voraus; z. B. eine bestimmte Beschaffenheit des Erdmaterials, der Auflagerung der Rohre usw. Genügend Sicherheit gegen Bruch ist nur gegeben, wenn die der Bemessung der Röhren zugrunde gelegten Annahmen im verlegten Zustand tatsächlich erfüllt sind. So beruhen z. B. die Angaben über Verlegetiefen von Zementrohrleitungen, die sich in der schon erwähnten Arbeit von A. Voellmy finden, auf der Annahme eines Reibungswinkels  $\delta = 30^\circ$  zwischen Auffüllmaterial und Grabenwand. Je nach Beschaffenheit der Grabenwand, nach Witterungsverhältnissen während dem Bau der Leitung und nach Art und Sorgfalt des Einbaus kann dieser Reibungswinkel sehr verschieden sein und sogar unter Umständen den Wert Null annehmen. Aehnliches gilt von den Auflagerungsverhältnissen der Rohre auf der Grabensohle.

Weitere Schäden sind durch folgende Umstände entstanden: Bei Dammbauten (z. B. Strassen in Aufschüttung) werden die Rohrleitungen auf das feste, gewachsene Terrain verlegt und nachher mehrere Meter hoch überschüttet. Der durch Setzung der Schüttung auftretende zusätzliche Druck des seitlich der Rohrleitung liegenden Materials wurde bei der Projektierung der Leitung nicht berücksichtigt. Dieser Fall kann auch bei in Gräben verlegten Leitungen auftreten, wenn sich das Terrain beidseitig des Grabens durch irgendwelche Gründe senkt (z. B. infolge Unterspülung bei undichten Leitungen).

Bei den meisten nicht einwandfrei abgeklärten Fällen ist wahrscheinlich beim Einbau der Leitung nicht mit der nötigen Sorgfalt vorgegangen worden. So wurde in einem Fall der Graben mit dem Löffelbagger ausgehoben, dann die Sohle z. T. noch etwas von Hand ausgeglichen und die Röhren ohne weitere Vorbereitung auf die Sohle mit dem Bagger verlegt; dann wurde der Graben mit dem Bagger wieder aufgefüllt, möglicherweise das Auffüllmaterial sogar stellenweise mit dem Baggerlöffel leicht gestampft und schliesslich der fertig aufgefüllte Graben noch örtlich vom Bagger überfahren. Dimensioniert war die Rohrleitung aber nach Richtlinien über zulässige Verlegetiefen ohne Berücksichtigung irgendwelcher Verkehrslast. Beim Bauvorgang wurde in diesem Fall die eingelegte Rohrleitung weit stärker, manchmal über die Bruchlast hinaus belastet.

Diese Erfahrungen zeigen, dass in den meisten Fällen ein Bruch der Rohrleitung eintrat, weil die tatsächlichen Beanspruchungen der Rohrleitung gar nicht oder ungenügend überprüft wurden, oder weil die Voraussetzungen der Rechnung bei der mehr oder weniger sorgfältigen Ausführung nicht erfüllt waren.

Für die Projektierung solcher Leitungen gilt folgendes: Der für das Projekt verantwortliche Ingenieur soll möglichst frühzeitig über sämtliche Belege verfügen, die irgendwelchen Einfluss auf das spätere Verhalten der Rohrleitung haben können. Auf Grund dieser Belege ist die Leitung zu projektiert und auf eine grundsätzliche Abklärung aller Fragen hinzuarbeiten. Diese ist noch wichtiger als die detaillierte Nachrechnung. Beim Projektieren ist auch die zu erwartende Sorgfalt bei der Einbauarbeit zu berücksichtigen. Für die detaillierte Nachrechnung der Beanspruchung der Leitung finden sich alle Angaben in der Arbeit von A. Voellmy (EMPA-Bericht Nr. 108, S. 191).

Für die Baupraxis ergibt sich die Folgerung, dass Rohrleitungsverlegungen mit grosser Sorgfalt ausgeführt werden müssen. In Fällen, wo eine einwandfreie Lagerung nicht gewährleistet ist, empfiehlt es sich, die Rohre in der Sohle einzubetonieren.

Es wäre ferner erwünscht, die unter bestimmten Voraussetzungen theoretisch abgeleiteten Werte über die Grösse der auf das Rohr wirkenden Kräfte experimentell nachzumessen,

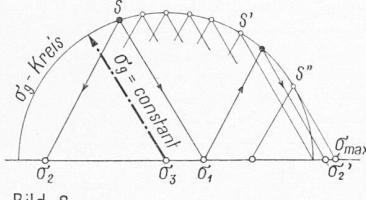


Bild 8

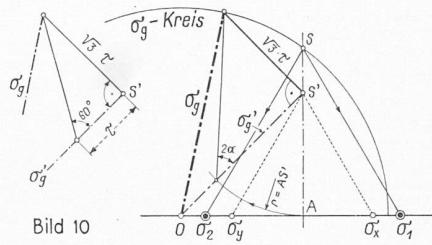


Bild 10

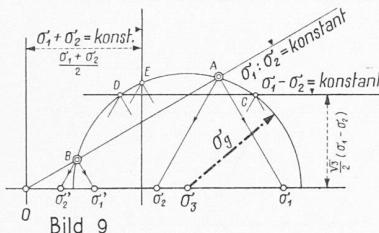


Bild 9

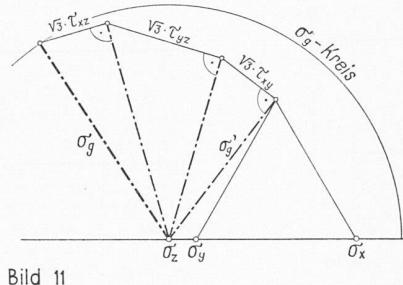


Bild 11

und zwar unter verschiedenen extremen Bedingungen. Ebenfalls durch Versuche könnte die Wirksamkeit der Lagerung im Sandbett überprüft werden. Wertvoll wären auch Versuche über die zweckmässigste Bauausführung. Für in Beton gelagerte Röhren sind Versuche durchgeführt worden, welche zeigten, dass die wirkliche Sicherheit grösser sein kann als die theoretisch zu erwartende.

## Die bildliche Darstellung der Vergleichsspannung

Von E. A. LEHMANN

DK 531.252

### I. Eine planimetrische Konstruktion

**A. Aufgabe:** Gegeben sind die Hauptspannungen  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  und  $\sigma_3$ . Gesucht ist die Vergleichsspannung nach der Theorie der Gestaltänderungsarbeit

$$\sigma_g = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1}$$

**Lösung:** Von den drei auf einer Axe aufgetragenen Punkten, deren Abstände vom Nullpunkt nach Grösse und Vorzeichen den Hauptspannungen  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  und  $\sigma_3$  entsprechen, betrachte man deren zwei als Basiseckpunkte eines gleichseitigen Dreiecks. Die gerade Verbindungsline von dessen Spitze zum dritten Punkt stellt der Grösse nach die Vergleichsspannung  $\sigma_g$  dar.

Die Lösung ist in den Bildern 1 bis 3 für verschiedene Grössenverhältnisse der Hauptspannungen dargestellt; Bild 4 zeigt für andere Werte eine Zusammenfassung. Der Beweis ist einfach und für Bild 3 dargestellt. Man erkennt, dass als

Basen der gleichseitigen Dreiecke, die im folgenden «Spannungsdreiecke» genannt werden sollen, die horizontalen Durchmesser der Mohrschen Spannungskreise gedient haben.

In Bild 2 wird der Unterschied zwischen der Theorie der grössten Schubspannung nach Guest und derjenigen der (konstanten) Gestaltänderungsarbeit besonders deutlich. Die Dreiecksseite entspricht  $2\tau_{\max} = \sigma_1 - \sigma_3$  und bleibt konstant, wie auch die mittlere Hauptspannung  $\sigma_g$  sich ändert. Hingegen ändert sich  $\sigma_g$  mit der Lage von  $\sigma_2$ .  $\sigma_g$  wird zum Minimum für  $\sigma_2 = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ . Die Extremwerte sind:

$$\begin{aligned} \sigma_g \min &= \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} (\sigma_1 - \sigma_3); \quad \sigma_g \max = \sigma_1 - \sigma_3 = 2\tau_{\max} \end{aligned}$$

Der grösste Unterschied beträgt somit 13,4%.

Bild 5 zeigt eine Anwendung der Konstruktion. Dort sind für verschiedene Spannungszustände nahe beim Bruch bzw. beim Fliessen die Vergleichsspannungen  $\sigma_g$  für ein hypothetisches anisotropes Material konstruiert. Statt der Mohrschen Kreise sind die Spannungsdreiecke verwendet. Für ein isotropes Material würden die  $\sigma_g$  alle gleich gross. Bilder 6 und 7 belegen die praktische Verwendung der Konstruktion an Hand von zwei ausgewählten Beispielen.

### Umkehrung der Aufgabe

Gegeben seien die Vergleichsspannung  $\sigma_g$  und die Hauptspannung  $\sigma_3$ . Wie Bild 8 zeigt, ist der mit dem Radius  $r = \sigma_g$  um das Zentrum  $\sigma_3$  geschlagene Kreis der geometrische Ort der Spitzen der Spannungsdreiecke mit den Basiseckpunkten  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ . Wenn nun noch  $\sigma_1$  bekannt ist, so erhält man  $\sigma_2$  wie auf Bild 8 angegeben. In Bild 9 sind wiederum  $\sigma_g$  und  $\sigma_3$  gegeben. Gesucht sind die Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ , wenn deren Summe, deren Differenz oder deren Verhältnis bekannt ist. Die Lösung ergibt sich durch Konstruktion der geometrischen Orte der Spitzen der Spannungsdreiecke.

**B. Aufgabe:** Gegeben seien die Normalspannungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$ , sowie die zugehörige Schubspannung  $\tau$ . Gesucht sei die Vergleichsspannung

$$\sigma_g = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau^2}$$

**Lösung:** Wir bestimmen vorerst mit der gezeigten Konstruktion

$$\sigma_g' = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y}$$

und dann durch Zusammensetzen nach Pythagoras

$$\sigma_g = \sqrt{\sigma_g'^2 + 3\tau^2}$$

Bild 10 zeigt das Vorgehen. Die Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  ergeben sich mittels der Beziehung

$$\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2$$

unter Verwendung des  $\sigma_g$ -Kreises. Der Stellungswinkel ist mit

$$\tan 2\alpha = \frac{2\sqrt{3}\tau}{\sqrt{3}(\sigma_x - \sigma_y)}$$

ebenfalls gefunden durch Hinüberschlagen der Strecke AS auf  $\sigma_g$ .

Für den dreiaxigen Spannungszustand ist die Konstruktion für

$$\sigma_g =$$

$$\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \sigma_y - \sigma_y \sigma_z - \sigma_z \sigma_x + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2}$$

in Bild 11 angegeben. Eine direkte planimetrische Bestimmung der Hauptspannungen ist nicht möglich, weil eine Gleichung dritten Grades vorliegt; hingegen kann der  $\sigma_g$ -Kreis als Hilfsmittel zur Bestimmung von weiteren zwei Hauptspannungen dienen, falls die erste durch Rechnung gefunden wurde und die Beziehung  $\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$  beachtet wird.

### II. Darstellung der Vergleichsspannung in einem Koordinatensystem

Der Zweck dieser Darlegungen ist, eine Darstellung des dreiaxigen Spannungszustandes und seiner Vergleichsspannung in der Zeichenebene und ohne Zuhilfenahme räumlicher Vorstellungen zu geben. Dies kann wie folgt geschehen: In einem schiefwinkeligen Koordinatensystem (Bild 12) mit dem Axen-

Bild 12

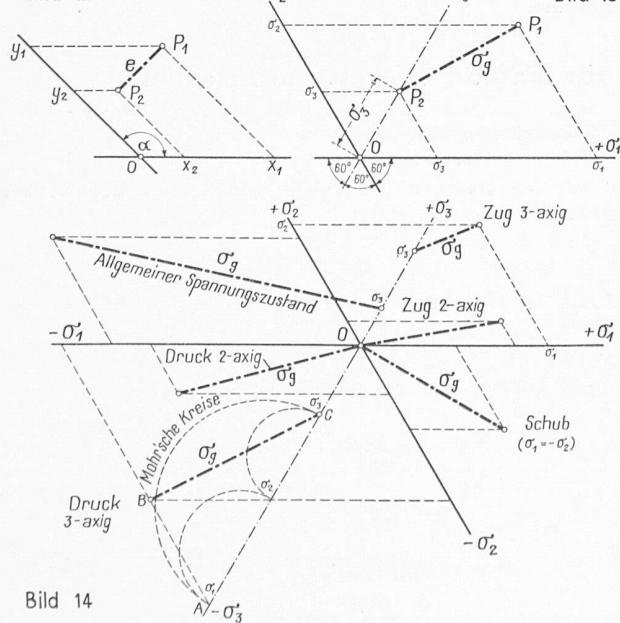


Bild 13

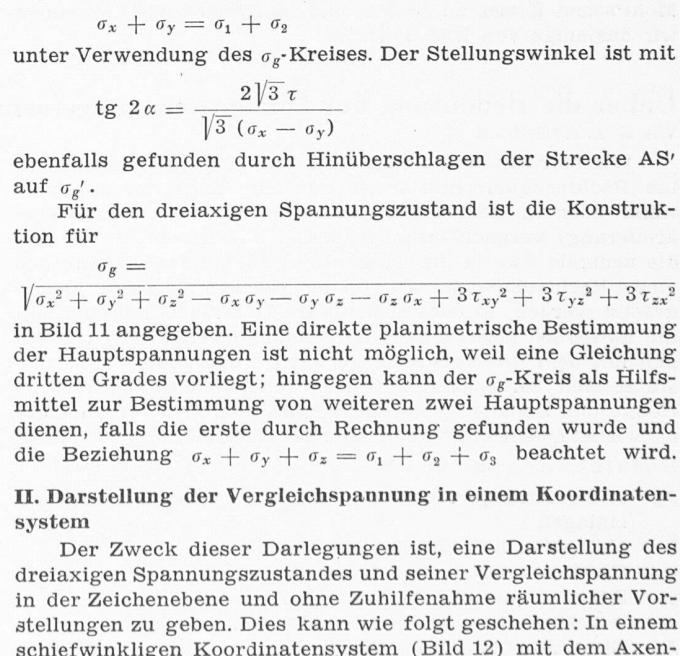


Bild 14

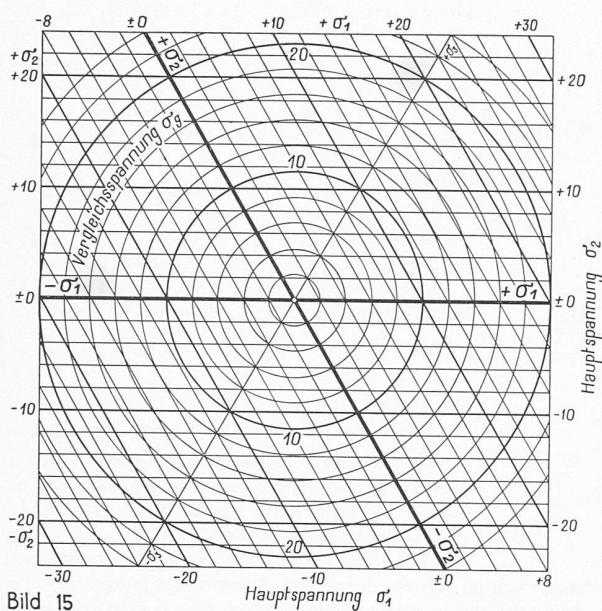


Bild 15

winkel  $\alpha$  ist der Abstand zweier Punkte  $P_1 (x_1, y_1)$  und  $P_2 (x_2, y_2)$  bestimmt durch

$$e = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + 2(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) \cos \alpha}$$

Mit  $x_1 = \sigma_1$ ,  $y_1 = \sigma_2$ ,  $x_2 = y_2 = \sigma_3$ ,  $\cos \alpha = \cos 120^\circ = -1/2$  wird

$$\begin{aligned} e = \sigma_g &= \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 - (\sigma_1 - \sigma_3)(\sigma_2 - \sigma_3)} \\ &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1} \end{aligned}$$

Daraus folgt: Im schiefwinkeligen Koordinatensystem mit dem Axenwinkel  $\alpha = 120^\circ$  stellt der Abstand zweier Punkte, wo einer die Koordinaten  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , der andere die Koordinaten  $\sigma_3$ ,  $\sigma_3$  hat, die Vergleichsspannung dar. Beim zweiaxigen Spannungszustand mit  $\sigma_3 = 0$  ist die Vergleichsspannung gleich dem Abstand des mit den Koordinaten  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  aufgetragenen Punktes vom Nullpunkt (Bild 13). Es ist anschaulicher, den Punkt mit den Doppelkoordinaten  $\sigma_3$ ,  $\sigma_3$ , nicht mit diesen Koordinaten, sondern auf einer neu zu bestimmenden  $\sigma_3$ -Axe vom Nullpunkt aus aufzutragen. Diese  $\sigma_3$ -Axe ist die Winkelhalbierende zwischen der  $\sigma_1$ - und der  $\sigma_2$ -Axe. Dies ist in Bild 13 bereits durchgeführt.

Eine allgemeine Darstellung ergibt Bild 14. Dort sind, ähnlich wie in Bild 5, für ein anisotropes Material verschiedene Spannungszustände nahe beim Bruch bzw. beim Fliessen eingetragen. Die Grösse der Vergleichsspannung ist sofort ersichtlich. Im untern Teil des Bildes sind vergleichsweise die Mohr'schen Kreise zu finden, und im Dreieck ABC erkennen wir dasjenige von Bild 3 wieder.

## Ueber die Bedeutung der Dimensionierungsformeln für einfache Biegung im Eisenbeton

Von G. A. RYCHNER

Wir betrachten den Fall eines auf Biegung beanspruchten Rechteckquerschnitts, der nur eine Zugarmierung aufweist oder in dem die Druckarmierung (meist Montagearmierung) vernachlässigt wird. Der T-Querschnitt, bei dem die neutrale Axe in die Druckplatte fällt, kann bekanntlich einem Rechteckquerschnitt von der gleichen Nutzhöhe gleichgesetzt werden, so dass sich unsere Untersuchung auch auf ihn anwenden lässt. Unsere Berechnung befasst sich wie üblich mit dem im Zugbereich gerissenen Betonquerschnitt und stützt sich vorderhand auf das Proportionalitätsgesetz von Hooke und auf die Hypothese von Bernoulli-Navier, nach der ein ebener Querschnitt auch nach der Deformation eben bleibt.

### Bezeichnungen (Bild 1)

- $F_e$  totaler Eisenquerschnitt der auf Zug beanspruchten Stahl-einlagen
- $h$  Nutzhöhe,  $b$  Breite des Querschnitts
- $\mu = F_e/bh$  Armierungsgehalt des Querschnitts
- $\sigma_e$  Zugspannung der Stahl-einlagen
- $\sigma_b$  Druckspannung des Betons am gedrückten Rand
- $E_e$  Elastizitätsmodul des Stahls

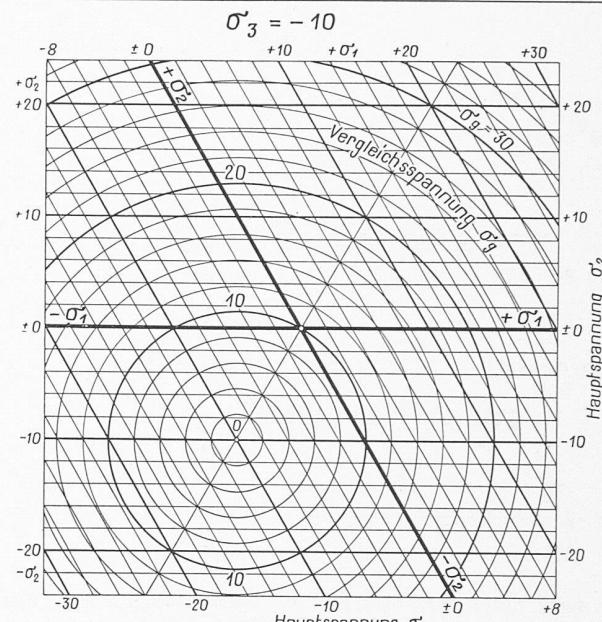


Bild 16

Auf diesen Grundlagen sind die Bilder 15, 16 und 17 entstanden. Bild 15 ergibt die Vergleichsspannung für den zweiaxigen Zustand. Die  $\sigma_g$ -Linien sind im Kreise und stellen die transformierten Ellipsen des rechtwinkligen Koordinatensystems Becker-Westergaard dar. Die Tafel lässt sich auch für dreiaxigen Spannungszustand verwenden, indem man mit den reduzierten Werten  $\sigma_1^* = \sigma_1 - \sigma_3$ ,  $\sigma_2^* = \sigma_2 - \sigma_3$  rechnet. Die Reduktion ist erlaubt, weil ein allseitiger Druck oder Zug auf die Gestaltänderungsarbeit keinen Einfluss hat. Es ist somit

$$\sigma_g = \sqrt{\sigma_1^{*2} + \sigma_2^{*2} - \sigma_1^* \sigma_2^*}$$

worin  $\sigma_1^* = \sigma_1 - \sigma_3$  und  $\sigma_2^* = \sigma_2 - \sigma_3$ . Diese Formel bietet auch rechnerisch Vorteile.

Ein Spezialfall ist in Bild 16 dargestellt.  $\sigma_3$  ist als konstant und zwar zu  $-10$  angenommen, während  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  beliebig gross sein können. Gegenüber Bild 15 ist lediglich das Zentrum der  $\sigma_g$ -Kreise auf der  $\sigma_3$ -Axe verschoben.

Mit Bild 17 sind wir zu einem rechtwinkligen Axensystem zurückgekehrt. Wir finden die Vergleichsspannung als Funktion der Summe und der Differenz der Hauptspannungen. Die Einheit der Ordinate ist das  $\sqrt{3}$  fache derjenigen der Abszisse, und die  $\sigma_g$ -Linien sind Kreise.

In durchaus ähnlicher Weise wie früher in Bild 10 lassen sich im schiefwinkeligen System aus den Normal- und Schubspannungen die Vergleichsspannungen und die Hauptspannungen finden. Diese Konstruktionen bieten aber gegenüber den im Abschnitt I. B. gezeigten keine Vorteile und werden hier nicht aufgeführt.

$E_b$  Elastizitätsmodul des Betons  
 $n = E_e/E_b$  Aequivalenzzahl

DK 624.012.4

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke folgt die geometrische Beziehung

$$(1) \quad \frac{x}{h-x} = \frac{n \sigma_b}{\sigma_e}; \quad \frac{x}{h} = \frac{n \sigma_b}{n \sigma_b + \sigma_e}$$

und aus der Gleichgewichtsbedingung

$$(2) \quad Z = \sigma_e F_e = \sigma_e \mu b h = D = \sigma_b \frac{b x}{2}; \quad \frac{x}{h} = 2 \mu \frac{\sigma_e}{\sigma_b}$$

Aus den Gleichungen (1) und (2) erhält man:

$$(3) \quad \mu = \frac{n}{2 \frac{\sigma_e}{\sigma_b} \left( n + \frac{\sigma_e}{\sigma_b} \right)}$$

$$(4) \quad \sigma_b = \mu \sigma_e (\sqrt{1 + 2/n \mu} + 1)$$

$$(5) \quad \sigma_e = 1/2 \cdot n \sigma_b (\sqrt{1 + 2/n \mu} - 1)$$

$$(5') \quad \sigma_e/\sigma_b = n/2 (\sqrt{1 + 2/n \mu} - 1) = A$$

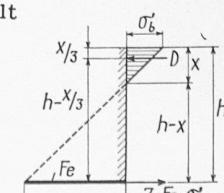


Bild 1