

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 67 (1949)  
**Heft:** 38

**Artikel:** Knickstabilität des Obergurtes oben offener Brücken  
**Autor:** Brunner, J.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-84133>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**





werden, dass das Ausknicken über ein Feld erfolgt, und dass wird in den praktischen Verhältnissen der Obergurt einen Schlankheitsgrad aufweisen, bei dem nicht mehr der Elastizitätsmodul  $E$  gilt, sondern ein Modul  $T_k$  als Knickmodul. Dieser wurde nun von der Eidg. Materialprüfungs-Anstalt für die wichtigsten Baustoffe (Baustahl, Bauholz, hochwertiger Stahl, Gusseisen, usw.) bestimmt<sup>1)</sup>.

Die Tragkraft des Obergurtes beträgt:

$$O_K = \frac{\pi^2 T_k J}{l_k^2}$$

Eine Ungenauigkeit der «Engesser-Formel» liegt nun darin, dass die Länge  $l_k$  mit dem Elastizitätsmodul  $E$  berechnet wird, die Tragkraft aber mit  $T_k$ . Dazu ist zu bemerken, dass zur Berechnung von  $l_k$  der Beitrag aus dem Halbrahmen wohl meist mit  $E$  berechnet werden kann, dass ferner der Elastizitätsmodul nur unter der vierten Wurzel erscheint, während  $O_K$  direkt proportional dem Modul  $T_k$  ist, also viel stärker interveniert.  $T_k$  bestimmt sich aber nach Ueberschreiten der Proportionalitätsgrenze aus dem Spannungs-Dehnungs-Diagramm. Es zeigt sich hier also die Notwendigkeit der experimentellen Untersuchung der materialtechnischen Eigenschaften der Baustoffe, vor allem der neuen Baustoffe.

Stellen wir die Bedingung, dass die Tragkraft des Obergurtes gleich der Tragkraft des einfeldigen Stabes sei, also  $l_k = a$ , so ergibt die Vorschriftsformel

$$a = \pi \sqrt{\frac{1}{4} \frac{EJ}{\delta}}$$

$$a^4 = \pi^4 \frac{1}{4} \frac{EJ}{\delta}$$

$$\delta = \frac{4a}{\pi^2} \frac{1}{\frac{\pi^2 EJ}{a^2}} = \frac{0,4a}{O_K} \text{ [cm/t]}$$

Die nachfolgende Untersuchung zeigt, dass wir damit nur eine kleinere Federkonstante zulassen, uns also auf der sicheren Seite bewegen, als wenn wir zur Berechnung eine diskontinuierliche Querstützung (Rahmenstützung) am Zweigelenkbogen annehmen.

Zur Darlegung der prinzipiellen Verhältnisse bei Einzelrahmen-Stützung wählen wir hier eine Knickwelle über zwei Felder. Wir betrachten sie als sinusförmigen Zweigelenkbogen<sup>2)</sup>. Es setzt dies streng genommen voraus, dass die Endpunkte der Welle (Wendepunkte) in der ursprünglichen Gleichgewichtslage bleiben. Da die Ausbiegungen  $f$  aber verhältnismässig klein sind, so kann diese Voraussetzung als praktisch erfüllt betrachtet werden. Ferner werden starre Endrahmen vorausgesetzt. Sind die Endrahmen jedoch nicht steifer als die übrigen Rahmen, so weichen sie aus der neutralen Achse aus, und die Endwellen nehmen eine von den übrigen abweichende Gestalt an. Selbstverständlich werden auch die übrigen Wellen ihre Form etwas ändern, was jedoch für die praktische Berechnung wiederum nicht ausschlaggebend ist.

Für einen sinusförmigen Zweigelenkbogen ergibt sich die Obergurtkraftzunahme infolge Rahmenstützung (Bild 2) zu

$$O_{KR} = \frac{4}{\pi^2} \frac{a}{f} R = \approx 0,4 \frac{a}{f} R$$

Die Gesamtgurkraft ist

$$O_K = \frac{\pi^2 T_k J}{4a^2} + 0,4 \frac{a}{f} R, \text{ wobei } R = R_1 f$$

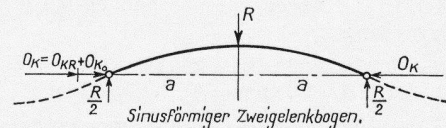
Soll aber das Knicken über ein Feld gleichwertig sein dem Knicken über zwei Felder, so muss sein

$$\frac{\pi^2 T_k J}{4a^2} + 0,4 \frac{a}{f} R = \frac{\pi^2 T_k J}{a^2} = O_K$$

(wobei  $O_K$  die Knickkraft über ein Feld bedeutet). Hieraus folgt:

$$0,4 \frac{a}{f} R = \frac{3}{4} O_K$$

Bild 2.



Die Rahmenreaktion für 1 cm Ausbiegung muss also mindestens betragen

$$R_1 = \frac{O_K}{0,533 a}$$

bzw. die Federkonstante darf höchstens betragen

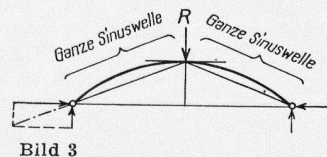
$$\delta = \frac{0,533 a}{O_K}$$

Die Federkonstante darf also grösser sein als nach der schweizerischen Vorschrift, der Halbrahmen somit schwächer.

Es kann der Einwand erhoben werden, dass für die zweigliedrige Welle die Gleichgewichtsfigur für gleichwertiges Ausknicken über ein oder zwei Felder dem Bild 3 entspreche und dass deshalb jeder Stab einzeln nach einer Sinuswelle ausknicke. Für einen nach zwei ganzen Sinuswellen gebildeten Zweigelenkbogen, der in der Mitte eine horizontale Tangente hat, ändert sich der Koeffizient in der massgebenden Gleichung etwas, nämlich:

$$R_1 = \frac{O_K}{0,5 a}$$

Für eine Welle über zwei Felder ist diese Annahme zutreffender, wird aber für Wellen über mehrere Felder zur Berechnung zu kompliziert; wir arbeiten daher durchgehend mit einer einfachen Sinuswelle. Ganz ähnlich lässt sich dann die Untersuchung auch durchführen über drei oder mehr Felder.



Die schweizerische Normenformel berücksichtigt ferner nicht eine Stützrahmenkopf-Verschiebung infolge ungleichmässiger Querträgerbelastung. Ihrer Struktur gemäss kann sie das auch nicht. Dennoch ist es erwünscht, eine anfängliche Verschiebung einbeziehen zu können für eine genauere Berechnung, die dann auch einen Vergleich mit den Ergebnissen der Normenformel gestattet.

Findet eine Halbrahmenkopf-Verschiebung statt, bevor der Obergurt als solcher ausknicke, so zieht diese den Gurt gegen die Brückenmitte und belastet ihn. Wird aber der Obergurt an die Knickgrenze gebracht, so stützen ihn die Halbrahmen. Es liegt also ein System veränderlicher Stützungsart vor.

Wiederum für einen Zweigelenkbogen über zwei Felder sei die anfängliche Rahmenkopf-Verschiebung  $f_0$ . An Stelle der Gleichung

$$O_{KR} = \frac{0,4 a}{f} R$$

tritt nun die Gleichung (denn  $f = f_0 + f_1 R$ )

$$O_{KR} = \frac{0,4 a}{f_0 + f_1 R} R$$

wobei  $f_1 = \delta$ ; die erforderliche effektive Rahmenreaktion ist nun

$$R = \frac{O_{KR} f_0}{0,4 a - O_{KR} f_1}$$

Sind drei Felder in Betracht zu ziehen, so lauten die entsprechenden Formeln

$$O_{KR} = \frac{0,95 a}{f_0 + f_1 R} R$$

$$R = \frac{O_{KR} f_0}{0,95 a - O_{KR} f_1}$$

Muss die Untersuchung auf  $n$  Felder ausgedehnt werden, so lauten die Gleichungen

$$O_{KR} = \frac{0,105 n^2 a}{f_0 + f_1 R} R \text{ und}$$

$$R = \frac{O_{KR} f_0}{0,105 n^2 a - O_{KR} f_1}$$

Die Werte ergeben sich angenähert aus der Einflusslinie für den Horizontalschub des Zweigelenkbogens.

<sup>1)</sup> SBZ 1947, Nr. 28, S. 379\*, besonders Bilder 8 und 9.

<sup>2)</sup> Dieser Annahme gab auch Oberingenieur F. Ackermann (Kriens und Luzern) in den Kommissionsberatungen den Vorzug gegenüber anderen Annahmen und vertrat sie in Zuschriften gegen Einwendungen in überzeugender Weise.



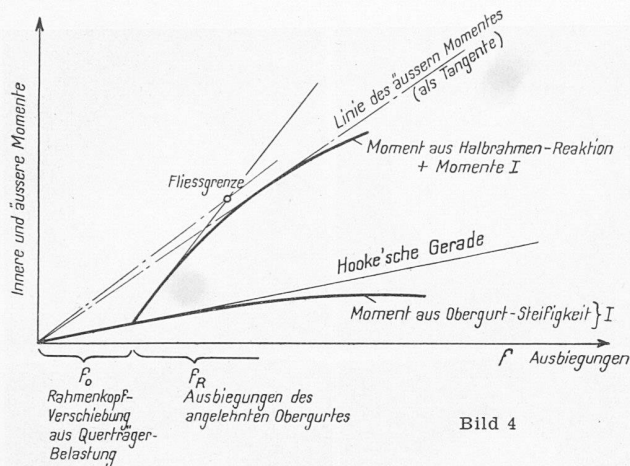


Bild 4

Ueber die Frage der Grösse von  $f_0$  dürften folgende Annahmen für die Berechnung massgebende Werte liefern: Eine für alle Querträger gleichmässige Belastung ergibt  $f_0 = 0$ . Zu vergleichen sind: Ein oder zwei oder drei belastete Querträger und unbelastete Nachbar-Querträger. Als Querträgerbelastung ist anzunehmen die auf diesen Querträger fallenden grösstmöglichen Axlasten plus 100 % Stosszuschlag.

Die grundsätzlichen Beziehungen sind auf Bild 4 graphisch dargestellt (wir betrachten hier als prinzipielle Darstellung nur zwei Felder und nehmen an, alles spiele sich im elastischen Bereich ab; auf den überelastischen Bereich wird weiter unten eingetreten). Die Obergurtkraft aus der Steifigkeit des Stabes wächst linear mit dem Ausbiegungspfeil  $f$ ; ebenso wächst linear die Obergurtkraft aus der Rahmenreaktion vom Anlehnungsstadium an mit dem Pfeil  $f_R$ . Die Momentensumme der beiden «Hooke'schen Geraden» stellt die zur Verfügung stehenden inneren Momente dar; wir könnten z. B. bis zur FlieSSgrenze oder zur Bruchgrenze gehen, diese würde die Linie der zulässigen äusseren Momente bestimmen.

Nun aber werden für unsere Brückenbau-Verhältnisse im Unstabilitätszustand die Spannungen  $\sigma_p$  meist überschritten, so dass die Dehnungen nicht mehr proportional den Spannungen zunehmen; also wachsen auch die rückwirkenden Momente nicht mehr proportional den Ausbiegungen. Die Momentenlinien sind keine Geraden mehr, sondern Kurven; erst von den Unstabilitätslasten können wir auf die zulässigen Lasten schliessen: Es muss hier das Traglastenverfahren angewendet werden<sup>3)</sup>.

<sup>3)</sup> SBZ Bd. 123, S. 247\* (20. Mai 1944).

Vergleichende Berechnungen zeigen, dass die schweizerische Normenformel Orientierungswerte gibt, die durch einen entsprechend gewählten Sicherheitsgrad  $n$  dividiert, konstruktiv brauchbare Werte darstellen. Das Hooke'sche Gesetz des geradlinigen Zusammenhanges zwischen Spannung und Dehnung ist aber in erster Linie zu korrigieren durch das wahre Spannungs-Dehnungs-Diagramm.

Die im elastischen Bereich durchgeführte Berechnung gibt uns ein «festes Gerippe», das aber durch den Ingenieur auf Grund der durch Versuche festgestellten materialtechnischen Eigenschaften zu interpretieren ist.

Das innere Moment  $M_{i0}$  aus Obergurtsteifigkeit wächst (bei Voraussetzung des Hooke'schen Gesetzes) linear mit dem Ausbiegungspfeil; es beträgt z. B. für zwei Felder:

$$M_{i0} = \frac{\pi^2 EJ}{(2a)^2} f$$

Von dem Ausbiegungspunkt an, wo sich der gegen die Brückenmitte hin verbogene Obergurt auf den Halbrahmen stützt, kommt ein Moment dazu, das sich aus der Grösse der Reaktion  $R$  berechnet.

$$M_{iR} = 0,4 a R, \text{ wobei } R = R_1 f_R$$

Die Summe beider Momente ergibt das zur Verfügung stehende innere Moment  $M_i$ . Das äussere belastende Moment  $M_a$  für Wellenmitte steigt linear mit dem Wert  $f = f_0 + f_R$ .

Alle gebräuchlichen Konstruktionsmaterialien (Baustahl, Bauholz, Leichtmetalle usw.) weisen eine Proportionalitätsgrenze auf; bei Spannungen über diese hinaus tritt an Stelle des Moduls  $E$  ein modifizierter und variabler Modul  $T$ ; die inneren Momentenlinien sind keine Geraden mehr, sondern nach der  $f$ -Achse hin konkav gekrümmte Kurven (Bild 4).

$$T J = M \varrho; \quad M = \frac{T J}{\varrho}$$

wobei  $\varrho$  den Krümmungsradius des Obergurtes in der Mitte bezeichnet. Bei sinuslinienförmiger Ausbiegungsaxe ist

$$\varrho = \frac{l^2}{\pi^2} \frac{1}{f}$$

wobei  $l$  die Wellenlänge darstellt.

Die Tangente an die Summe dieser Kurven ergibt das Mass für die grösste Obergurtkraft im Stabilitätsfall. Es zeigt sich in dieser Betrachtung, dass auch hier die Gleichgewichtslage am Tragsystem kein Spannungsproblem, sondern ein Stabilitätsproblem darstellt.

Diese kurze Abhandlung wollte vor allem Einsicht in die qualitativen Verhältnisse geben und nicht eingehen auf die quantitativen Werte.

## Ueber innere Spannungen in flächenhaften Materialverbindungen

Von H. KÜHNE, Mitarbeiter K. ENSNER, H. STRÄSSLER

DK 539.319 : 668.3

Materialgerechtes Trennen und Verbinden ist eine der wichtigsten Aufgaben des Konstrukteurs. Wo Materialien verschiedener Beschaffenheit miteinander in Berührung treten, zeigen sich alle gegenseitigen physikalischen und chemischen Unterschiede in ausgeprägter Form. Sie wirken sich unter anderem durch Spannungen, Korrosionserscheinungen usw. aus. Je starrer ihre Verbindung ist, um so grösser werden im allgemeinen die Spannungen, die durch thermische, hygroskopische oder konstitutionelle Volumenänderungen hervorgerufen werden.

Flächenhaftes Verbinden mit dünnen Schichten organischer oder anorganischer Bindemittel (z. B. Zemente, Lote, Leime, Klebstoffe, Kitten) ermöglicht in vielen Fällen eine Steigerung der Materialausnutzung, sowie eine Vereinfachung der Herstellung und hat daher in der modernen Technik eine starke Verbreitung gefunden. Neben alten lang bewährten Verfahren hat die Kunststoffindustrie neue Verbindungsmöglichkeiten geschaffen, so dass heute schon verschiedenartigste Werkstoffe miteinander verbunden werden können. Wir dürfen annehmen, dass neue Erkenntnisse über das Wesen der Oberflächenhaftung weitere und vollkommene Verbindungen ermöglichen.

Obschon die Verbindungsverfahren teilweise eingehend untersucht wurden, sind ihre Besonderheiten dem Konstrukteur meist wenig bekannt. Oft wird bei der Gestaltung einer solchen Konstruktion nur ein fiktiver Endzustand vorausgesetzt, wobei die zu verbindenden Teile als homogenes Ganzes betrachtet werden. Die Schicht des Bindemittels an sich, wie

auch die Einflüsse des Herstellungsprozesses werden vernachlässigt, was zu völlig unerwarteten Schäden und ganz einseitiger Beurteilung der Verbindungsmöglichkeit führen kann. Es erscheint daher angezeigt, einige jener Faktoren einander gegenüberzustellen, welche die Eigenschaften der Verbindung von Seiten der spezifischen Verfestigungsbedingungen des Bindemittels namhaft beeinflussen können. Dabei sei vorausgesetzt, dass ein Verbindungsmittel vorliegt, dessen Bindeaffinität zum Werkstoff eine Festigkeit zwischen Bindemittel und Werkstoff garantiert, die mindestens nahe an die Festigkeitseigenschaften des schwächsten Materiales (verfestigtes Verbindungsmittel oder Werkstoff) herankommt.

Um das Verbindungsmittel mit der Materialoberfläche in innige aktive Berührung zu bringen, wurden bisher hierfür Stoffe verwendet, die vor der endgültigen Verfestigung eine flüssige bzw. plastische, mehr oder weniger viskose Phase durchlaufen. Der Verflüssigungs- und Wiederverfestigungsvorgang kann verschiedener Natur sein, so z. B.:

1. Verflüssigung durch Temperaturerhöhung über den Schmelzpunkt des Bindemittels, Verfestigung durch Rückkühlung unter den Schmelzpunkt (z. B. Metall-Lote, Thermoplaste).
2. Verflüssigung durch Auflösen des Bindemittels in einem Lösungsmittel, Wiederverfestigung durch Verdunstung des Lösemittels (z. B. Gummi arabicum, Zelluloseester).