

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizerische Bauzeitung
<b>Herausgeber:</b>	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
<b>Band:</b>	67 (1949)
<b>Heft:</b>	38
<b>Artikel:</b>	Die Biegebeanspruchungen an Tragseilen von Schwebbahnen im Bereich der Auflast
<b>Autor:</b>	Wyss, Th.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-84130">https://doi.org/10.5169/seals-84130</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Am 20. September 1949 begeht Ingenieur Prof. Dr. h. c. Mirko Ros, der seit 1924 der Eidg. Materialprüfungs-Anstalt vorsteht und sie zu weltweitem Ansehen geführt hat, seinen 70. Geburtstag. Die SBZ hat dem mit Carl Jegher und Robert Maillart in Freundschaft verbundenen Jubilaren manchen Beitrag zu verdanken und oft auch seine Ziele verfochten. So ist es ihr heute eine besondere Freude, Prof. Ros ein Geburtstagsheft gewidmet von seinen Mitarbeitern an der EMPA,

übergeben zu können. Am Ende der nächsten Woche wird Prof. Ros auch schon sein Szepter niederlegen und seiner Anstalt valet sagen. Nicht um der Ruhe zu pflegen: Neue Aufgaben und ferne Ziele locken den Unermüdlichen, den der wohlverdiente Dank der europäischen Technik begleitet — der Dank für alles, was er ihr mit seiner nie erlahmenden Initiative, seiner hingebenden Arbeit und seinem sprühenden Temperament gegeben hat.

Die Redaktion

## Prof. Dr. M. ROŠ zum 70. Geburtstag

Die kleine Festgabe, die wir Ihnen bei Anlass Ihres siebzigsten Geburtstages überreichen, möchte Ihnen und uns, heute und in Zukunft, eine Erinnerung lebendig erhalten: Die Erinnerung an die Arbeitsgemeinschaft, der Sie über 25 Jahre lang vorgestanden und in mehrfacher Beziehung ein einzigartiges Gepräge verliehen haben:

Zunächst durch die Lebendigkeit, mit der Sie gleich unerschrocken anpackten wie entschlossen meisterten, was Tag und Stunde an dringlicher Arbeit und klaren Entscheiden forderten, sodann durch Ihre Gabe einer seltenen Intuition, welche Sie das Fundament materialtechnischer Untersuchungen zwar mit sicherer Hand zunehmend ausweiten, den Gedanken der Ganzheit aller Materialprüfung und Werkstoffkunde jedoch nie vergessen liess, und endlich wohl am meisten durch jenes gütige Schicksal, das Ihnen in Ihrem ganzen Wirken und Mühen die begeisternde Frische bis heute bewahrt hat.

Ihre Mitarbeiter

an der Eidg. Materialprüfungs- und Versuchsanstalt  
in Zürich

## Die Biegebeanspruchungen an Tragseilen von Schwebbahnen im Bereich der Auflast

Von TH. WYSS

DK 625.927

### Zusammenfassung

Im Bereich der Auflast werden die Tragseile auf axialen Zug, primäre und je nach Seilart sekundäre<sup>1)</sup> Biegung, äußere und innere Pressungen, sowie auf Torsion beansprucht. In der vorliegenden Abhandlung wird die Beanspruchung aus primärer Biegung infolge einer örtlich einwirkenden Einzellast nach der Formel von Isaachsen theoretisch berechnet und mit den experimentell durch Spannungsmessungen auf den Einzeldrähten ermittelten Ergebnissen verglichen, und zwar anhand der folgenden drei Beispiele:

a) voller, axial vorgespannter Stab

b) axial vorgespanntes Spiralseil

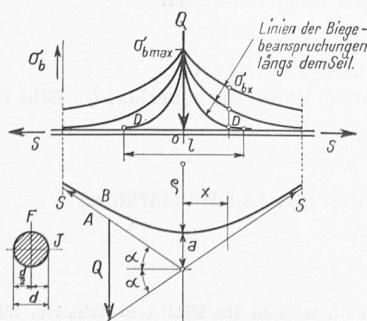
c) axial vorgespanntes, voll verschlossenes Tragseil

Es handelt sich hier um einen Auszug aus einem Kapitel des später erscheinenden umfangreichen EMPA-Berichtes Nr. 166 über Spannungsmessungen an Drahtseilen.

### 1. Die Biegesteifigkeit der Stahlseile

Die elastische Formänderung durch Biegung lässt sich beim Vollstab ausdrücken durch die Gleichung

$$(1) \quad \frac{1}{\varrho} = \frac{M}{EJ}$$



wenn  $\varrho$  der Krümmungsradius,  $E$  der Elastizitätsmodul,  $M$  das Biegemoment und  $J$  das Trägheitsmoment ist. Die Krümmung  $1/\varrho$  ist bei konstantem Wert  $EJ$  dem Biegemoment proportional. Für  $M = 1$  wird

$$(2) \quad \varrho = J E / M = 1$$

was als *Mass der Biegesteifigkeit* des Vollstabes mit dem Trägheitsmoment  $J$  anzusehen ist. Beim Stahldrahtseil hängt die Biegesteifigkeit von einer ganzen Reihe von Einflüssen ab, nämlich:

- Von den Abmessungen des Querschnittes, d. h. vom Seildurchmesser  $d$ , vom Drahtdurchmesser  $\delta$  und vom Metallquerschnitt  $F$ .
- Vom Aufbau des Seils, z. B. ob es als Litzen- oder Spiralseil mit lauter Runddrähten, oder als voll verschlossenes Seil mit einer oder mehreren Lagen von Formdrähten ausgebildet ist.
- Vom Trägheitsmoment des Metallquerschnittes, wobei unterschieden werden soll zwischen einem Wert  $J_u$ , wenn lauter gegeneinander unverschiebbliche Drähte vorhanden sind, so dass ein kompakter Querschnitt zur Wirkung kommt, und einem Wert  $J_v$  bei lauter verschiebblichen Einzeldrähten, wobei  $J_v$  gleich ist der Summe der Trägheitsmomente aller Einzeldrähten.
- Von der axialen Zugkraft  $S$ , durch die u. a. zwischen den einzelnen Drähten Reibungskräfte verursacht werden.
- Vom Elastizitätsmodul  $E$  des Stahldrahtmaterials und vom Modul  $E_1$  des ganzen Seils, so lange dieses voll auf Zug beansprucht wird.

Die Biegesteifigkeit ist für einen Vollstab mit dem Durchmesser  $d$  am grössten und fällt bei einem Seil mit analog gleichem Durchmesser bei lauter verschiebblichen Einzeldrähten auf ein Minimum ab. Die Wirklichkeit liegt zwischen diesen beiden Grenzfällen.

Die Biegelinien für Seile mit verschiedenem Steifigkeitsgrad können bei Querbelastung mit dem Fall eines unendlich langen gewichtslosen Seils mit  $J = 0$  in Zusammenhang

Bild 1. Schematische Darstellung der Biegelinien und Linien der Biegebeanspruchungen an Stahldrahtseilen mit verschiedenem Steifigkeitsgrad

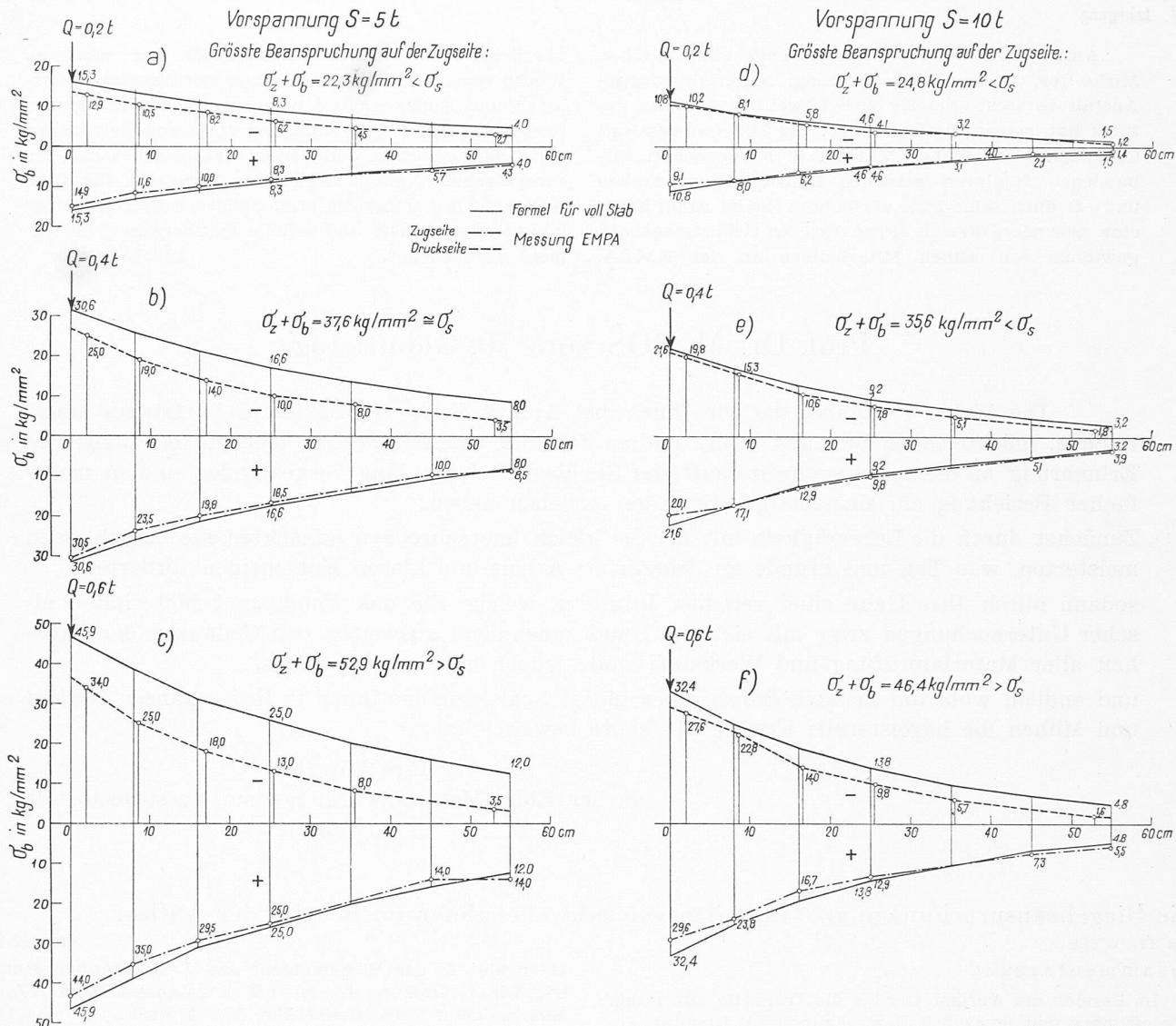


Bild 2. Biegespannungen aus Querbelastung am axial gezogenen Vollstab. Bilder 2a bis f: Verlauf der Biegespannungen längs dem Stab, Bild 2g: grösste Biegezugbeanspruchung unter der Querlast  $Q$

gebracht werden, bei dem die Seillinie zum Seilpolygon wird, d. h. am Angriffspunkt der Querlast einknickt.

Die Biegesteifigkeit der durch eine Einzellast quer belasteten Seile kommt nach Bild 1 im Vergleich zum Seilpolygon in der Weise zum Ausdruck, dass statt der scharfen Ecke, die mit  $\varrho = 0$  den einen Grenzfall bildet, eine Ausrundung mit dem Krümmungsradius  $\varrho$  eintritt, und dass die Biegekurve asymptotisch zu den Schenkeln des Seilpolygons verläuft. Der andere Grenzfall entsteht beim Vollstab, bei dem  $\varrho$  einen Maximalwert annimmt. Das Biegemoment im Scheitelpunkt des Seils wird bei sehr kleinem Winkel  $\alpha$  zu

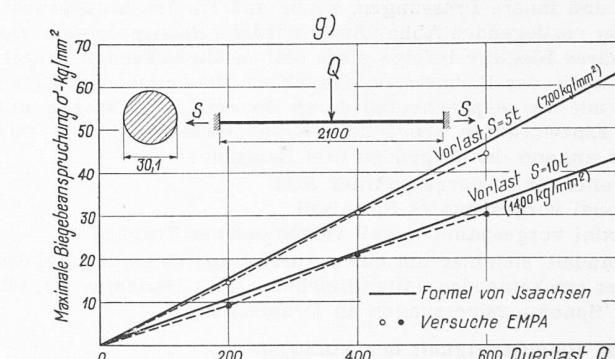
$$(3) \quad M \sim S a; \frac{1}{\varrho} \sim \frac{S a}{E J}$$

wobei jedoch zu berücksichtigen ist, dass die Werte für  $E$  und  $J$  von den unter a) bis e) aufgeführten Umständen abhängen.

Die Biegebeanspruchungen  $\sigma_{bx}$  infolge einer Querlast  $Q$  lassen sich als Kurven längs dem Seil, Bild 1, darstellen. Sie weisen über der Last ein Maximum auf, knicken ferner dort ein und fallen nach beiden Seiten zu je nach dem Steifigkeitsgrad mehr oder weniger stark ab. Sie verlaufen asymptotisch zur Seilmittelaxe. Charakteristisch ist die Strecke  $l$ , die denjenigen Teil der Kurve der Biegebeanspruchungen zu erfassen sucht, deren Werte praktisch noch von Bedeutung sind. Man kann z. B. die Punkte D festlegen, bei denen

$$\frac{\sigma_{bx}}{\sigma_{b \max}} = \frac{1}{100} \text{ ist.}$$

Die Strecke  $l$  ist ebenfalls ein Mass des Steifigkeitsgrades;  $l$  ist gleich Null beim scharf eingeknickten Seilpolygon und



wird maximal beim Vollstab. Die Linien der Biegespannungen längs dem Seil können auch als Einflusslinien für  $\sigma_{b \max}$  aufgefasst werden.

## 2. Die Biegebeanspruchungen nach Isaachsen

Nach Isaachsen ist<sup>2)</sup>:

a) bei unverschieblichen Drähten

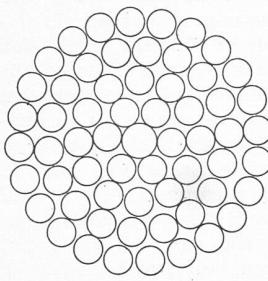
a) die Biegebeanspruchung unter der Querlast  $Q$ , Bild 1,

$$(4) \quad \sigma_{b \max} = \frac{Q}{2} \frac{d}{2} \sqrt{\frac{E}{J_u S}}$$

oder für Spiralseile aus lauter gleichen Runddrähten

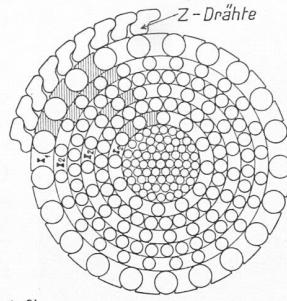
$$(5) \quad \sigma_{b \max} = Q \sqrt{\frac{E}{F S}}$$

<sup>2)</sup> Die massgebenden Formeln werden im EMPA-Bericht Nr. 166 abgeleitet.

Spiralseil  $\phi 54,7\text{ mm}$ 

Drahtlagen: 1  $\phi 7$   
6  $\phi 5$   
12  $\phi 6$   
18  $\phi 6$   
24  $\phi 6$   
61 Drahten

Bild 3. Seilquerschnitte

Spiralseil  $\phi 64\text{ mm}$ 

Aufbau:  
40 Z-Drähte + 21  $\phi 4,75$  + 21  $\text{X}_1$   
+ 24  $\phi 2,8$  + 24  $\text{X}_2$   
+ 37  $\phi 2,8$   
+ 19  $\phi 2,8$  + 19  $\text{X}_2$   
+ 26  $\phi 2,8$   
+ 12  $\phi 2,8$  + 12  $\text{X}_2$   
+ 61  $\phi 1,8$

b) die Biegebeanspruchung im Abstand  $x$  von der Last, Bild 1

$$(6) \quad \sigma_{bx} = \sigma_{b \max} e^{-\sqrt{\frac{S}{E J_u}} x}$$

b) bei verschieblichen Drähten

a) die Biegebeanspruchung unter der Querlast  $Q$  bei einem Spiralseil aus lauter gleichen Runddrähten mit dem Durchmesser  $\delta$

$$(7) \quad \sigma_{b \max} = \frac{Q}{2} \frac{\delta}{2} \sqrt{\frac{E}{J_v S}}$$

oder

$$(8) \quad \sigma_{b \max} = Q \sqrt{\frac{E}{F S}}$$

d. h. in diesem Fall sind die Werte für  $\sigma_{b \max}$  unter der Last  $Q$  bei Seilen mit unverschieblichen und verschieblichen Drähten einander gleich.

Bei voll verschlossenen Seilen wird angenähert

$$(9) \quad \sigma_{b \max} \sim \frac{Q}{2} \frac{h}{2} \sqrt{\frac{E}{J_v S}}$$

wenn  $h$  die Höhe des Formdrahtes der äussersten Lage ist.

b) die Biegebeanspruchung im Abstand  $x$  von der Last

$$(10) \quad \sigma_{bx} = \sigma_{b \max} e^{-\sqrt{\frac{S}{E J_v}} x}$$

3. Spannungen im axial durch eine Längskraft  $S$  gezogenen und durch eine Querlast  $Q$  auf Biegung beanspruchten Vollstab, Bilder 2a bis g

Betrachtet wird ein Vollstab von 30,1 mm Durchmesser aus SM-Stahl, der in der Zugmaschine bei einer freien Länge von 2100 mm an den Enden in frei drehbaren Köpfen gefasst ist. Seine Daten sind:

Querschnitt	$F = 711,6 \text{ mm}^2$
Trägheitsmoment	$J_u = 40300 \text{ mm}^4$
Elastizitätsmodul	$E = 20900 \text{ kg/mm}^2$
Zugfestigkeit	$\beta_z = 74,8 \text{ kg/mm}^2$
Streckgrenze	$\sigma_s = 38,6 \text{ kg/mm}^2$

Zum Versuch kamen:

a) Ein Stab I mit einer Vorspannung in Längsrichtung von  $S = 5 \text{ t}$  und einer Querlast von  $Q = 0,2, 0,4$  bzw.  $0,6 \text{ t}$ . In diesem Fall wird nach Gl. (4) und Gl. (6)

$$(11) \quad \sigma_{b \max} = \frac{Q}{2} \frac{30,1}{2} \sqrt{\frac{20900}{40300 \cdot 5000}} = 0,0765 Q$$

$$(12) \quad \sigma_{bx} = \sigma_{b \max} e^{-\sqrt{\frac{5000}{20900 \cdot 40300}} x} = 0,0765 Q e^{-0,00244 x}$$

$$(13) \quad \sigma_z = \frac{S}{F} = \frac{5000}{711,6} = 7,0 \text{ kg/mm}^2$$

b) Ein Stab II mit einer Vorspannung in Längsrichtung von  $S = 10 \text{ t}$  und einer Querlast von  $Q = 0,2, 0,4$  bzw.  $0,6 \text{ t}$ .

Hierbei werden:

$$(14) \quad \sigma_{b \max} = 7,53 Q \sqrt{\frac{20900}{40300 \cdot 10000}} = 0,0541 Q$$

$$(15) \quad \sigma_{bx} = \sigma_{b \max} e^{-\sqrt{\frac{10000}{20900 \cdot 40300}} x} = 0,0541 Q e^{-0,00344 x}$$

$$(16) \quad \sigma_z = \frac{S}{F} = \frac{10000}{711,6} = 14,0 \text{ kg/mm}^2$$

Die nach diesen Formeln berechneten Werte sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Die Messungen wurden mit Hilfe von Huggenberger-Tensometern von 10 mm Messlänge in Längsrichtung auf der Zug- und Druckseite ausgeführt. Die Messstellen sind in Bild 2 eingezeichnet. Auf der Zugzone wurde direkt unter der Last gemessen. Die gesamte Vermessung erstreckte sich über eine Länge von 550 mm.

Tabelle 1 Vollstab. Spannungen  $\sigma_{b \max}$  und  $\sigma_{bx}$ 

Zone	$Q$ in kg	$S = 5000 \text{ kg}$		$S = 10000 \text{ kg}$	
		$\sigma_{b \max}$		$\sigma_{b \max}$	
		theo- retisch	ge- messen	$\sigma_z + \sigma_{b \max}$	theo- retisch
Zug	200	15,3	14,9	22,3	10,8
	400	30,6	30,5	37,6	21,6
	600	45,9	44,0	52,9	32,4
Druck	200	15,3	13,5	8,3	10,8
	400	30,6	26,5	23,6	21,6
	600	45,9	36,5	38,9	32,4
$\sigma_{bx}$ für $x = 550 \text{ mm}$					
Zug	200	4,0	4,3	1,6	1,4
	400	8,0	8,5	3,2	3,9
	600	12,0	14,0	4,8	5,5
Druck	200	4,0	2,7	1,6	1,2
	400	8,0	3,4	3,9	1,8
	600	12,0	3,3	4,8	1,6
$\sigma_{bx}$ für $x = 550 \text{ mm}$					

In den Bildern 2a bis f sind die Biegespannungen für die verschiedenen Werte  $Q$  und  $S$  längs dem Vollstab dargestellt, so dass die theoretisch und die durch Messung ermittelten Werte miteinander verglichen werden können. Hieraus geht hervor, dass die nach Isaachsen ermittelten Spannungen bei den Querlasten  $Q = 200$  und  $400 \text{ kg}$  gut mit den gemessenen Werten übereinstimmen, d. h. so lange die totale maximale Beanspruchung  $\sigma_{tot} = \sigma_z + \sigma_{b \max}$  unterhalb der Streckgrenze von  $38 \text{ kg/mm}^2$  bleibt.

Sobald der Wert ( $\sigma_z + \sigma_{b \max}$ ) in den Bereich der Streckgrenze oder darüber zu liegen kommt, zeigen sich Abweichungen zwischen den theoretischen und den durch Messung ermittelten Werten, die sich insbesondere auf der gedrückten Seite geltend machen. Die Kurven der berechneten und gemessenen Werte des Stabes mit 10 t Vorspannung stimmen durchwegs besser miteinander überein, als dies beim Stab mit 5 t Vorspannung der Fall ist. In Bild 2g sind die Werte  $\sigma_{b \max}$  für die beiden Versuchsstäbe noch in Abhängigkeit von der Querlast  $Q$  eingezeichnet.

Diese Versuche dürften zeigen, dass die Isaachsen'sche Formel für einen durch eine Längskraft axial und durch eine Querlast auf Biegung beanspruchten Vollstab im elastischen Bereich Gültigkeit hat.

#### 4. Biegespannungen an einem axial vorgespannten und durch eine Einzellast quer beanspruchten Spiralseil

Das betreffende Tragseil von 54,7 mm Durchmesser wird als Tragseil beim Bau der Handecktalsperrre (Rätherichsboden) verwendet und weist folgende Daten auf:

1 Kerndraht, Durchmesser 7 mm	$\beta_z = 170 \text{ kg/mm}^2$
60 Runddrähte, Durchmesser 6 mm	$F = 1720 \text{ mm}^2$
Drahtfestigkeit	$J_u = 313000 \text{ mm}^4$
Metallquerschnitt	$J_v = 3880 \text{ mm}^4$
Trägheitsmoment	$E = 20000 \text{ kg/mm}^2$
Trägheitsmoment	$E_1 = 12050 \text{ kg/mm}^2$
Elastizitätsmodul des Drahtes	
Elastizitätsmodul des Seils	

Der Aufbau des Seils geht aus Bild 3 und das elastische Verhalten aus Bild 5 hervor. Darin sind die Spannungs-Deh-

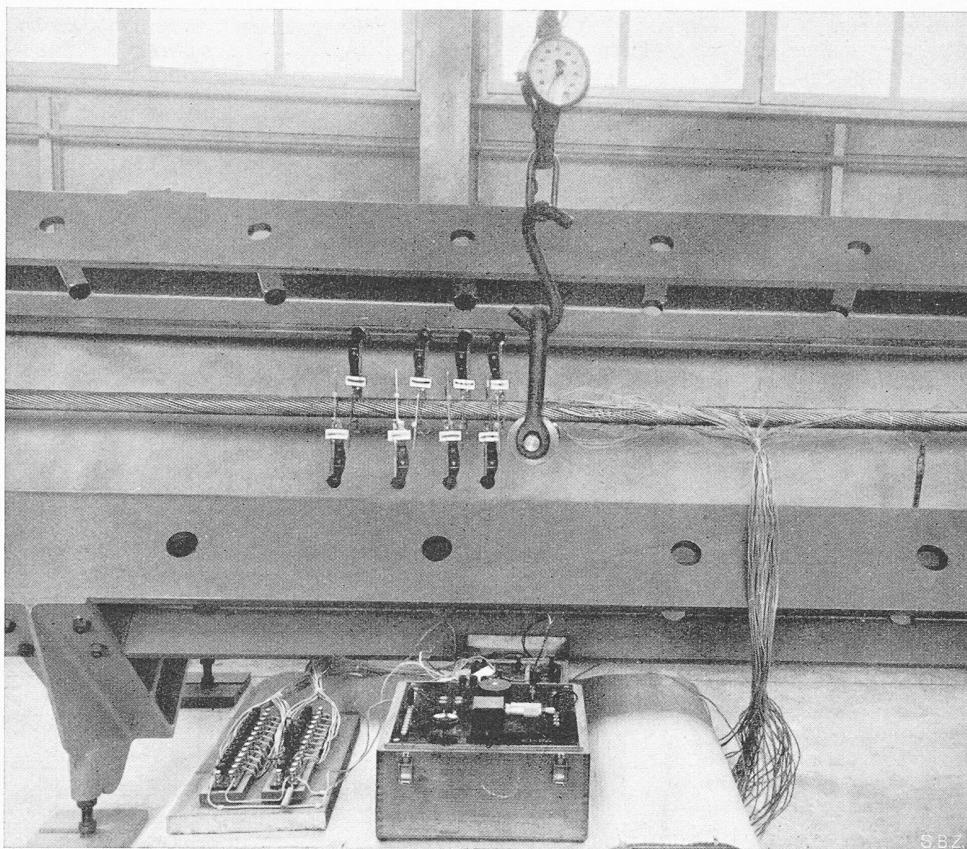


Bild 4. Spannungsmessungen an einem axial und quer belasteten Spiralseil mittels Strain gauges und Huggenberger-Tensometern auf einer Zugmaschine von 100 t

nungs-Diagramme für ein- und mehrmalige Belastung und Entlastung aufgeführt. Hierbei zeigt sich, dass nach einer grösseren Anzahl Lastwechsel allmählich ein Gleichgewichtszustand eintritt. Beachtenswert sind die bleibenden Verformungen nach den ersten Lastwechseln. Die elastische Dehnung beträgt bei einer Längskraft  $S = 100$  t etwa 4,5 %. Als Elastizitätsmodul wurde  $E_1 = 12050$  kg/mm<sup>2</sup> ermittelt.

Die angewendeten Belastungen und die sich dabei ergebenden Zugspannungen betrugen:

Längskraft $S$	20	40	60 und 100 t
$\sigma_z$	11,6	23,3	35,0 58 kg/mm <sup>2</sup>
Querlast $Q$	1,0	und 2,0 t	

Wie aus dieser Wahl der Kräfte ersichtlich ist, wurde insbesondere versucht, den Einfluss der Längskraft  $S$  auf die Biegespannungen des Seils zu ermitteln. Die Versuchsanordnung geht aus Bild 4 hervor.

Die Messungen wurden mit Hilfe von Strain gauges von 20 mm Länge auf den einzelnen Drähten in der Zug- und Druckzone an einem Seilabschnitt von 8000 mm freier Länge vorgenommen und zwar auf einer Strecke von 500 mm. Durch die Verwendung von Messdrähten war es möglich, die Spannungen am Angriffspunkt der Last auch auf der Druckseite zu messen, indem an der Druckrolle eine kleine Aussparung angebracht wurde. An verschiedenen Stellen wurden auch

Seils ähnlich ist. Bei den Zugkräften  $S = 60$  und 100 t tritt der Einfluss der Reibung zwischen den einzelnen Drähten in ver-

Tabelle 2. Spiralseil. Werte  $\sigma_{b \max}$  und  $\sigma_{bx}$  für  $x = 100$  mm

Biege- spannung in kg/mm <sup>2</sup>	wenn Q kg	S = 20 000 kg		S = 40 000 kg		S = 60 000 kg		S = 100 000 kg	
		theo- retisch	ge- messen	theo- retisch	ge- messen	theo- retisch	ge- messen	theo- retisch	ge- messen
<b>Drähte unverschieblich</b>									
$\sigma_{b \max}$	1000	$\pm 24$	$+ 5,9$ $- 9,8$	$+ 17$ $- 7,5$	$+ 5,0$ $- 7,5$	$+ 13,9$ $- 15,7$	$+ 5,4$ $- 7,6$	$+ 10,8$ $- 13,7$	$+ 5,6$ $- 7,5$
$\sigma_{b \max}$	2000	$\pm 48$	$+ 15,7$ $- 23,0$	$+ 34$ $- 15,7$	$+ 10,8$ $- 13,7$	$+ 27,8$ $- 10,2$	$+ 10,3$ $- 3,7$	$+ 21,5$ $- 13,7$	$+ 9,3$ $- 13,7$
$\sigma_{bx}$	1000	$+ 20,0$ $- 5,9$	$+ 2,0$ $- 5,9$	$+ 13,2$ $- 3,7$	$+ 25$ $- 5,1$	$+ 10,2$ $- 5,1$	$+ 3,3$ $- 6,1$	$+ 7,2$ $- 6,1$	$+ 3,7$ $- 6,1$
$\sigma_{bx}$	2000	$\pm 40,0$ $- 10,8$	$+ 7,4$ $- 7,0$	$+ 26,4$ $- 7,0$	$+ 3,8$ $- 7,0$	$+ 20,4$ $- 7,6$	$+ 4,9$ $- 7,6$	$+ 14,4$ $- 8,1$	$+ 5,3$ $- 8,1$
<b>Drähte verschieblich</b>									
$\sigma_{bx}$	1000	$\pm 4,8$ $- 5,9$	$+ 2,0$ $- 5,9$	$+ 1,8$ $- 3,7$	$+ 2,5$ $- 5,1$	$+ 0,9$ $- 5,1$	$+ 3,3$ $- 6,1$	$+ 0,3$ $- 6,1$	$+ 3,7$ $- 6,1$
$\sigma_{bx}$	2000	$\pm 9,6$ $- 10,8$	$+ 7,4$ $- 10,8$	$+ 3,5$ $- 7,0$	$+ 3,8$ $- 7,0$	$+ 1,8$ $- 7,0$	$+ 4,9$ $- 7,6$	$+ 0,7$ $- 8,1$	$+ 5,3$ $- 8,1$

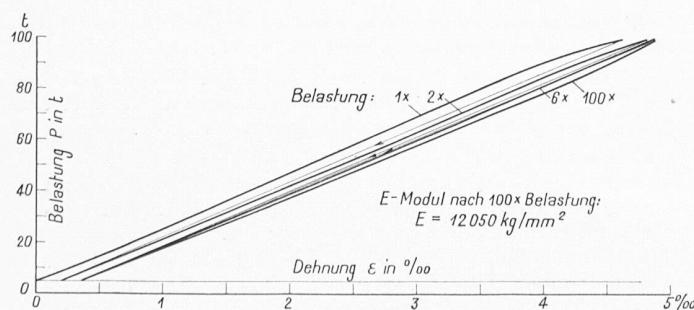


Bild 5. Ermittlung des  $E_1$ -Moduls am Spiralseil von 54 mm Ø nach einmaliger und nach mehrmaliger Belastung und Entlastung

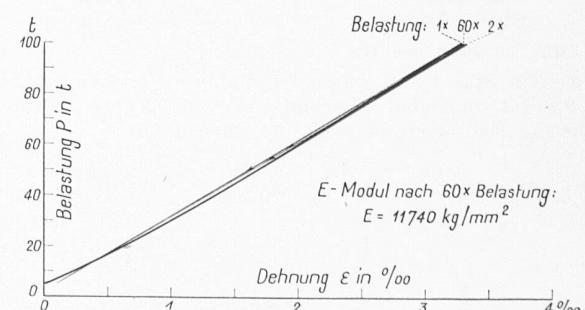


Bild 6. Ermittlung des  $E_1$ -Moduls am voll verschlossenen Seil von 64 mm Ø nach einmaliger und nach mehrmaliger Belastung und Entlastung.

Kontrollmessungen mit Hilfe von Huggenberger-Tensometern ausgeführt, s. Bild 4.

Die theoretischen Werte der Biegespannungen wurden für unverschiebliche Drähte nach den Gl. (4) oder (5) und (6) und für verschiebliche Drähte nach den Gl. (7) oder (8) und (10) in analoger Weise ermittelt wie beim Vollstab. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 zusammengestellt und zwar sowohl für die Werte  $\sigma_{b \max}$ , als auch für die Werte  $\sigma_{bx}$  mit  $x = 100$  mm, bei unverschieblichen und bei verschieblichen Drähten. In Bild 7 sind die Ergebnisse der Messungen und die zugehörigen theoretischen, nach den Isaachsen'schen Formel ermittelten Werte über den Messstellen aufgetragen. Die Kurven der theoretisch ermittelten Spannungen zeichnen sich dadurch aus, dass sie bei unverschieblichen Drähten viel flacher verlaufen und die charakteristischen Strecken  $l$  über einen längeren Bereich des Seils sich erstrecken, als bei verschieblichen Drähten.

Die gemessenen Spannungen sind wesentlich kleiner als die theoretischen. Bei den Zugkräften  $S = 20$  t und 40 t nehmen die aus den gemessenen Spannungen gebildeten Kurven einen Verlauf an, der den entsprechenden theoretischen Kurven des aus lauter verschieblichen Drähten aufgebauten

stärktem Masse hervor, so dass der Verlauf der gemessenen Spannungskurven sich immer mehr an denjenigen der theoretischen Kurven für Seile mit unverschieblichen Drähten anlehnt.

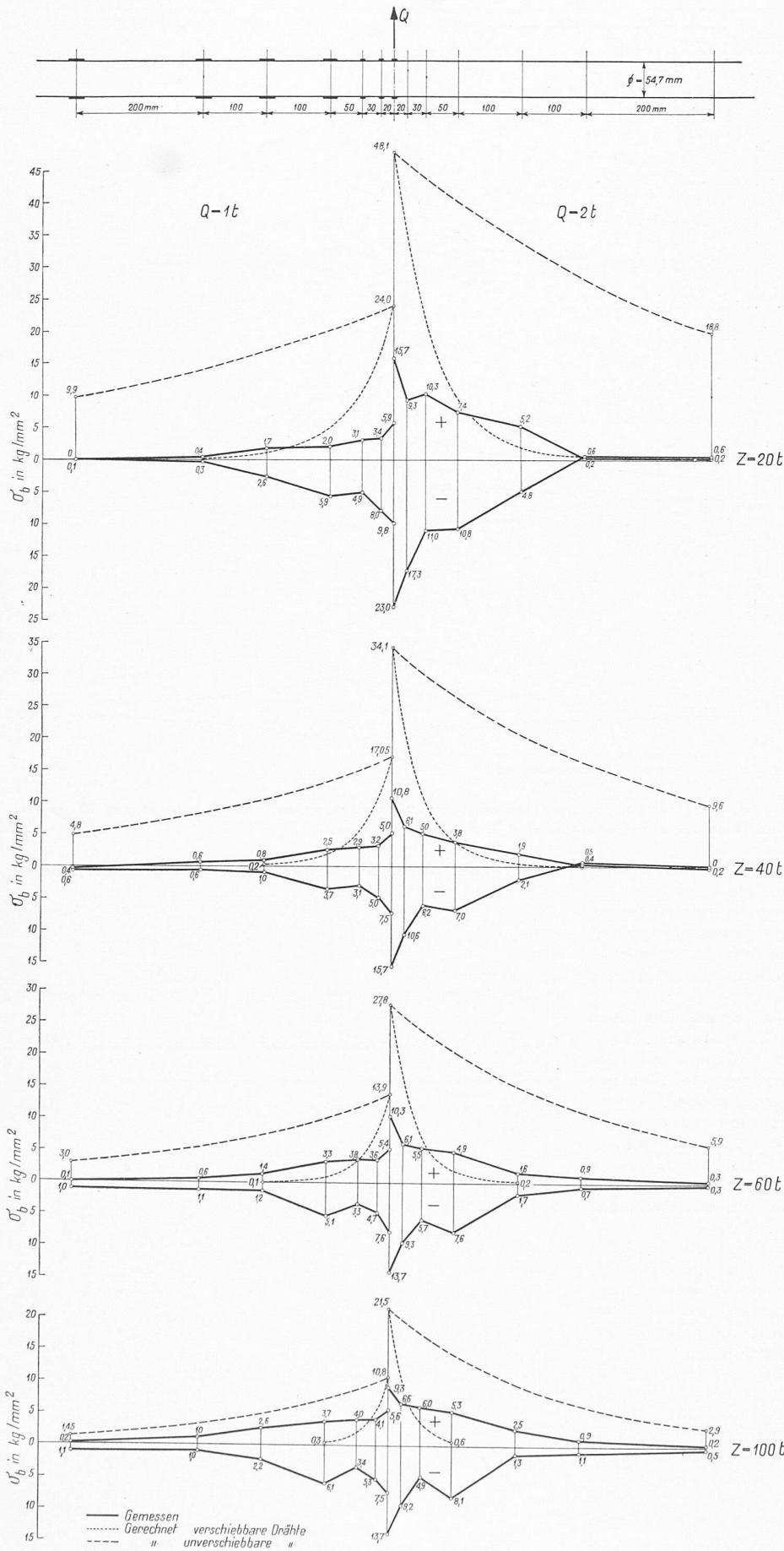


Bild 7. Biegespannungen aus Querbelastung am axial gezogenen Spiralseil von 54 mm Ø. (Die Zugkräfte sind hier mit Z bezeichnet.)

## 5. Biegespannungen an einem voll verschlossenen Tragseil

Die Daten des untersuchten Tragseils, das ebenfalls beim Bau der Handecktalsperre verwendet wird, sind:

Durchmesser  $d = 64 \text{ mm}$

Zugfestigkeit der Formdrähte

$$\beta_z = 130 \text{ kg/mm}^2$$

Zugfestigkeit der Runddrähte

$$\beta_z = 170 \text{ kg/mm}^2$$

Metallquerschnitt

$$F = 2750 \text{ mm}^2$$

Trägheitsmomente

$$J_u = 700000 \text{ mm}^4$$

$$J_v = 3235 \text{ mm}^4$$

Elastizitätsmodul des Materials

$$E = 20000 \text{ kg/mm}^2$$

Elastizitätsmodul des Seils

$$E_1 = 11740 \text{ kg/mm}^2$$

Höhe des Umfangdrahtes

$$h = 5 \text{ mm}$$

Der Aufbau des Seils geht aus Bild 3 hervor. Er zeichnet sich dadurch aus, dass sich in fünf Lagen Formdrähte vorfinden. Ueber die Ermittlung des  $E_1$ -Moduls gibt Bild 6 näheren Aufschluss. Beim Vergleich mit dem Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Spiralseils, Bild 5, macht sich ein wesentlicher Unterschied geltend, indem sich infolge des sehr kompakten und grösseren Querschnittes des voll verschlossenen Seils nahezu keine bleibenden Dehnungen zeigen. Die elastische Dehnung beträgt bei 100 t Zugkraft etwa 3,25 %. Die Spannungs-Dehnungs-Kurve ist bis 100 t Belastung fast völlig geradlinig.

Die Belastungsversuche wurden wieder in der Zugmaschine mit einem Seilabschnitt von 8000 mm freier Länge durchgeführt, ganz ähnlich wie es Bild 4 zeigt. Als Belastungen wurden angewendet:

Längskraft

$$S = 40 \quad 60 \quad 100 \text{ t}$$

demnach

$$\sigma_z = 14,5 \quad 21,8 \quad 36,5 \text{ kg/mm}^2$$

Querlast

$$Q = 1,0 \text{ und } 2,0 \text{ t}$$

Auch diese Belastungen entsprechen den Verhältnissen der Praxis.

Die nach Gl. (4) und (6) berechneten Biegespannungen für Seile mit unverschieblichen und nach Gl. (9) und Gl. (10) mit verschieblichen Drähten gehen aus Tabelle 3 hervor. Hierbei wurden wieder die Werte  $\sigma_{b \max}$  und  $\sigma_{bx}$  für  $x = 100 \text{ mm}$  ermittelt.

Die Spannungsmessungen wurden in analoger Weise vorgenommen wie beim Spiralseil. Infolge der breiteren Auflagerfläche der Formdrähte im Vergleich zu den Runddrähten war das Aufkleben der Strain gauges wesentlich einfacher zu bewerkstelligen. Auch hier konnten die Spannungen  $\sigma_{b \max}$  direkt unter der Last gemessen werden. Die gemessenen Spannungswerte sind ebenfalls in Tabelle 3 eingetragen. Bild 8 zeigt die theoretischen und die gemessenen Spannungswerte. Infolge der grösseren Steifigkeit des voll verschlossenen Tragseils weisen die gemessenen Spannungslinien schon von  $S = 40 \text{ t}$  an einen Verlauf auf, der demjenigen der Kurven für Seile mit unverschieblichen Drähten ähnlich ist. Die gemessenen Spannungswerte  $\sigma_{b \max}$  sind

auch beim vorliegenden Seil ganz wesentlich geringer als wie sie sich aus der Formel nach Isaachsen ergeben.

Die Ermittlung des Elastizitätsmoduls, sowie die Spannungsmessungen an den beiden Tragseilen und ihre Ausmittlung wurden von Dipl. Ing. H. Bosshard der Firma Locher & Cie., Zürich, Dipl. Ing. R. Joosting und E. Tscholl, Prüfungsbeamter der EMPA, durchgeführt.

## 6. Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Die gewonnenen Versuchsergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die durch eine Querlast im Tragseilverursachten Biegespannungen sind unter dieser Last maximal und fallen längs dem Seil nach beiden Seiten zu ab. Damit die Ergebnisse der Versuche mit den theoretisch ermittelten Werten nach Isaachsen verglichen werden können, müssen unterschieden werden:
  - die Grösse der maximalen Biegespannung  $\sigma_{b \max}$  und
  - der Verlauf der aus den Werten der Biegespannungen längs dem Seil gebildeten Kurve.
- Die am axial und quer belasteten *Vollstab* gemessenen Biegespannungen stimmen im elastischen Bereich ziemlich genau mit den nach der Formel von Isaachsen berechneten Spannungswerten überein. Hingegen zeigen sich Abweichungen, sobald die totale Beanspruchung aus  $\sigma_z + \sigma_{b \max}$  die Streckgrenze erreicht oder überschreitet. Der Verlauf der aus den gemessenen und den theoretisch berechneten Biegespannungen gebildeten Kurven zeigt praktisch keine wesentlichen Unterschiede.
- Die am axial und quer belasteten *Tragseil* mit Hilfe von Strain gauges auf den Einzeldrähten gemessenen maximalen Biegespannungen  $\sigma_{b \max}$  sind durchweg wesentlich kleiner als die nach Isaachsen ermittelten theoretischen Werte.
- Die Linien, gebildet aus den gemessenen Biegespannungen des Tragseils, können bezüglich ihres Verlaufs als Mittelfall zwischen den theoretischen Biegespannungskurven des Seils mit voll verschieblichen und denjenigen des Seils mit lauter unverschieblichen Drähten angesehen werden.
- Bei geringer Vorspannung  $\sigma_z$  nähert sich die effektive Spannungslinie derjenigen des Seils mit lauter verschieblichen Drähten, bei höherer Vorspannung und insbesondere bei voll verschlossenen Seilen nimmt sie hingegen den Charakter einer Kurve des Seils mit unverschieblichen Drähten an.
- Aus diesen Ergebnissen geht hervor, dass die zwischen den Drähten auftretenden Reibungskräfte bezüglich Steifigkeit des Seils eine wesentliche Rolle spielen, was mit der Längszugkraft  $S$  im Zusammenhang steht.
- Die Gründe der geringeren effektiven maximalen Biegespannungen im Bereich der Querlast  $Q$  können vor allem in dem geringeren Elastizitätsmodul  $E_1$  des ganzen Seils liegen, den man näherungsweise für die äusseren Drahtlagen zu Grunde legen kann ( $E_1 = 12000 \text{ kg/mm}^2$  gegenüber  $E = 20000 \text{ kg/mm}^2$  für den Einzeldraht).
- Diese Ergebnisse zeigen sich bei allen in analoger Weise untersuchten Stahldrahtseilen. Es wird daher vorgeschlagen, bei der Ermittlung der Biegespannungen an Tragseilen, die im allgemeinen ziemlich starke Vorspannungen aufweisen,
  - die Isaachsen'sche Formel für *unverschiebliche* Drähte, d. h. unter Verwendung von  $J_u$ , anzuwenden und

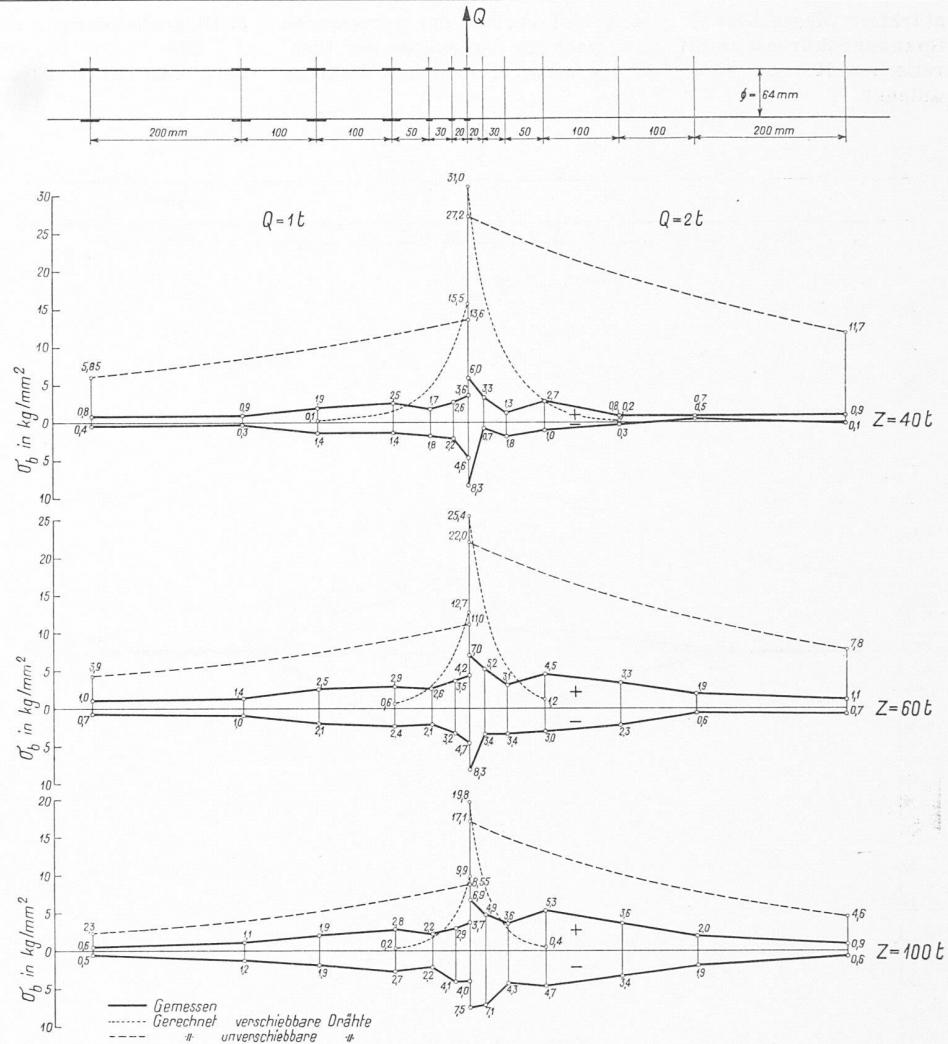


Bild 8. Biegespannungen aus Querbelastung am axial gezogenen voll verschlossenen Tragseil von 64 mm Ø. (Die Zugkräfte sind hier mit  $Z$  bezeichnet.)

β) einen Verminderungsfaktor  $\alpha = 0,6$  einzuführen, derart, dass

$$\sigma_{b \max} = \alpha \frac{Q}{2} \frac{d}{2} \sqrt{\frac{E}{J_u S}} = 0,6 \frac{Q}{2} \frac{d}{2} \sqrt{\frac{E}{J_u S}}$$

ist.

i) Bei der Bemessung der Tragseile ist jedoch hervorzuheben,

Tabelle 3. Voll verschlossenes Seil. Spannungen  $\sigma_{b \max}$  und  $\sigma_{bx}$  für  $x = 100 \text{ mm}$

Biege- spannung in $\text{kg/mm}^2$	wenn $Q$ kg	$S = 40000 \text{ kg}$		$S = 60000 \text{ kg}$		$S = 100000 \text{ kg}$	
		theo- retisch	ge- messen	theo- retisch	ge- messen	theo- retisch	ge- messen
Drähte unverschieblich							
$\sigma_{b \max}$	1000	$\pm 13,6$	$\pm 3,6$	$\pm 11,0$	$\pm 4,2$	$\pm 8,5$	$\pm 3,7$
			$- 4,6$		$- 4,7$		$- 4,0$
	2000	$\pm 27,2$	$\pm 6,0$	$\pm 22,0$	$\pm 7,0$	$\pm 17,1$	$\pm 6,9$
			$- 8,3$		$- 8,3$		$- 7,5$
$\sigma_{bx}$	1000	$\pm 11,5$	$\pm 2,5$	$\pm 8,9$	$\pm 2,9$	$\pm 6,5$	$\pm 2,8$
			$- 1,4$		$- 2,4$		$- 2,7$
	2000	$\pm 23,0$	$\pm 2,7$	$\pm 17,9$	$\pm 4,5$	$\pm 13,0$	$\pm 5,3$
			$- 1,0$		$- 3,0$		$- 4,7$
Drähte verschieblich							
$\sigma_{b \max}$	1000	$\pm 15,5$	$\pm 3,6$	$\pm 12,7$	$\pm 4,2$	$\pm 9,9$	$\pm 3,7$
			$- 4,6$		$- 4,7$		$- 4,0$
	2000	$\pm 31,0$	$\pm 6,0$	$\pm 25,4$	$\pm 7,0$	$\pm 19,8$	$\pm 6,9$
			$- 8,3$		$- 8,3$		$- 7,5$
$\sigma_{bx}$	1000	$\pm 1,3$	$\pm 2,5$	$\pm 0,6$	$\pm 2,9$	$\pm 0,2$	$\pm 2,8$
			$- 1,4$		$- 2,4$		$- 2,7$
	2000	$\pm 2,6$	$\pm 2,7$	$\pm 1,2$	$\pm 4,5$	$\pm 0,4$	$\pm 5,3$
			$- 1,0$		$- 3,0$		$- 4,7$

dass insbesondere bei den Spiralseilen und den Litzenseilen noch folgende zusätzliche Einflüsse in Betracht kommen können:

α) sekundäre Biegung

β) lokale Pressungen, insbesondere unter der Einzellast

γ) Martensitbildung

δ) Korrosion

Bei voll verschlossenen Tragseilen zeigen sich günstigere Verhältnisse, vor allem wenn mehrere Lagen von Formdrähten vorliegen.

k) Die Dauerhaftigkeit der Tragseile ist nicht nur bei Schwebbahnen, sondern auch bei Kabelbahnen zum Bau grosser Talsperren von Bedeutung, wobei erwünscht ist, Spannungsmessungen und Verformungsmessungen nicht nur im Laboratorium, sondern auch am Seil während des Fahrbetriebes vorzunehmen.

l) Angesichts der Wichtigkeit dieses Problems werden gegenwärtig im Bestreben, weitere Aufklärungen zu erhalten, eingehende Messungen an den 450 bis 550 m weit gespannten Tragseilen der Kabelbahnen für die Betonieranlage der Rätherichsboden-Talsperre durchgeführt. Diese Messungen finden in dankenswerter Weise in Zusammenarbeit der EMPA mit der Bauunternehmung Staumauer Rätherichsboden Grimsel (Locher & Cie., Zürich, Bürgi & Huser, A.-G., Bern, Frutiger Söhne & Cie., Thun, und Ed. Züblin & Cie., A.-G., Basel) statt. Die Ergebnisse werden im vorgehend erwähnten EMPA-Bericht Nr. 166 bekannt gegeben werden.

m) Es wird der Vorschlag gemacht, zukünftig solche Spannungsmessungen und Verformungsmessungen auch bei der Abnahme und den nachträglichen Kontrollen der Schwebbahnen, insbesondere bei solchen mit *einem* Tragseil, durchzuführen.

## Die Knickfestigkeit von Mauerwerk aus künstlichen Steinen

Von P. HALLER

### Einleitung

Die Forderung der Zeit, die hohen Baukosten zu senken, macht eine stärkere Ausnützung der Baustoffe notwendig. Diese ist nur zu erfüllen, wenn das Kräftespiel im Material weitgehend bekannt ist und die Baustoffe materialgerecht verwendet werden. Obwohl Mauerwerk mit Formsteinen aus gebranntem Ton auch in unserem Lande nachweisbar seit der Römerzeit bekannt ist, bestand doch eine empfindliche Lücke hinsichtlich unserer Kenntnis der Tragfähigkeit der Wände und Pfeiler bei schlanken Abmessungen, d. h. im Knickbereich, die auszufüllen der Zweck der vor zwei Jahren in Angriff genommenen Untersuchungen war.

Das Mauerwerk vermittelt einen klaren Einblick in das Kräftespiel des Zweistoffsystems: Stein und Mörtel. Der Knickfall wird ebenfalls zum leichtverständlichen Stabilitätsproblem, gekennzeichnet dadurch, dass nicht die Festigkeit eines Materials an irgend einer Stelle des Bauelements für den Bruch entscheidend ist, sondern die maximale Tragfähigkeit dann erreicht wird, wenn der Körper unfähig ist, bei der geringsten Verformungssteigerung noch genügende innere Kräfte zu mobilisieren.

### 1. Grundlagen

Ein gleichmässig zentrisch belastetes Mauerwerk wird zusammengestaucht, wobei der Mörtel in den Lagerfugen und die Mauersteine ausser einer Längstauchung noch eine Querdehnung erfahren. Ist das Querdehnungsvermögen des Mörtels grösser als dasjenige des Steines, wie z. B. im Extremfall von feuchtem Lehm, so wird dieser herausgequetscht. Durch Reibungskräfte und Haftspannungen wird diese Querverformung verhindert, wobei im Mauerstein Zugspannungen ausgelöst werden; der äusserlich einaxige Spannungszustand erzeugt im Körperinnern einen dreiaxigen Spannungszustand. Bei weichem Mörtel wird die Tragfähigkeit durch Umschlingungsdruck gesteigert, während die Mauersteine parallel zu den Lagerfugen zusätzlich durch Zugspannungen beansprucht werden. Selbsthilfe des Materials: der Stärkere hält den Schwächeren. Ist der Mörtel in der Querrichtung weniger verformungsfähig wie z. B. bei Zementmörtel, so wird der Mauerstein durch einen Umschlingungsdruck entlastet und der Mörtel dagegen zusätzlich durch Zugkräfte belastet. Die geringe Zugfestigkeit des Mörtels setzt aber der entlastenden Wirkung Grenzen. Nur durch eine zugfeste, starre Mörtellage, z. B. durch eine Eisenbewehrung, kann die Mauerwerkfestigkeit bis gegen die Steinfestigkeit hinauf gesteigert werden.

Bei einer bestimmten Last (Risslast) wird bei weichem Mörtel ein Knistern oder Krachen wahrgenommen. Zunächst reissen einzelne Steine infolge der Zugspannungen auf; mit zunehmender Belastung verstärkt sich das Krachen und bald bilden sich über mehrere Schichten zusammenhängende Risse, die sich zu Klüften erweitern, und schliesslich kippen die Säulchen an der schwächsten Stelle aus; das Mauerwerk hat seine Bruchlast erreicht. Bei ungleich dicken Fugen erfolgt an den dünneren, weniger sich verformenden Mörtelstellen eine Konzentration der Normalspannungen, die im Mauerstein örtlich ebenfalls Zugspannungen hervorrufen, die sich den vorstehend besprochenen überlagern. Nicht nur die Risslast, sondern auch die Bruchlast wird je nach dem Grad der Unebenheit der Lagerfläche der Steine empfindlich herabgesetzt.

DK 539.411.8 : 693.2

Bei *exzentrischer Belastung* eines gedrungenen prismatischen, also biegesteifen Mauerwerks erfahren die Schnittflächen senkrecht zur Kraftrichtung eine Drehung, bleiben aber eben. Die ausgelösten Spannungen folgen nicht dem Proportionalitätsgesetz von Hooke, sondern, wie mit dem durch Verformungsmessungen an zentrisch belasteten Mauerwerkkörpern erhaltenen Spannungs-Stauchungs-Diagramm deutlich aufgezeigt werden kann, nach einer in eine Horizontale auslaufenden Kurve, gemäss Bild 1. Mit stärkerer Belastung, d. h. bei grösseren Verformungen des Körpers, überwölbt sich mehr und mehr der anfänglich nur leicht gewölbte Spannungskeil, wobei er sich gleichzeitig verkürzen muss, da ja jederzeit der Schwerpunkt der Spannungsfläche auf der Kraftrichtung der Belastung liegen muss. Bei gedrungenen Körpern kann die Verbiegung des Mauerwerks vernachlässigt werden, so dass der Abstand des Schwerpunkts der Spannungsfläche z. B. vom Druckrand gleich dem Abstand des Lastangriffs sein muss, sobald Zugspannungen in den Lagerfugen nicht übertragen werden können. Bei etwas schlankeren Körpern darf die Verbiegung der Pfeileraxe nicht mehr vernachlässigt werden. Die Spannungsberechnung wird zu einem sogenannten Spannungsproblem zweiter Ordnung. Auch in diesem Falle tritt noch immer der Bruch im Augenblick ein, wo die Druckrandzone bis zur Druckfestigkeit, bzw. Quer-Zugfestigkeit des Mauersteins beansprucht wird. Noch schlankere Pfeiler oder Wandteile biegen sich schon unter einer kleineren Last als gedrungenere Körper plötzlich aus. Die Widerstandskraft dieser schlanken Körper ist also schon erschöpft, bevor die Randspannung zur Bruchspannung ansteigt. Das Spannungsproblem geht über in ein Stabilitätsproblem, weil der innere Widerstand von einer bestimmten Ausbiegung an weniger rasch anwächst als das durch die Ausbiegung erzeugte verstärkte äussere Moment der Last. Diese Ueberlegungen haben für alle elastischen oder plastisch-elastischen Materialien Gültigkeit.

Das Mauerwerk zeigt insofern ein anderes Verhalten, als dieses in Lagerfugen keine oder nur vernachlässigbar geringe Zugspannungen zu übertragen im Stande ist. Die Mörtelfugen trocknen und schwinden von der Oberfläche her. Der Mörtel im Mauerwerkinneren schwindet zunächst nicht, weshalb sich Risse vom Rand her bilden müssen. Gerade dort, wo die grössten Zugspannungen bei der Belastung auftreten müssten, wird durch Schwindrisse die Uebertragung von Zugspannungen verunmöglich. Das Mauerwerk ist demnach ohne Berücksichtigung einer Zugfestigkeit in den Lagerfugen zu berechnen.

Bei *exzentrischer Belastung* verbiegt sich der Körper, wobei sich auf der Druckseite entsprechend dem Verformungskeil und dem Spannungs-Stauchungsdiagramm eine Spannungsfläche einstellt, deren Schwerpunkt in jedem Gleichgewichtszustand auf der Kraftrichtung liegen und deren Fläche gleich der äusseren Kraft sein muss.

Bei Steigerung der Last biegt sich der Körper weiter aus, wodurch sich die Kraft im Pfeiler weiter gegen den Druckrand verlagert. Gleichzeitig wandert auch die Nulllinie gegen den Druckrand. Solange nun entsprechend den Verformungen und trotz der verkleinerten belasteten Fläche nach dem Spannungs-Stauchungsdiagramm eine der äusseren Last gleiche Spannungsfläche noch möglich ist, ist das Gleichgewicht erhalten. Wird aber die der Verformung entspre-