Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 66 (1948)
Heft: 7

Artikel: Die Knickung des schief gelagerten Stabes
Autor: Ziegler, Hans
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-56667

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

66. Jahrgang Nachdruck von Bild oder Text nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet Nr. 7

Die Knickung des schief gelagerten Stabes

Von Prof. Dr. HANS ZIEGLER, E. T. H., Zürich

DK 539.384.4
624.075.22

1. Einleitung. Die Eulersche Knicklast eines geraden Stabes kann bekanntlich[1]) als kleinste zentrische Druckkraft definiert werden, unter der er mit ausgebogener elastischer Linie im Gleichgewicht ist. Sie wird als Lösung eines Eigenwertproblems erhalten, dem die Differentialgleichungen der elastischen Linie und die durch die Lagerung gegebenen Randbedingungen zu Grunde liegen. In den praktisch wichtigeren Fällen zerfällt dieses Eigenwertproblem in deren zwei, indem hier die beiden Projektionen $u(z)$ und $v(z)$ der elastischen Linie unabhängig voneinander gewonnen werden können. Der Grund dafür liegt darin, dass in diesen Fällen die Hauptaxensysteme der einzelnen Querschnitte bis auf eine Translation in axialer Richtung miteinander übereinstimmen und die Lager bezüglich der Hauptaxen der zugehörigen Querschnitte symmetrisch sind. Da dann nämlich zwei Hauptebenen (x, z) und (y, z) existieren mit der Eigenschaft, dass die Ausbiegung in der einen das für die Ausbiegung in der anderen massgebende Biegemoment nicht beeinflusst, lassen sich für die Verschiebungen $u(z)$ und $v(z)$ in den Richtungen x bzw. y zwei Differentialgleichungen aufstellen, die nur je eine abhängige Veränderliche enthalten; ferner zerfallen die Randbedingungen mit Rücksicht auf die Symmetrie der Lager in je einen Satz für $u(z)$ bzw. $v(z)$.

Vom theoretischen Standpunkt aus sind diese Aufgaben indessen nur als Sonderfälle des allgemeineren Eigenwertproblems zu betrachten, das aus zwei simultanen Differentialgleichungen und den zugehörigen, die Veränderlichen u und v sowie ihre ersten Ableitungen verknüpfenden Randbedingungen besteht. So erhält man z. B. für verwundene Stäbe, d. h. solche, deren Querschnitthauptaxen nur durch eine Schraubung in axialer Richtung ineinander übergeführt werden können, simultane Differentialgleichungen, indessen aber auch schon bei unverwundenen Stäben mit asymmetrischer Lagerung eine Verkoppelung in den Randbedingungen. In beiden Fällen ist die elastische Linie unter der Knicklast eine Raumkurve.

Während der verwundene Stab einer späteren Untersuchung vorbehalten werden soll, mag hier als einfachstes Beispiel für den Fall verkoppelter Randbedingungen ein unverwundener, z. B. prismatischer, beidseitig in Zylindergelenken gelagerter Stab betrachtet werden. Die beiden Lager werden dabei als Längs- und Querlager mit parallelen, zur Stabaxe normalen, im übrigen aber beliebig gerichteten Axen vorausgesetzt; zudem sollen sie so lang sein, dass sie in der durch ihre Axen aufgespannten Ebene als Einspannungen wirken.

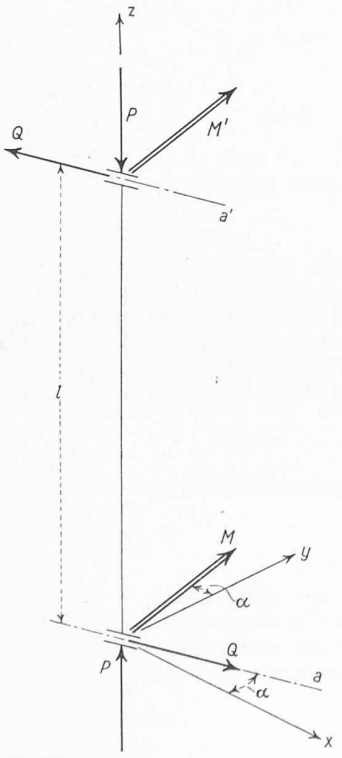

Bild 1

2. Das Eigenwertproblem. Bild 1 zeigt den Stab mit der Länge l und sein Bezugsystem (x, y, z), das durch die Querschnitthauptaxen und die Stabaxe festgelegt wird. Die Drehaxen a und a' der Lager stehen normal zur z-Axe und sind unter dem Winkel α gegen die x-Axe geneigt. An Reaktionen sind neben den zentrischen Druckkräften P zwei zur Ebene (a, z) normale Einspannmomente M und M' zu erwarten, ferner zwei entgegengesetzt gleiche, zur z-Axe normale Einspannkräfte Q, die mit Rücksicht auf das Momentengleichgewicht in die Axen a bzw. a' fallen müssen. Schliesslich ist auch mit dem Auftreten zweier axialer Einspannmomente zu rechnen, die aber mitsamt dem von der Kraft Q herrührenden Torsionsmoment im Vergleich zu den anderen Einspannmomenten von der Ordnung u/l klein sind und daher vernachlässigt werden können.

[1]) Vergl. *E. Meissner* und *H. Ziegler*, Mechanik I, Basel 1946, S. 302.

Die Ausbiegungen $u(z)$ und $v(z)$ der elastischen Linie in den Richtungen x und y unterliegen den Differentialgleichungen

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{d^2 u}{d z^2} = -\dfrac{1}{E J_y}\,(P u - Q z \cos\alpha + M \cos\alpha), \\[2ex] \dfrac{d^2 v}{d z^2} = -\dfrac{1}{E J_x}\,(P v - Q z \sin\alpha + M \sin\alpha), \end{cases}$$

den Randbedingungen

$$(2)\quad u(0) = 0,\quad v(0) = 0,\quad u(l) = 0,\quad v(l) = 0,$$

die auf die Unverschieblichkeit der Lager zurückzuführen sind, sowie den weiteren Randbedingungen

$$(3)\quad \begin{cases} \dfrac{d u}{d z}(0)\cos\alpha + \dfrac{d v}{d z}(0)\sin\alpha = 0, \\[2ex] \dfrac{d u}{d z}(l)\cos\alpha + \dfrac{d v}{d z}(l)\sin\alpha = 0, \end{cases}$$

welche die Tatsache zum Ausdruck bringen, dass die Stabenden in der Normalebene zu a durch z liegen müssen.

Während die Beziehungen (1) und (2) je nur eine abhängige Veränderliche enthalten, kommen in der Randbedingung (3) beide zugleich vor, und dies ist der Grund dafür, dass das Problem nicht in zwei einfachere Eigenwertaufgaben zerfällt.

3. Lösung. Die Lösung der Differentialgleichungen (1) lautet, wenn die Abkürzungen

$$(4)\quad \frac{P}{E J_y} = \varkappa_1^2,\quad \frac{P}{E J_x} = \varkappa_2^2$$

sowie zwei Integrationskonstante a, b eingeführt und die beiden ersten Randbedingungen (2) sofort berücksichtigt werden,

$$(5)\quad \begin{cases} u = a \sin\varkappa_1 z - \dfrac{M\cos\alpha}{P}(1 - \cos\varkappa_1 z) + \dfrac{Q\cos\alpha}{P} z, \\[2ex] v = b \sin\varkappa_2 z - \dfrac{M\sin\alpha}{P}(1 - \cos\varkappa_2 z) + \dfrac{Q\sin\alpha}{P} z. \end{cases}$$

Die beiden anderen Randbedingungen (2) ergeben

$$(6)\quad \begin{cases} a \sin\varkappa_1 l - \dfrac{M}{P}(1 - \cos\varkappa_1 l)\cos\alpha + \dfrac{Q l}{P}\cos\alpha = 0, \\[2ex] b \sin\varkappa_2 l - \dfrac{M}{P}(1 - \cos\varkappa_2 l)\sin\alpha + \dfrac{Q l}{P}\sin\alpha = 0, \end{cases}$$

die Randbedingungen (3)

$$(7)\quad \begin{cases} a\varkappa_1 l\cos\alpha + b\varkappa_2 l\sin\alpha + \dfrac{Q l}{P} = 0, \\[2ex] (a\cos\varkappa_1 l - \dfrac{M}{P}\sin\varkappa_1 l\cos\alpha)\,\varkappa_1 l\cos\alpha + \\[2ex] + (b\cos\varkappa_2 l - \dfrac{M}{P}\sin\varkappa_2 l\sin\alpha)\,\varkappa_2 l\sin\alpha + \dfrac{Q l}{P} = 0. \end{cases}$$

Nun ist nach (5) die elastische Linie nur dann ausgebogen, wenn nicht gleichzeitig alle vier Konstanten a, b, M/P, $Q l/P$ verschwinden. Dazu ist notwendig, dass die Determinante des aus (6) und (7) bestehenden, in diesen Grössen linearen und homogenen Gleichungssystems Null, d. h.

$$\Delta = \begin{cases} \sin\varkappa_1 l \\ 0 \\ \varkappa_1 l\cos\alpha \\ \varkappa_1 l\cos\varkappa_1 l\cos\alpha \end{cases} \begin{vmatrix} 0 & -(1-\cos\varkappa_1 l)\cos\alpha & \cos\alpha \\ \sin\varkappa_2 l & -(1-\cos\varkappa_2 l)\sin\alpha & \sin\alpha \\ \varkappa_2 l\sin\alpha & 0 & 1 \\ \varkappa_2 l\cos\varkappa_2 l\sin\alpha & -(\varkappa_1 l\sin\varkappa_1 l\cos^2\alpha + \varkappa_2 l\sin\varkappa_2 l\sin^2\alpha) & 1 \end{vmatrix} = 0$$

oder ausgerechnet

$$\begin{aligned}\Delta = {} & [\varkappa_1 l (1 - \cos \varkappa_1 l) \sin \varkappa_2 l \cos^2 \alpha + \\ & + \varkappa_2 l (1 - \cos \varkappa_2 l) \sin \varkappa_1 l \sin^2 \alpha] \times \\ & \times [2 - \frac{\varkappa_1 l (1 + \cos \varkappa_1 l)}{\sin \varkappa_1 l} \cos^2 \alpha - \\ & - \frac{\varkappa_2 l (1 + \cos \varkappa_2 l)}{\sin \varkappa_2 l)} \sin^2 \alpha] = 0\end{aligned}$$

ist. Diese Beziehung, die auch auf die Gestalt

$$(8) \quad \begin{cases} \left(\frac{\varkappa_1 l}{2} \sin \frac{\varkappa_1 l}{2} \cos \frac{\varkappa_2 l}{2} \cos^2 \alpha + \frac{\varkappa_2 l}{2} \sin \frac{\varkappa_2 l}{2} \cos \frac{\varkappa_1 l}{2} \sin^2 \alpha\right) \times \\ \times \left(\sin \frac{\varkappa_1 l}{2} \sin \frac{\varkappa_2 l}{2} - \frac{\varkappa_1 l}{2} \cos \frac{\varkappa_1 l}{2} \sin \frac{\varkappa_2 l}{2} \cos^2 \alpha - \right. \\ \left. - \frac{\varkappa_2 l}{2} \cos \frac{\varkappa_2 l}{2} \sin \frac{\varkappa_1 l}{2} \sin^2 \alpha\right) = 0 \end{cases}$$

gebracht werden kann, liefert die noch durch (4) verknüpften Eigenwerte und damit insbesondere die Knicklast.

4. Die Knicklast. Setzt man zunächst $\alpha = 0$, so erhält man statt (8) die Gleichung

$$\sin \varkappa_2 l \sin \frac{\varkappa_1 l}{2} \left(\sin \frac{\varkappa_1 l}{2} - \frac{\varkappa_1 l}{2} \cos \frac{\varkappa_1 l}{2}\right) = 0$$

und hieraus erwartungsgemäss die kritischen Lasten sämtlicher Ordnungen für das Ausknicken in der (y, z)- und (x, z)-Ebene, indem man den ersten oder einen der beiden anderen Faktoren Null setzt.

Für $\alpha \neq 0$ kann man sich auf den Winkelbereich $0 < \alpha < \pi/2$ beschränken, da sich (8) beim Ersatz von α durch sein Supplement nicht ändert. Zudem darf man

$$(9) \quad J_x \leqq J_y$$

und damit nach (4)

$$\varkappa_1 \leqq \varkappa_2$$

voraussetzen; das Verhältnis

$$(10) \quad \frac{J_y}{J_x} = \frac{\varkappa_2^2}{\varkappa_1^2} = \mu^2$$

der beiden Hauptträgheitsmomente ist dann mindestens gleich 1. Führt man schliesslich noch die Abkürzung

$$(11) \quad \frac{\varkappa_2 l}{2} = w$$

ein, so zerfällt (8) in die beiden Beziehungen

$$(12) \quad \begin{cases} \frac{w}{\mu} \cos w \sin \frac{w}{\mu} \cos^2 \alpha + w \sin w \cos \frac{w}{\mu} \sin^2 \alpha = 0, \\ \frac{w}{\mu} \sin w \cos \frac{w}{\mu} \cos^2 \alpha + w \cos w \sin \frac{w}{\mu} \sin^2 \alpha - \\ - \sin w \sin \frac{w}{\mu} = 0. \end{cases}$$

Diese liefern für gegebene Grössen α und μ je eine Reihe von Eigenwerten w_i, von denen der kleinste positive w_1 gemäss (4) und (11) die Knicklast

$$(13) \quad P_k = \frac{4 w_1^2 E J_x}{l^2}$$

ergibt.

Nun geht die zweite Beziehung (12) — nach α aufgelöst — in

$$\cos^2 \alpha = \frac{\sin w \sin \frac{w}{\mu} - w \cos w \sin \frac{w}{\mu}}{\frac{w}{\mu} \sin w \cos \frac{w}{\mu} - w \cos w \sin \frac{w}{\mu}}$$

über, und da hier die rechte Seite für $w = \pi/2$ den Wert

$$\frac{2\mu}{\pi} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2\mu} > 1$$

annimmt und nur für

$$\sin w \sin \frac{w}{\mu} = \frac{w}{\mu} \sin w \cos \frac{w}{\mu},$$

d. h. für die der Grösse nach geordneten Lösungen

$$w' = 0, \quad w'' = \pi, \quad \mu\pi < w''' < \frac{3}{2}\mu\pi, \ \ldots$$

der beiden Gleichungen

$$\sin w = 0, \quad \operatorname{tg} \frac{w}{\mu} = \frac{w}{\mu}$$

durch 1 hindurchgeht, liefert sie keinen Eigenwert im Intervall $0 < w < \pi$. Dagegen liegt die kleinste positive Lösung

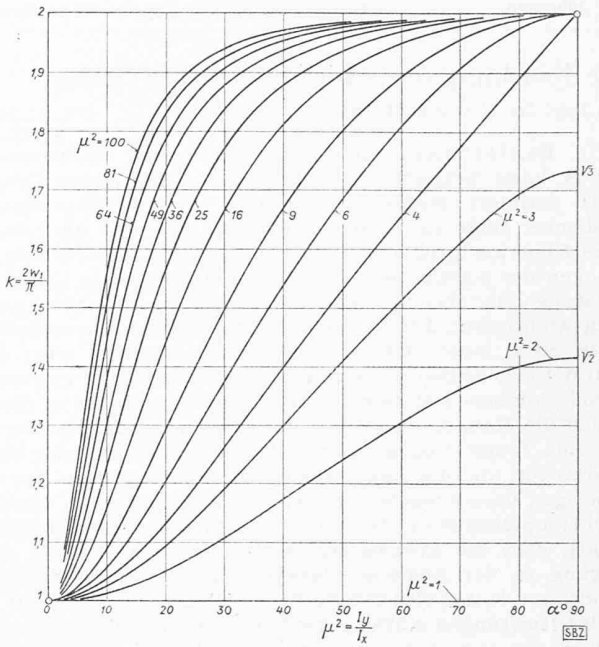

Bild 2

der ersten Gleichung (12) — und damit w_1 — stets im Intervall $\pi/2 \leqq w \leqq \pi$, denn ihre linke Seite ist für $0 < w < \pi/2$ positiv und nimmt für $w = \pi$ den Wert

$$- \frac{\pi}{\mu} \sin \frac{\pi}{\mu} \cos^2 \alpha \leqq 0$$

an.

Die erste Beziehung (12), die demnach allein weiter verfolgt werden muss, ergibt insbesondere für $\alpha = 0$

$$w_1 = \frac{\pi}{2}$$

und damit nach (13) die bekannte Eulersche Knicklast

$$P_k = \frac{\pi^2 E J_x}{l^2},$$

die dem — mit Rücksicht auf (9) allein möglichen — Ausknicken in der (y, z)-Ebene entspricht. Für $\alpha = \pi/2$ liefert sie

$$w_1 = \mu \frac{\pi}{2}, \ (\mu \leqq 2), \qquad w_1 = \pi, \ (\mu \geqq 2)$$

und damit erwartungsgemäss die kritischen Lasten

$$P_k = \frac{\pi^2 E J_y}{l^2}, \quad (J_y \leqq 4 J_x)$$

bzw.

$$P_k = \frac{4 \pi^2 E J_x}{l^2}, \quad (J_y \geqq 4 J_x)$$

für das Ausknicken in der (x, z)- oder (y, z)-Ebene.

Umgekehrt folgt aus der ersten Beziehung (12) für $w = \pi/2$

$$\cos \frac{\pi}{2\mu} \sin^2 \alpha = 0;$$

der kleinste mögliche Wert $\pi/2$ wird demnach von w_1 nur im soeben besprochenen Sonderfall $\alpha = 0$ sowie im ebenso trivialen Falle $\mu = 1$ gleicher Hauptträgheitsmomente angenommen. Schliesst man beide aus, so kann man die Gleichung mit den nunmehr von Null verschiedenen Grössen $\cos w$, $\sin w/\mu$ und $\sin^2 \alpha$ kürzen und durch die Beziehung

$$(14) \quad f(w) = \mu \operatorname{tg} w \operatorname{ctg} \frac{w}{\mu} = - \operatorname{ctg}^2 \alpha$$

ersetzen, die übrigens für gegebene Werte α und μ im Intervall

$$(15) \quad \frac{\pi}{2} < w \leqq \pi$$

nur eine Lösung — nämlich die gesuchte w_1 — aufweist. Da nämlich infolge (15) $\operatorname{tg} w \leqq 0$ ist, kommen als Lösungen von (14) nur solche in Frage, die gleichzeitig der Bedingung $\operatorname{ctg} w/\mu \geqq 0$ genügen und damit auch im Intervall

$$0 < \frac{w}{\mu} \leqq \frac{\pi}{2}$$

liegen. Für diese ist aber

$$\frac{d f}{d w} = \frac{\mu \cos \frac{w}{\mu} \sin \frac{w}{\mu} - \cos w \sin w}{\cos^2 w \sin^2 \frac{w}{\mu}} \geqq 0,$$

mithin nach (14)

$$2 \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sin^2 \alpha} \frac{d \alpha}{d w} \geqq 0,$$

also durchwegs

$$\frac{d \alpha}{d w} \geqq 0$$

und damit tatsächlich w eine eindeutige Funktion von α.

In Bild 2 ist die Beziehung (14) für verschiedene Verhältnisse $\mu^2 \geqq 1$ ausgewertet, und zwar ist statt w_1 der Faktor

$$(16) \qquad k = \frac{2 w_1}{\pi},$$

mit dem sich die Knicklast gemäss (13) in der Form

$$(17) \qquad P_k = k^2 \frac{\pi^2 E J_x}{l^2}$$

ergibt, als Funktion von α aufgetragen. Die Kurven, die für stumpfe Winkel α durch Spiegelung an der Endordinate fortgesetzt werden könnten, steigen mit Ausnahme der Horizontalen $\mu^2 = 1$ von $\alpha = 0$ bis $\alpha = \pi/2$ monoton an und weisen — von der Kurve $\mu^2 = 4$ abgesehen — an beiden Intervallgrenzen horizontale Tangenten auf. Der gesamte Anstieg geht von $k = 1$ für $\mu^2 \geqq 4$ bis $k = 2$ und setzt umso rascher ein, je grösser μ^2 ist.

Das Kurvenbild zeigt insbesondere, dass das in der Praxis übliche Verfahren, Zylindergelenke wie Kugelgelenke zu behandeln, zwar zweifellos vorsichtig ist, aber den wirklichen Verhältnissen kaum gerecht wird. Sind die Endlager derart ausgebildet, dass sich die Axe der Lagerschale nicht aus der Normalebene zur ursprünglich geraden Stabaxe herausdrehen kann, so ist die wirkliche Knicklast bis viermal grösser als der üblicherweise verwendete Wert

$$P_k = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{l^2},$$

und zwar unterscheiden sich die beiden umso stärker voneinander, je mehr sich der Winkel α zwischen der Lageraxe und der Axe des kleineren Hauptträgheitsmomentes einem rechten nähert.

Drehzahlregelung der Wasserturbinen

DK 621.24-531.6

Stellungnahme von Prof. Dr. G. Fabritz, Ravensburg

In seiner Veröffentlichung «Drehzahlregelung der Wasserturbinen», SBZ 1947, Nr. 39 bis 41, betont Th. Stein im Abschnitt VII «Reglerkatarakt ohne Rückführung» besonders die Möglichkeit, auf die übliche Rückführverbindung (Steuerverbindung «b» in Bild 1) verzichten zu können. Hierzu möge folgendes festgestellt werden:

Aus den für die Schwingungskreise bzw. deren Kopplung im einzelnen geltenden Gleichungen [1])

$$(1) \qquad \beta_b \dot{\mu} - \dot{\zeta} + \frac{1}{T_i} (\eta - \zeta) = 0$$

mit β_b als Uebersetzung der Rückführverbindung «b»,

$$(2) \qquad \varphi = \delta \eta + \bar{\varphi}_r (\eta - \zeta)$$

mit δ der auf $y_{\max}$ bezogenen Statik des durch keinerlei Verstellkräfte belasteten Pendels

und $\bar{\varphi}_r = \frac{C y_{\max}}{2 E}$

(C Charakteristik der Kataraktfeder, E Stellkraft des ruhenden Pendels),

$$(3) \qquad \dot{\mu} = - \frac{\sigma}{n_1 T_s},$$

$n_1 = [1/K]$ [2])

mit σ als Steuerventilauslenkung,

$$(4) \qquad \sigma = \eta + \beta_a \mu$$

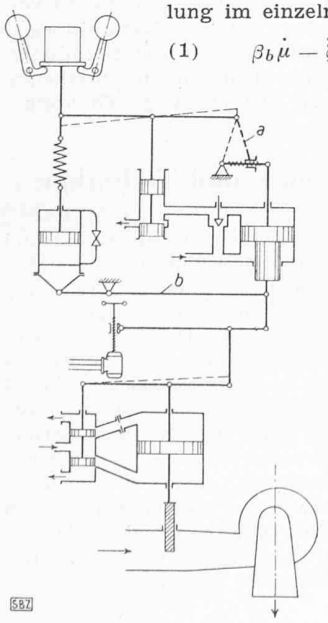

Bild 1

[1]) *Fabritz, G.:* Das Stabilitätsproblem der selbsttätigen Turbinenregelung, Wasserwirtschaft, Wien 1928, Heft 21/22. — Die Regelung der Kraftmaschinen, Springer, Wien 1940, S. 354, S. 355 ff.

der Gleichung der Steuerverbindung «a» (Uebersetzung β_a) folgt die Steuergleichung des vervollständigten Systems (Bild 1)

$$(5) \qquad T_i \bar{\varphi}_r \left(\frac{\delta}{\bar{\varphi}_r} + 1 \right) n_1 T_s \ddot{\mu} + [T_i \bar{\varphi}_r \beta_b + T_i \bar{\varphi}_r \left(\frac{\delta}{\bar{\varphi}_r} + 1 \right) \beta_a + \delta n_1 T_s] \dot{\mu} + \delta \beta_a \mu + T_i \dot{\varphi} + \varphi = 0,$$

welche sich wegen der bei einer Regelungsauslegung nach modernen Gesichtspunkten bestehenden Beziehung $T_i >> n_1 T_s \longrightarrow 0$ und damit berechtigten Vernachlässigung des $\ddot{\mu}$-Gliedes sowie des additiven Gliedes $\delta n_1 T_s$ im $\dot{\mu}$-Glied in der Form

$$(5a) \qquad [T_i \bar{\varphi}_r (\beta_b + \beta_a) + \delta \beta_a T_i] \dot{\mu} + \delta \beta_a \mu + T_i \dot{\varphi} + \varphi = 0$$

darstellt. Kann somit bei kleinen bezogenen Schlusszeiten $n_1 T_s$ der Einfluss der Pendelstatik δ (bei $\beta_a = 0$) vernachlässigt werden [1]), zeigt Gl. (5a) die additive Wirkung der Steuerverbindungen «a» und «b» und damit auch die grundsätzliche Möglichkeit der etwaigen alleinigen Anwendung der Steuerverbindung «a».

Da jedoch bei einer Uebersetzung $\beta_a > 0$ und Wahl dieser nach den Stabilitätserfordernissen die Regelung eine darnach bestimmte und u. U. verhältnismässig hohe dauernde Statik erhält, falls $\delta > 0$ ist, wird auch die von Th. Stein vorausgesetzte Astasie des Pendels notwendig. Eine (einstellbare) Statik der Regelung müsste dann etwa durch eine von der Servomotorstellung abhängig gemachte zusätzliche und dauernde Belastung des Pendels herbeigeführt werden; einfacher wird jedoch dieser Forderung Rechnung getragen durch die Praxis, der Steuerverbindung «b» die Stabilisierung, die Einführung einer dauernden (einstellbaren) Statik der Regelung jedoch der Steuerverbindung «a» zu übertragen — mit der selbstverständlich notwendig werdenden Anwendung eines statischen Pendels ($\delta > 0$). Dass diese — entgegen der bei Ableitung der Steuergleichung (34) der Steinschen Abhandlung gemachten Voraussetzung — auch Bedingung für die Wirksamkeit der in Bild 5 (1947, S. 545) gezeigten Anordnung zur Drehzahlverstellung im Alleinbetrieb ist, mag erwähnt sein.

Die vorstehenden Feststellungen berühren in keiner Weise den Wert der veröffentlichten Untersuchung über den Einfluss der Selbstregelung bei Antrieb von Drehstromerzeugern durch Wasserturbinen, wobei der überwiegende Einfluss der mit der Güte der Spannungsregelung und der Belastungsart veränderlichen Charakteristik des Lastmomentes besondere Berücksichtigung findet. Es bleibt jedoch zu ergänzen, dass die aus der Voraussetzung $n_1 T_s \longrightarrow 0$ folgende Unterdrükkung des in den vollständigen Stabilitätsbedingungen neben dem Parameter der Selbstregelung auftretenden Parameters $\mu_0 \tau_r = \frac{\mu_0 T_r}{n_1 T_s} = \left[\frac{\varkappa T_l}{T_s/K} \right]$ [2]) ein unvollständiges Bild vermittelt, nicht so sehr wegen des unter hydraulisch günstigen Verhältnissen bestehenden Einflusses kleiner Werte von $\mu_0 \tau_r$, sondern weil die bewusste Anwendung längerer bezogener Schlusszeiten zur Verbesserung der Stabilität — etwa bei

[2]) [ ] in der Abhandlung von Th. Stein benützte Darstellungen.

$n_1 = [1/K]$ setzt die zur Herbeiführung der maximalen Servomotor-Geschwindigkeit notwendige Verstellung des Pendels ins Verhältnis zu dessen wie für Gl. (1) bis (4) definiertem Hub $y_{\max}$. n_1 ist jedoch für eine bestimmte Uebersetzung zwischen Pendel und Steuerventil nicht nur Funktion des Durchflusskoeffizienten der jeweils steuernden Ventilquerschnitte, sondern wird wesentlich mitbestimmt durch die Druckspanne, die über den Arbeitsdruck hinaus zur Deckung der Ventilverluste zur Verfügung steht. Damit wird n_1 auch abhängig von der Ausnützung des Reglerarbeitsvermögens und insbesondere von den für die einzelnen Servomotorstellungen bestehenden unterschiedlichen Regulierkräften. Diese Abhängigkeit ist bei Festlegung des jeweiligen n_1-Wertes zu beachten. Der Einfluss von Aenderungen der Druckspanne auf n_1 ist überdies verschieden, je nachdem ob es sich um Windkessel- oder Durchflussregler handelt.

Wirtschaftliche Erwägungen lassen die über dem höchsten Arbeitsdruck zur Erzeugung der Durchströmgeschwindigkeit verfügbare Druckspanne kaum über 1,5 bis 2 at wählen. Es kann ferner als Regel gelten, dass die Einschaltung der vollen Servomotorgeschwindigkeit entsprechend der konstruktionsgemäss vorgesehenen kürzesten Schlusszeit bereits bei Drehzahlabweichungen von 1 bis 1,5 %, falls kurze bezogene Schlusszeiten $n_1 T_s$ angewendet werden sollen, erfolgt. Demnach ergeben sich Werte von $n_1 = 0{,}06$ bis $0{,}1$, unabhängig von der im Einzelfalle durch Abblendung der Servomotorleitungen herbeigeführten effektiven Schlusszeit, s. Fussnote [1]).