Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 66 (1948)
Heft: 4

Artikel: Zuordnung von Drehzahlen umlaufender Rotoren
Autor: Romanowski, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-56653

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Mio m³, im Sommer 1107 Mio m³, im Jahr 1688 Mio m³. Wird die Ausbauwassermenge des Kraftwerkes Golling mit 65 m³/s begrenzt, so ergibt sich eine Energieerzeugung von 308 Mio kWh im Winter, 441 Mio kWh im Sommer und 749 Mio kWh im Jahr.

Nach dem Entwurf 1939/41 wird ein Einzugsgebiet von 2017 km² in 20 Kraftwerkstufen ausgenützt und bei einer Ausbauleistung von 1,12 Mio kW ein Arbeitsvermögen von 3,12 Milliarden kWh erzielt, wobei 1,654 Milliarden kWh, d. s. 53 % als Winterenergie anfallen (s. Tabelle 4). (Schluss folgt)

Zuordnung von Drehzahlen umlaufender Rotoren

Von A. ROMANOWSKI, Wöhler-Institut, Braunschweig

DK 621-253

Experimentelle Untersuchungen

1. Vorbemerkung

In einem früheren Aufsatz hat O. Föppl die Eigenschwingungszahlen einer umlaufenden, mit einer Schwungmasse besetzten Wellen unter dem Einfluss von Kreiselmomenten behandelt, die durch Schrägstellung der Schwungmasse beim Umlauf hervorgerufen werden[1]). Zur Bestätigung der theoretisch gewonnenen Ergebnisse hat der Verfasser eine Reihe praktischer Versuche durchgeführt[2]).

2. Versuchseinrichtung

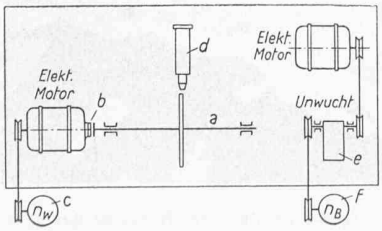
Die Eigenschwingungszahlen, die einer beliebigen Wellendrehzahl zugeordnet sind, werden durch eine periodische Kraft von aussen her erregt. Neben die mit einer Schwungscheibe besetzte Welle wurde auf ein gemeinsames Fundament eine umlaufende Unwucht e (Bild 2) gesetzt, die, durch einen Elektromotor angetrieben, periodisch veränderliche Massenkräfte mit der erforderlichen Stärke und Frequenz auf die Wellenlager übertragen konnte. Die Grösse des Schwingungsausschlages der Welle und damit die gute Messbarkeit der auftretenden Schwingungen ersten und zweiten Grades hängt von den Massenkräften ab. Um diese Kräfte gut auf die Versuchsanordnung zu übertragen, wurden Versuchsanordnung und Erregervorrichtung auf ein möglichst starres Fundament gesetzt.

In Bild 1 ist die Versuchseinrichtung für den Fall, dass die Schwungmasse symmetrisch zwischen den Lagern auf der Welle sitzt, schematisch dargestellt, während Bild 2 die gleiche Vorrichtung mit der Schwungmasse auf dem überstehenden Ende der Welle zeigt. Die Welle a, die in Pendelkugellagern läuft, wird durch einen Elektromotor über eine Gummikupplung b angetrieben. Die zur Erregung der Schwingung benötigte Unwucht besteht aus einem Gewicht e, das exzentrisch auf eine Achse aufgekeilt ist und durch einen Elektromotor über einen Riemenantrieb in rotierende Bewegung versetzt wird. Die Wellen- und die Unwuchtdrehzahlen werden durch zwei Drehzahlmesser c und f festgestellt, die nach den Vorversuchen zur Verhütung von Beschädigungen vom eigentlichen Versuchsfundament heruntergenommen werden mussten. Zur Beobachtung der Schwingungsausschläge wurde ein kleines Messmikroskop d mit einer Masstabskala im Okular benutzt, das auf den gut beleuchteten Rand der Schwungscheibe eingestellt war. Im Ruhezustand oder bei langsamen Umdrehungen der Welle erschien der Scheibenrand als Strich; er zog sich im Gebiet der Eigenschwingungszahl zu einem mehr oder weniger breiten Band auseinander.

In Vorversuchen wurde festgestellt, dass die Richtung der einwirkenden periodischen Kraft von Einfluss auf die Grösse des Schwingungsausschlages ist. Die in den Bildern dargestellte Anordnung der Unwucht ergab den für die Versuche günstigsten, grössten Schwingungsausschlag. Durch Auswechseln der Unwuchtgewichte konnte der Maximalwert der Kraft bei den verschiedenen Unwuchtdrehzahlen in der erforderlichen Grenze von 200 bis 600 kg gehalten werden.

[1]) SBZ 1948, Nr. 3, S. 31. Siehe auch *O. Föppl:* Mitt. d. Wöhler-Instituts, Heft 40.

[2]) S. auch *A. Romanowski:* Dissertation, Verlag Fr. Vieweg, Braunschweig, 1948.



Legende zu Bild 1 und 2:
a Welle
b Gummikupplung
c Drehzahlmesser
d Mikroskop
e Unwucht
f Drehzahlmesser

Bild 1. Versuchseinrichtung mit symmetrisch angeordneter Schwungmasse

3. Symmetrische Lagerung der Schwungmasse

Für die Untersuchung dieser Anordnung wurde eine Welle aus Leichtmetall «Lautal» mit einem Durchmesser $d = 6{,}5$ mm und einer Stützweite $l = 320$ mm benutzt. Die Lagerstellen waren auf einen Durchmesser von 10 mm verstärkt. Die Schwungmasse war als Scheibe mit einem Durchmesser $D = 260$ mm, einer Breite $B_1 = 2{,}5$ mm und einer Nabenbreite $B_2 = 15$ mm ausgebildet. Die Scheibe wurde mit Pressitz auf die Welle gebracht. Bei der Berechnung der Eigenschwingungszahlen wurde die Länge des Wellenstückes in der Nabe, unter der Annahme, dass Welle und Scheibe als ein Stück betrachtet werden können, auf den Wellendurchmesser $d = 6{,}5$ mm reduziert. Die reduzierte Länge dieses Wellenstückes war kleiner als 0,001 mm und wurde vernachlässigt. Der Berechnung wurde deshalb die Messlänge $l_{red} = 305$ mm zu Grunde gelegt. Wie sich später herausstellte, erhielt man mit dieser Reduzierung Ergebnisse, die den beim Versuch wirklich vorherrschenden Verhältnissen sehr nahe kamen.

In der Praxis wird die versteifende Wirkung der Scheibennabe auf die Welle häufig unberücksichtigt gelassen. C. Biezeno und R. Grammel berücksichtigen sie mit der Maxwellschen Einflusszahl α[3]). Die Berechnung der Eigenschwingungszahlen für die Biege- und die Taumelschwingung der nicht umlaufenden Welle ergab bei einer Schwungscheibenmasse $m = 1{,}1/981$ kg s²/cm und einem axialen Massenträgheitsmoment $\Theta_y = 0{,}0449174$ cm kg s²:

$$n_1 = 945 \text{ 1/min und } n_2 = n_{B_0} = 2295 \text{ 1/min}$$

Bei den nachfolgenden praktischen Untersuchungen wurden folgende Werte ermittelt:

$$n_1 = 930 \text{ 1/min und } n_2 = n_{B_0} = 2300 \text{ 1/min}$$

Die Eigenschwingungszahl n_1 für die Biegeschwingung wurde als kritische Drehzahl und n_2 für die Taumelschwingung bei nicht umlaufender Welle durch Erregung mittels Unwucht festgestellt. Der grösste Schwingungsausschlag am Scheibenrand betrug im zweiten Falle $\pm$ 0,45 mm.

Bei Drehzahlen der Welle bis 100 1/min konnten sowohl Gleichlauf- wie auch Gegenlaufschwingungen einwandfrei festgestellt werden (Bild 3). In diesem Gebiet stellten sich stets zwei Maximalwerte ein, von denen der erste, mit Ausnahme des Gegenlaufs bei $n_W = 50$ 1/min stets tiefer und der zweite stets höher lag als n_{B_0}.

Die Untersuchung der Eigenschwingungszahlen n_B für den Gleichlauf wurde bei Wellendrehzahlen $n_W = 50$, 85,

[3]) *C. Biezeno* und *R. Grammel:* Techn. Dynamik, 1939, S. 776.

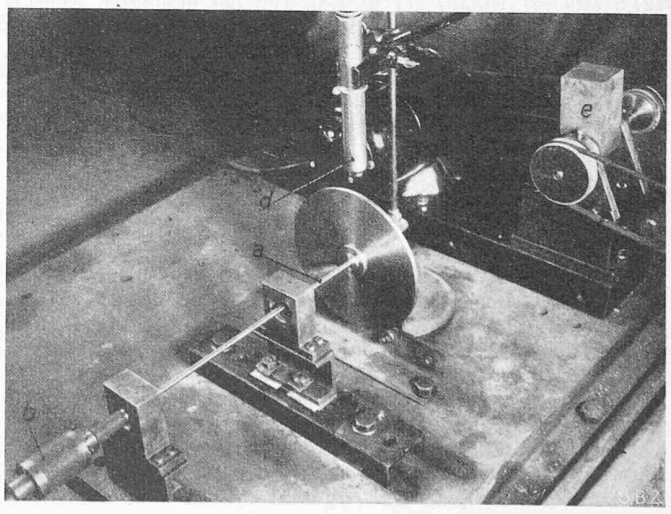


Bild 2. Versuchseinrichtung mit Schwungmasse auf dem überstehenden Wellenende

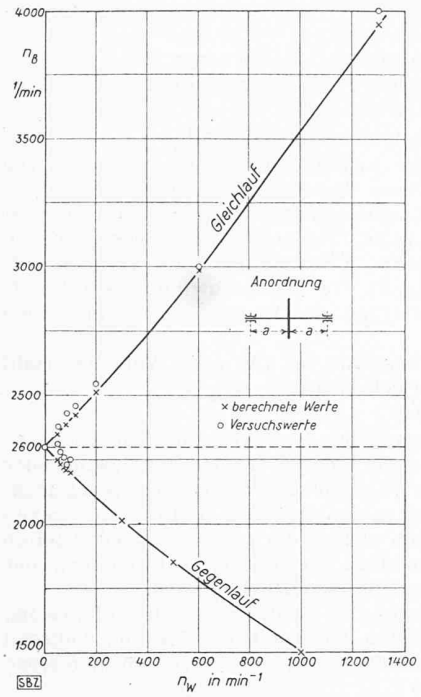


Bild 3. Eigenschwingungszahl n_B des Gleich- und Gegenlaufs in Abhängigkeit von der Wellendrehzahl n_W. Symmetrische Anordnung der Schwungmasse

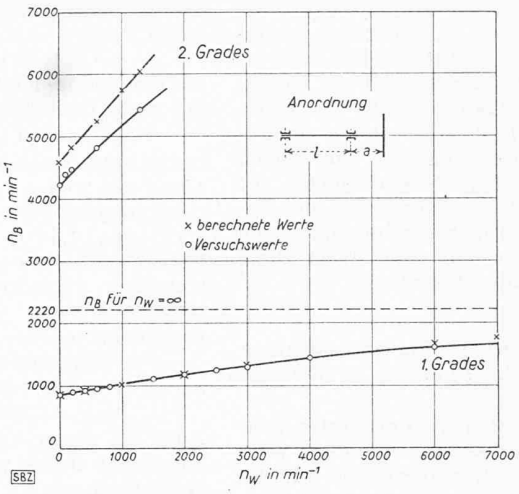


Bild 4. Eigenschwingungszahl n_B in Abhängigkeit von der Wellendrehzahl n_W. Schwungmasse auf dem überstehenden Wellenende

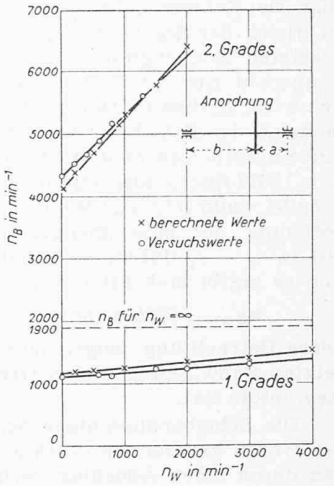


Bild 5. Eigenschwingungszahl n_B in Abhängigkeit von der Wellendrehzahl n_W. Schwingungsmasse unsymmetrisch angeordnet

120, 200, 600 und 1300 1/min durchgeführt. Die dabei ermittelten Werte sind in Tabelle 1 und Bild 3 im Vergleich mit den nach der Gleichung[4])

(1) $$\omega_{B\,gl.} = \omega_W + \sqrt{\omega_{B_0}^2 + \omega_W^2}$$

berechneten Werten aufgetragen. Die Abweichung der berechneten Werte vom Versuchsergebnis ist in % angegeben.

Bild 3 zeigt die Rechnungs- und Versuchswerte und zwar n_B in Abhängigkeit von n_W. Für den Gleichlauf zeigt die Kurve, dass sich mit steigender Drehzahl n_W die zugehörige Eigenschwingungszahl n_B zu höheren Werten verschiebt. Die Kurve $n_B = f(n_W)$ wird nach Gleichung (1) durch eine Hyperbel dargestellt, deren eine Asymptote durch die n_W-Axe gebildet wird, während die andere gegen die n_W-Axe geneigt ist. Für $n_W = 0$ ist $n_B = n_{B_0} = n_2$ und für $n_W = \infty$ wird $n_B = \infty$.

Die Schwingungen des Gegenlaufs wurden bei den Wellendrehzahlen $n_W = 50, 60, 75, 85, 100, 120$ und 300 pro min ermittelt. Hierbei zeigte es sich, dass der Schwingungsausschlag mit steigender Wellendrehzahl immer kleiner wurde und bei $n_W = 120$ nicht mehr einwandfrei zu beobachten war. Der maximale Schwingungsausschlag war beim Gegenlauf höchstens halb so gross wie der des Gleichlaufs bei gleicher Wellendrehzahl. Die bei den Versuchen ermittelten Ergebnisse und die nach Gleichung

(2) $$\omega_{BG_g} = -\,\omega_W + \sqrt{\omega_{B_0}^2 + \omega_W^2}$$

berechneten Werte sind in Tabelle 2 einander gegenüber gestellt. Auf Grund der Versuchsergebnisse kommt man zum Schluss, dass Gegenlaufschwingungen nur beobachtet werden können, wenn das Verhältnis der Eigenschwingungszahl des Gegenlaufs n_B zur zugehörigen Drehzahl n_W grösser ist als 20 : 1.

[4]) Mitt. d. Wöhler-Instituts, Heft 40.

Mit steigender Wellendrehzahl n_W (Bild 3) sinkt die Eigenschwingungszahl n_B des Gegenlaufs und wird für $n_W = \infty$ theoretisch Null. Die schnelle Abnahme des Schwingungsausschlages infolge der wachsenden Werkstoffdämpfung zeigt, dass der Gegenlauf nur bei niedrigen Wellendrehzahlen in Erscheinung tritt und deshalb praktisch keine Bedeutung hat.

4. Masse auf dem überstehenden Wellenende

Hierfür wurde eine Welle aus Silberstahl mit einem Durchmesser $d = 6{,}0$ mm und einer Stützweite $l = 214$ mm verwendet. Das Wellenende stand um $a = 105$ mm vor. Die Schwungscheibe hatte mit einem Durchmesser $D = 180$ mm und einer Breite $b = 5{,}0$ mm eine Masse $m = 1{,}13/981$ kg s²/cm und ein axiales Massenträgheitsmoment $\Theta_y = 0{,}020619$ cm kg s².

Bei dieser Anordnung (Bild 2) lassen sich, wie bei der symmetrischen, die Biege- und die Taumelschwingung nicht mehr trennen, sondern es tritt eine aus beiden Bewegungen zusammengesetzte Schwingung ersten und zweiten Grades auf. Die beiden Eigenschwingungszahlen n_I und n_{II} der nicht umlaufenden Welle sind:

$$n_I = 855 \text{ 1/min und } n_{II} = 4600 \text{ 1/min}$$

Durch die praktische Untersuchung wurden ermittelt:

$$n_I = 850 \text{ 1/min und } n_{II} = 4220 \text{ 1/min}$$

Die berechneten Werte weichen vom Versuchsergebnis um 0,5 % bzw. 8 % ab. Die kritische Drehzahl lag bei $n_K = 960$ 1/min.

Die praktischen Versuche zeigten bei ansteigender Wellendrehzahl n_W eine Verschiebung der Eigenschwingungszahlen ersten und zweiten Grades zu höheren Werten (Bild 4). Die theoretischen Werte wurden unter Anwendung eines reduzierten Trägheitsmomentes Θ_{red} berechnet[5]). Wie man aus Bild 4 ersieht, stimmen für die Schwingung ersten Grades die berechneten mit den Versuchswerten gut überein, während für die Schwingung zweiten Grades die Abweichung 8 bis 9 % beträgt.

Die Kurve für die Schwingung ersten Grades hat zwei charakteristische Punkte, die für ihren Verlauf bestimmend

[5]) Siehe Fussnote 1.

Tabelle 1. Berechnete und gemessene Eigenschwingungszahlen für Gleichlauf

Wellendrehzahl n_W 1/min	n_B berechnet 1/min	n_B gemessen 1/min	Abweichung %
0	2295	2300	< 0,5
50	2351	2380	1,2
85	2387	2430	1,8
120	2427	2460	1,4
200	2512	2550	1,5
600	2980	3000	0,5
1300	3940	4000	1,5

Tabelle 2. Berechnete und gemessene Eigenschwingungszahlen für Gegenlauf

Wellendrehzahl n_W	n_B berechnet	n_B gemessen	Abweichung %
0	2295	2300	< 0,5
50	2245	2310	2,7
60	2236	2280	2,0
75	2221	2260	1,7
85	2212	2230	0,8
100	2197	2250	2,4
120	2178	—	
300	2014	—	

sind. Der Schnittpunkt der Kurve mit der Ordinate ($n_W = 0$) ist gleich der Eigenschwingungszahl $n_{B_0} = n_I$ der zusammengesetzten Schwingung. Ein zweiter Punkt ist die Schwingungszahl für den Fall, dass die Wellendrehzahl n_W unendlich wird. In diesem Fall wird auch das reduzierte Trägheitsmoment der Scheibe unendlich, d. h. die tatsächlich umlaufende Scheibe macht keine Winkelausschläge (ψ_1 wird gleich $-\psi_2$). Es finden also nur noch parallele Verschiebungen der Scheibe senkrecht zur Wellenaxe statt. Führt man die Berechnung der zusammengesetzten Eigenschwingungszahlen mit $\psi_1 = -\psi_2$ durch, so erhält man nur *einen* Wert für $\varkappa$ und es ergibt sich für die untersuchte Anordnung:

$$n_{B\,\infty} = 2220 \text{ 1/min}$$

Diese Betrachtung zeigt, dass die Kurve der zusammengesetzten Schwingung ersten Grades im Punkt $n_B = 2220$ eine Asymptote hat.

Die Scheibenausschläge bei der Schwingung ersten Grades waren grösser als $\pm$ 0,8 mm (grössere Ausschläge wurden durch einen Anschlag verhindert), während sie für die Schwingung zweiten Grades $\pm$ 0,6 mm nicht überstiegen. Daraus ersieht man, dass die Schwingung ersten Grades die gefährlichere von beiden ist. Die genaue Grösse des Schwingungsausschlages ersten Grades liess sich nicht feststellen, da zur Vermeidung von plastischen Verformungen an der Welle eine Begrenzung des Ausschlages vorgenommen werden musste.

5. Masse unsymmetrisch zwischen den Auflagern

Die bei dieser Anordnung benutzte Welle war ebenfalls aus Silberstahl hergestellt, hatte aber nur einen Durchmesser $d = 5{,}0$ mm. Die Schwungscheibe war die gleiche wie bei der vorhergehenden Schwingungsanordnung. Der Abstand der Scheibe von den Auflagern betrug nach Reduzierung $a = 76{,}5$ mm und $b = 232{,}5$ mm (Bild 5).

Die Berechnung der zusammengesetzten Eigenschwingungszahlen n_I und n_{II} nach der im vorausgegangenen Abschnitt angegebenen Methode ergab für die nicht umlaufende Welle:

$$n_I = 1140 \text{ 1/min und } n_{II} = 4400 \text{ 1/min}$$

Bei den Untersuchungen am Modell wurden die Erregerzahlen der nicht umlaufenden Welle mit

$$n_I = 1100 \text{ 1/min und } n_{II} = 4340 \text{ 1/min}$$

festgestellt, während die kritische Drehzahl bei $n_K = 1200$ 1/min lag. Die Abweichung der Rechnungswerte der zusammengesetzten Schwingungen von den Versuchswerten beträgt 3,5 % bzw. 1,5 %. Sie kann, wie in den schon besprochenen Fällen, durch die ungenaue Kenntnis der beim Versuch auftretenden Verhältnisse, die die Eigenschwingungszahl mitbestimmen (z. B. Versteifung der Welle in der Nabe) hervorgerufen werden.

Die Eigenschwingungszahl n_B für eine Wellendrehzahl $n_W = \infty$ wurde rechnerisch ermittelt mit

$$n_{B\,\infty} = 1900 \text{ 1/min}$$

Auch bei dieser Anordnung trat, sowohl bei der Eigenschwingungszahl ersten wie auch zweiten Grades, mit wachsender Wellendrehzahl n_W eine Verschiebung der Eigenschwingungszahl n_B zu höheren Werten hin auf, Bild 5. Dort sind neben den Versuchswerten auch wieder die rechnerisch ermittelten Werte aufgetragen, wodurch die geringe Abweichung der beiden Kurvenpaare voneinander deutlich wird.

Die Grösse des maximalen Schwingungsausschlages lag für die Schwingung ersten Grades bei $\pm$ 0,4 mm, während für die Schwingung zweiten Grades $\pm$ 0,3 mm gemessen wurden.

6. Zusammenfassung

Die durchgeführten Untersuchungen haben gute Uebereinstimmung zwischen Theorie und Versuch ergeben. Die Untersuchungen der symmetrischen Anordnung haben die Bedeutungslosigkeit der Gegenlauferscheinungen für die Praxis erwiesen. Nur bei sehr geringen Drehzahlen können überhaupt die Eigenschwingungszahlen des Gegenlaufs nachgewiesen werden.

Un problème lausannois: L'aménagement de la Cité

711.4(494.45)

Ce problème, posé depuis des années aux architectes lausannois, passionne en ce moment l'opinion. Le Service des Bâtiments de l'Etat a, très opportunément, pris la décision de présenter au public le projet officiel d'aménagement du couronnement est de la Cité dont les éléments architecturaux sont dûs à l'architecte *A. Laverrière*[1]). C'est ainsi que la presse fut conviée à visiter cette exposition au Palais de Rumine et à entendre, après quelques paroles de M. Arthur Maret, Conseiller d'Etat, Chef du Département des Travaux publics, un exposé de M. *Ed. Virieux*, architecte de l'Etat. Ajoutons pour les lecteurs de la Schweiz. Bauzeitung qu'une autre contribution à ce problème a été apportée par les architectes *Gilliard* et *Raach* sous la forme d'un contre-projet inspiré par un «Comité de défense de la Cité» avec le soutien de la Municipalité de Lausanne[2]). C'est un des effets de la passion mise dans ce débat que l'absence au Palais de Rumine du projet Gilliard et Raach exposé présentement dans les salles de l'Exposition permanente de la construction.

La Cité de Lausanne (Fig. 1), rappelons-le brièvement tout en renvoyant le lecteur aux articles accompagnant la publication des projets, fut, jusqu'à la conquête bernoise, la résidence des évêques qui, régnant sur les quelques demeures groupées autour de la Cathédrale, n'étendirent cependant jamais leur juridiction aux quartiers voisins où s'agitait la communauté des bourgeois de Lausanne. C'est à la Cité que les Bernois installèrent leur bailli; c'est là, enfin, que siège aujourd'hui le Gouvernement Vaudois. Si la Cité n'est plus qu'un quartier de Lausanne, il n'est cependant pas contestable que ce quartier occupe une place à part, ne serait-ce que du fait que la presque totalité des bâtiments appartiennent à l'Etat. L'Etat y siège, y abrite son Parlement, y loge ses services administratifs, une partie enfin de son Université.

La partie ouest de la Cité présente, avec l'Académie, le spectacle tranquille d'un couronnement horizontal mettant en valeur les beaux volumes de la Cathédrale. Ce n'est pas le cas du versant est occupé par de vétustes demeures mal entretenues, dont la plupart n'ont aucun style et que l'Administration cantonale, très à l'étroit, se propose précisément de remplacer par de nouvelles constructions (Fig. 2). C'est ainsi que le projet Laverrière prévoit principalement la création d'une rangée de bâtiments (Fig. 3) bordant, sur 120 m environ la rue Cité-Derrière et terminé au sud, c'est-à-dire à proximité du chevêt de la Cathédrale, par un bâtiment abritant

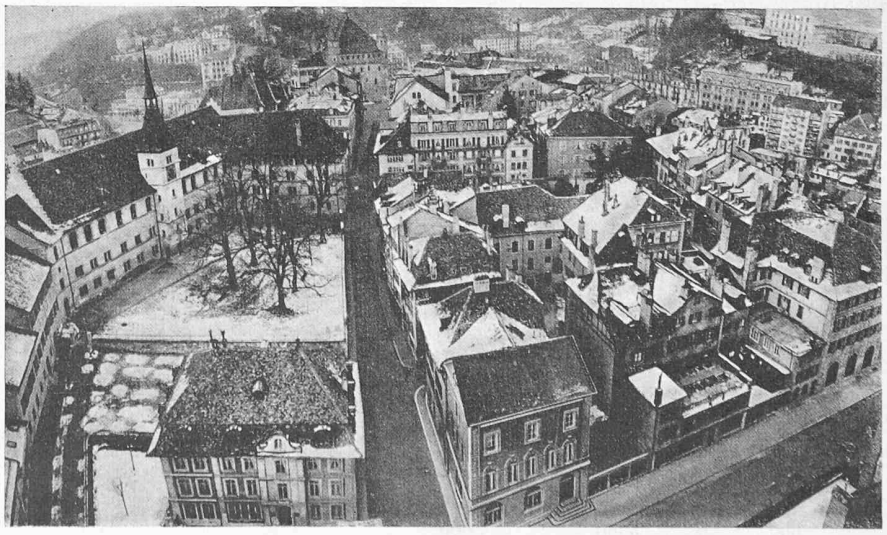


Fig 1. Vue d'ensemble de la Cité. Ordre à l'ouest, désordre à l'est de la Rue Cité Devant

[1]) «Bulletin Technique de la Suisse Romande» 1947, No. 19.

[2]) «Habitation» 1947, No. 1.