

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 66 (1948)
Heft: 31

Artikel: Strömungen durch Schaufelgitter
Autor: Grossmann, K.H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-56771>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 04.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

starr verbunden werden. Das Dachgespärre wurde auf einen 70 cm hohen Pendel aufgelagert und kann so horizontal frei spielen. Bild 23 zeigt das Windverbandlager bei der hinteren Windscheibe.

Die gesamte Stahlkonstruktion des Daches der Werft Kloten hat ein Gewicht von 50 kg/m² überdeckter Fläche.

Strömungen durch Schaufelgitter

DK 621-135

Von Ing. K. H. GROSSMANN, Arbon

Nachfolgend ist von Untersuchungen von *P. de Haller* und *W. Traupel* die Rede, denen die gegenwärtige Entwicklung der Gasturbine erhöhte Wichtigkeit verleiht.

P. de Haller hat vor längerer Zeit im Institut für Aerodynamik der E. T. H. die Vorarbeiten des elektrolytischen Tanks zur Untersuchung von Potentialströmungen durch ein (gerades, feststehendes) Schaufelgitter durchgeführt und die beiden möglichen Verfahren unlängst bekannt gegeben¹⁾. Man kann die elektrischen Potentiallinien entweder den hydrodynamischen Stromlinien oder den hydrodynamischen Potentiallinien entsprechen lassen. Auf die erste Art gelingt die mühsame elektrische Nachbildung jeder wirklichen, mit Zirkulation um die Schaufel verbundenen Potentialströmung, auf die zweite Art die ungleich bequemere Abbildung naturfremder Schaufelströmungen ohne Zirkulation. Gerade eine solche theoretische Strömung im elektrolytischen Tank zu erforschen, ist, wie *de Haller* hervorhebt, praktisch. In einer hervorragenden Arbeit²⁾ hat *W. Traupel* nämlich gezeigt, dass es genügt, eine einzige Potentialströmung durch ein gegebenes Gitter zu kennen, um daraus die Strömung bei jedem andern Anströmwinkel berechnen zu können. Die bekannte Strömung braucht nicht physikalisch möglich zu sein. Mit dem elektrisch erworbenen Bild einer wenn auch unwirklichen Strömung ausgerüstet, verschafft man sich nach *Traupels* Vorgang das Bild der interessierenden wirklichen Strömung.

1. Von einem geraden Schaufelgitter werde ein m mal grösseres Abbild angefertigt. Die Gitterabmessungen seien in der Längeneinheit L , die Modelldimensionen in der Einheit $L^* = mL$ gemessen, sodass entsprechende Strecken gleiche Masszahlen erhalten. So sei t zugleich die Masszahl der in der Einheit L gemessenen Gitterteilung, wie auch jene der Modellteilung, gemessen in L^* .

Das Modell jeder Schaufel sei ein zylindrischer Isolator vom Schaufelprofil; eine Reihe solcher Isolatoren wird in eine elektrolytische Schicht von der Dicke h (L^*) und dem spezifischen Widerstand ϱ (ΩL^*) gestellt, senkrecht zur Pfeilrichtung n , Bild 1. Genügend weit ober- und unterhalb des Isolatorengitters ist der Elektrolyt durch zwei gleichfalls zu n senkrechte Leiter I, II abgeschlossen. Setzt man sie unter Spannung, so stellt sich zwischen ihnen eine ebene elektrische Strömung im Elektrolyten ein. Die Stromlinien treten senkrecht aus dem Leiter I aus, schlüpfen zwischen den Isolatoren durch und münden senkrecht in den Leiter II. Eine Ausnahme machen jene Stromlinien, die je einen Isolator in einem Punkt a treffen, sich dort in zwei dessen Umriss entlang laufende Äste verzweigen und im Vereinigungspunkt b der beiden Äste das Schaufelprofil wieder verlassen. In Bild 1 sind allein diese besonderen Stromlinien, und zwar jede doppelt, eingezeichnet. Seitlich denke man sich den Elektrolyten durch zwei stromlinienförmig gedachte, stückweise gerade ausgeführte Isolatoren begrenzt. Diese Stilisierung der Stromlinienform wird das Feld in genügendem Abstand von der Berandung nicht merklich stören.

Da die Zirkulation der elektrischen Feldstärke um jede geschlossene, beliebig im Elektrolyten verlaufende Kurve verschwindet, ist nach angelegter Spannung das elektrische Potential Φ (Volt) im ganzen Elektrolyten eindeutig bestimmt und mittels Sonde, Wheatstone'scher Brücke und Nullspannungszeiger ausmessbar.

Längs der Leiter I und II hat die Feldstärke den merklich konstanten Wert

$$(1) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial n^*} = \frac{\varrho I}{h t}$$

¹⁾ Im «Bulletin Technique de la Suisse Romande» 1947, No. 3, inzwischen auch in der «Technischen Rundschau Sulzer» 1947, Nrn. 3/4.

²⁾ Vortrag am VI. Internationalen Kongress für angewandte Mechanik, Paris 1946. — In das Manuskript der demnächst in der «Technischen Rundschau Sulzer» erscheinenden Arbeit hat mir Dr. Traupel freundlicherweise Einsicht gewährt.

Hierin ist I die auf die Modellteilung entfallende Stromstärke (Amp.). Das Zeichen * erinnert daran, dass bei der Ableitung der Feldstärke aus Φ die Modelleinheit L^* zu benutzen ist.

2. Eine sich den Schaufeln anschmiegender, als inkompressibel, quellen- und wirbelfrei angenommene Gasströmung vom Geschwindigkeitspotential φ (L^2/s) durch das Gitter habe weit stromauf und -abwärts die Richtung n , so dass die Zirkulation um jede Schaufel Null ist. Die Geschwindigkeit sei dort c (L/s):

$$(2) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} = c$$

Bei der Ableitung der Geschwindigkeit aus φ ist die Längeneinheit L zu benutzen.

In ähnlichen Koordinatensystemen erhalten entsprechende Punkte im Strömungsfeld und im Tank die nämlichen Koordinaten x, y . Der Vergleich von (1) mit (2) und der übrigen Randbedingungen zeigt, dass $\varphi(x, y)$ den selben Bedingungen unterliegt wie $k\Phi(x, y)$, wobei

$$k = \frac{h t c}{\varrho I}$$

Mithin gilt für entsprechende Punkte

$$\varphi = k \Phi$$

Die so gefundene Potentialverteilung φ gestattet, in der Gitterebene ein Strömungsnetz zu entwerfen. Da c längs der Leiter I und II konstant ist, kann jeder Stromlinie der zugehörige Wert der Stromfunktion ψ (L^2/s) ohne weiteres beigegeben werden. Die Gitterebene als komplexe Zahlen-ebene aufgefasst, ist damit das komplexe Potential $W = \varphi + i\psi$ der in Bild 1 angedeuteten Strömung in jedem Punkt z des Strömungsfeldes ermittelt:

$$(3) \quad W = F(z)$$

3. Unsere Strömung ist physikalisch nicht realisierbar, da sie der Abflussbedingung nicht genügt, derzu folge der hintere Staupunkt b in die Schaufelspitze fallen muss. Das schadet nichts: Die von *Traupel* der erforschten partikulären Strömung zugewiesene Aufgabe ist einzig die, als Gerüst einer konformen Abbildung der unbegrenzt ausgedehnten, durch die Schaufelprofile durchlöcherten, den Punkt ∞ nicht enthaltenden z -Ebene (Gebiet G) auf ein jetzt zu beschreibendes Gebiet G^* zu dienen.

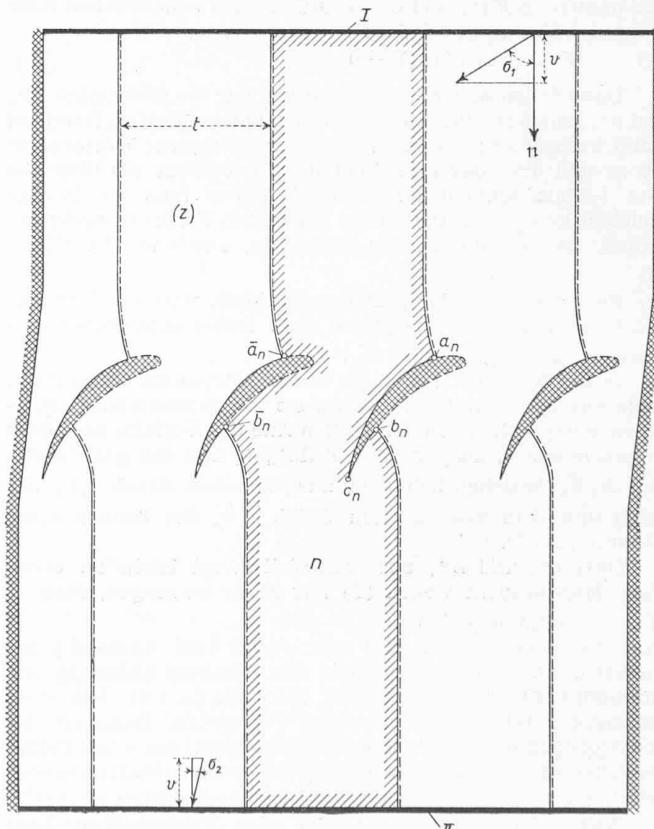


Bild 1

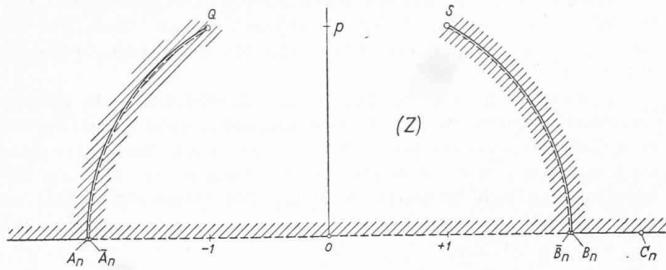
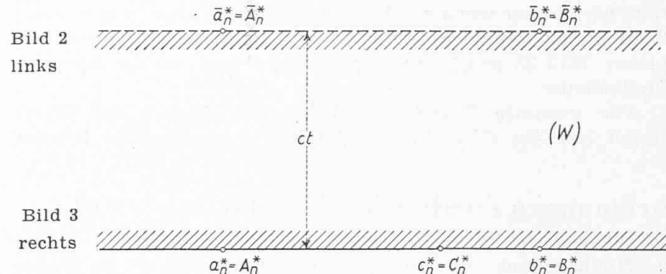


Bild 2 links



Während G sich aus den Feldern $1, 2 \dots n \dots$ zusammensetzt, die zwischen je einer gestrichelten und einer ausgezogenen der in Bild 1 gezeichneten Stromlinien liegen, besteht das Z -Gebiet G^* aus einer Reihe von passend aufgeschlitzten und aneinandergehefteten Halbebene $1, 2 \dots n \dots$, den oberen Hälften je eines Gauss'schen Zahlenblatts. Bild 2 gibt das n -te dieser Blätter wieder. Aus jeder Halbebene seien die Punkte $Q: -1 + ip$ und $S: +1 + ip$ ausgenommen, dagegen enthalte sie den Punkt ∞ .

Auf jeder Z -Halbebene sei eine Strömung durch die folgenden Bedingungen bestimmt: a) Die reelle Axe ist Stromlinie. b) In Q befindet sich eine Quelle von der Quellstärke ct , in S eine Senke von der Quellstärke $-ct$. c) Im Unendlichen wird die Geschwindigkeit Null.

Für diese leicht zu berechnende Strömung ist der zur reellen Axe senkrechte Halbkreis durch Q und S Stromlinie. Schneidet man diesen Halbkreis beidseitig von den Schnittpunkten mit der reellen Axe bis zu Q und S auf, so ist auf der aufgeschlitzten Halbebene das komplexe Strömungspotential W eindeutig bestimmt:

$$(4) \quad W = G(Z)$$

Durch die Zuordnung (3) wird der n -te Streifen der Z -Ebene offenbar umkehrbar eindeutig auf den in Bild 3 skizzierten Streifen von der Breite ct der W -Ebene abgebildet. Die zur reellen Axe parallelen Ränder dieses Streifens sind die Bilder der beiden Ränder jenes Streifens.

Da auf dem Z -Blatt, Bild 2, die zu der ausgezogenen und die zu den gestrichelten Stromlinien gehörigen Werte der Stromfunktion sich um ct unterscheiden, bildet die Zuordnung (4) die aufgeschlitzte Z -Halbebene gleichfalls auf einen Streifen der W -Ebene von der Breite ct ab, dessen zur reellen Axe parallele Ränder die Bilder jener beiden Stromlinien sind. Die additiv in $F(z)$ und $G(Z)$ enthaltenen willkürlichen Konstanten wähle man so, dass

$$(5) \quad W(A_n) = W(a_n) = 0$$

Dann fallen in der W -Ebene nicht nur die Bildpunkte A_n^* und a_n^* , sondern auch die beiden genannten Streifen, Rand auf Rand, zusammen; der darin enthaltene komplexe Wertevorrat ist sowohl über das n -te Feld der Gitterebene als über das n -te Z -Blatt schlicht ausgeteilt. Indem man die Punkte gleichen komplexen Potentials der beiden Felder einander zuordnet, ist eine umkehrbar eindeutige, konforme Abbildung

$$(6) \quad z = f(Z)$$

der Felder aufeinander gestiftet-konform, weil die Funktionen $F(z)$ und $G(Z)$ analytisch sind. Dabei entsprechen einander a_n und A_n , \bar{a}_n und \bar{A}_n .

In der W -Ebene liegen die beiden Bildpunkte b_n^* und B_n^* beide auf der reellen Axe. Wenn sie wie in Bild 3 zusammenfallen, entsprechen von der reellen Axe des Z -Blatts der durch ∞ geschlossene, ausgezogene Teil $A_n B_n$ und der gestrichelte Teil $\bar{A}_n \bar{B}_n$ beziehentlich dem ausgezogenen Stück $a_n b_n$ des einen und dem gestrichelten Stück $\bar{a}_n \bar{b}_n$ des benachbarten Schaufelprofils.

Dass b_n^* und B_n^* zusammenfallen, ist leicht zu erreichen. Man braucht wegen (5) nur dafür zu sorgen, dass

$$(7) \quad \varphi(B_n) = \varphi(b_n)$$

wird. (5) vorausgesetzt, ist aber $\varphi(B_n)$ vom Abstand p der Punkte Q und S von der reellen Axe monoton abhängig und durchläuft für $0 < p < \infty$ das Intervall $(\infty, 0)$. Bei einer bestimmten Wahl von p ist daher (7) erfüllt. Dann ist der aus Profilpunkten bestehende Berandungsteil des n -ten Feldes der Gitterebene auf die reelle Axe des n -ten Z -Blatts abgebildet, z.B. die Schaufelspitze c_n auf einen bestimmten Punkt C_n .

Was von dem n -ten, gilt von allen Felderpaaren. Legt man die Z -Blätter der Reihe nach aufeinander und klebt die

gestrichelten Ufer $Q \bar{A}_n$ und $\bar{B}_n S$ des n -ten an die ausgezogenen Ufer $Q A_{n+1}$ und $B_{n+1} S$, so bewirkt die auf das so entstandene Gebiet G^* ausgedehnte Funktion (6) eine umkehrbar eindeutige, konforme Abbildung von G^* auf G , bei der die Schaufelpprofile den reellen Axen der Blätter von G^* entsprechen. Wird in G eine zur Gitteraxe parallele Gerade 1) unbegrenzt stromaufwärts, 2) immer weiter stromabwärts verschoben, so zieht sich ihre Bildkurve 1) auf Q , 2) auf S zusammen.

4. Von jeder Potentialströmung durch das Gitter, auf G , entwirft unsere konforme Abbildung eine Potentialströmung auf G^* . σ_1 und σ_2 seien der An- und der Abströmwinkel, d.h. die Geschwindigkeit habe weit stromaufwärts die Komponenten $v, v \operatorname{tg} \sigma_1$, weit stromabwärts die Komponenten $v, v \operatorname{tg} \sigma_2$, Bild 1. Dann ist für die Bildströmung Q eine Wirbelquelle von der Quellstärke vt und der Wirbelstärke $-vt \operatorname{tg} \sigma_1$, S eine Wirbelsenke von der Quellstärke $-vt$ und der Wirbelstärke $+vt \operatorname{tg} \sigma_2$. Betrachten wir, auf dem n -ten Z -Blatt, das Bild der Strömung im n -ten Gitterfeld! Auf jedem Z -Blatt ist die reelle Axe als Bild von Profilstücken Stromlinie und der Punkt ∞ Staupunkt. Dies deshalb, weil sonst der Potentialunterschied zwischen A_n und B_n , d.h. zwischen a_n und b_n , unendlich würde. Bei gegebenen Werten v, σ_1, σ_2 ist die Bildströmung demnach ohne weiteres berechenbar. Gegeben sind aber nur v und der Anströmwinkel σ_1 . Den Abströmwinkel σ_2 liefert die Abflussbedingung, wonach c_n und daher auch C_n Verzweigungspunkte sind: Dass die Geschwindigkeit in C_n Null ist, äußert sich in einer Beziehung

$$F(\sigma_1, \sigma_2) = 0,$$

aus der sich σ_2 in Funktion von σ_1 , und damit das komplexe Potentialfeld auf dem Z -Blatt ergibt. Indem man das in einem generellen Punkt Z berechnete Potential dem Z gemäss (6) entsprechenden Punkt z der Gitterebene erteilt, ist die Aufgabe, das einem beliebigen Anströmwinkel entspringende Potentialfeld zu ermitteln, gelöst.

Kriegseinflüsse auf die belgische Elektrizitätswirtschaft

DK 621.311(493)

Nach einem Bericht von E. Wettreich, Brüssel, in «Elektrizitätsverwertung» Nr. 10 vom Januar 1948 entwickelte sich der Energieverbrauch in Belgien in den Jahren 1938 bis 1946 gemäss Bild 1. Von den vor dem Krieg bestehenden Produktionsanlagen sind auf Tabelle 1 einige Zahlen zusammengestellt. Zur eigenen Erzeugung kam ein Einfuhrüberschuss von rd. 60 Mio kWh, hauptsächlich aus Deutschland. 53 % der selbsterzeugten Energie stammte aus industrieigenen Werken und nur 5 % aus Werken der öffentlichen Hand.

Bei der Invasion im Mai 1940 traten nur verhältnismässig geringfügige Schäden auf. In der Folge musste der Energiebezug sehr stark eingeschränkt werden,

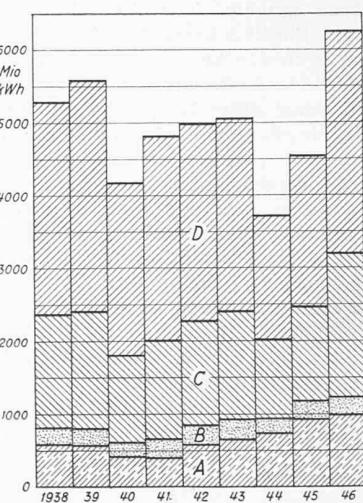


Bild 1. Elektrizitätsverbrauch in Belgien 1938 bis 1946.
A Haushalt und Kleingewerbe
B Verkehr
C Industrie aus allgem. Versorgung
D Industrie aus eigenen Werken