

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 65 (1947)  
**Heft:** 49

**Artikel:** Neue Grundlagen der Materialprüfung und der Festigkeitslehre  
**Autor:** Brandenberger, H.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-55992>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 20.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Neue Grundlagen der Materialprüfung und der Festigkeitslehre

Von Dr. sc. techn. H. BRANDENBERGER, Privatdozent an der E. T. H., Zürich

DK 539.4.011

Der Bauschinger-Effekt, der die Spannungsverfestigung für eine gleichsinnige Beanspruchung experimentell bestätigt, spielte in der Literatur des vorigen Jahrhunderts eine grosse Rolle, während er von den Vertretern der Elastizitätstheorie dieses Jahrhunderts fast nicht erwähnt wird, weil er von ihnen auch nicht erklärt werden kann. Da die jetzige Elastizitätstheorie innere Spannungen nicht nachweisen konnte, so musste man die dreiachsig Verformung, die beim einseitigen Fliessen auftritt, als ein dreiachsiges Fliessen ansehen. Das Material wurde in seinem Verhalten nicht verstanden.

Besonders schätzen müssen wir es, dass es zu allen Zeiten Männer gegeben hat, die offen zugestanden, dass das was uns als Wissenschaft gelehrt wird, noch keine volle Einsicht in das Material gestattet und die inneren Vorgänge nicht zu erklären vermochten. Es wird uns gewissermassen als jüngere Generation die Aufgabe zu teil, den Mangel der bisherigen Elastizitätstheorie aufzuzeigen und eine neue Lösung organisch zu entwickeln. Ich bitte den Weg des Erkennens mit mir zu beschreiten, damit diese neue Theorie nicht bloss eine Hypothese bleibt, die man glauben oder ablehnen müsste. Wir wollen uns hier mit der Wirklichkeit beschäftigen, das Naturgeschehen, das im Material vor sich geht, zahlenmässig untersuchen und erfassen, um die Gewissheit zu erlangen, dass die Grundlagen, die wir in Zukunft bei der Berechnung unserer Bauwerke anwenden, auch tatsächlich der Wirklichkeit entsprechen.

Der Wunsch und das Bedürfnis, das Material in seinem Verhalten beim Bruch zu verstehen, reicht bereits auf mehr als 150 Jahre zurück. Lassen wir hierüber die hervorragendsten Vertreter der Wissenschaft der letzten drei Generationen selbst zu Worte kommen:

Otto Mohr, 1901 [1]\*: «Im Verkehr mit einsichtigen Fachgenossen bin ich nicht selten der Meinung begegnet, es sei ein eitel Bemühen, der Festigkeitslehre eine wissenschaftliche Grundlage zu geben. Homogene Körper — so hielt man mir entgegen — kommen in der Natur nicht vor, homogene Spannungszustände ebensowenig. Ein Elementargesetz aus der Erfahrung abzuleiten, ist daher unmöglich. Die vorhandenen Unregelmässigkeiten sind von der Art, dass sie jede Gesetzmässigkeit fast vollständig verdecken, und den halbverwischten Spuren solcher Gesetze weiter nachzugehen, hat kaum ein erhebliches Interesse. Es bleibt nichts anderes übrig, als in jedem wichtigen Fall besondere Versuche anzustellen und sich um die physikalische Deutung der Ergebnisse nicht zu kümmern. Ich habe jedesmal zugeben müssen, dass sich gegen diese Ansichten nicht viel einwenden lässt. Und dennoch wiederholt sich seit mehr als hundert Jahren der Versuch, in die verwirrende Fülle der Erfahrungen Ordnung zu bringen. Wenn es gelingen sollte, Regeln zu finden, denen sich viele Erfahrungen unterordnen, selbstverständlich solche, denen man Vertrauen schenken darf, so würde damit vielleicht kein Elementargesetz, wohl aber ein Hilfsmittel gewonnen sein, um neue Ergebnisse der Erfahrung auf ihre Wahrscheinlichkeit zu prüfen».

E. Heyn hielt am 7. Juli 1918 an der Mitgliederversammlung der Gesellschaft Deutscher Metallhütten und Bergleute in Berlin einen Vortrag [2], den er folgendermassen begann: «Zerreissversuche mit Metallen werden täglich wohl zu Tausenden ausgeführt. Man könnte daher meinen, dass die Verhältnisse bei diesem anscheinend so einfachen Versuchsverfahren nach jeder Richtung hin geklärt seien, und dass sich hierüber schwerlich etwas irgendwie Förderliches und nicht schon Bekanntes sagen liesse. Eine solche Meinung würde allerdings ein entschiedener Irrtum sein. Die Versuche sind zwar in einfachster Weise durchführbar, aber die dabei auftretenden Vorgänge sind keineswegs einfach, sondern im Gegenteil recht verwickelt. Woran es uns vor allem fehlt, ist die richtige Deutung der Ergebnisse des Zerreissversuches. Er spricht zum grossen Teil eine geheime Sprache, die wir mangels des geeigneten Schlüssels nicht verstehen».

Professor M. ten Bosch drückt im Jahre 1940 in seinem

\* Die Zahlen in eckigen Klammern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Schluss des Aufsatzes.

Buche [3] auf Seite 17 seine Unzufriedenheit über den Stand der Grundlagenforschung in der Festigkeitslehre folgendermassen aus: «Immer deutlicher zeigt es sich, dass die gebräuchliche «elementare» Festigkeitslehre als Grundlage für die Berechnung versagt und naturgemäß versagen muss. Je tiefer man in die einzelnen Aufgaben eindringt, um so deutlicher erkennt man, dass die Grösstzahl der praktisch wichtigsten Grundlagen des Maschinenbaues zur Zeit noch gar nicht geklärt sind. Man spricht und schreibt von einer «Krisis in der Festigkeitslehre» und rüttelt an dem mathematisch festgefügten und in sich geschlossenen Aufbau der Elastizitätstheorie. Das ganze wissenschaftliche Fundament für die Berechnung der Maschinenteile scheint zu wanken und wenig tragfähig (sumpfig) zu sein. — Der Konstrukteur steht deshalb den Ergebnissen der Elastizitätstheorie oft mit Misstrauen gegenüber und stützt sich wieder mehr auf die Erfahrung (den Versuch). Allgemein hört man auch aus der Praxis den Ruf nach einer «wirklichkeitsgetreuen» Berechnung der Maschinenteile. Dieser Ruf ist nicht neu; schon Prof. C. von Bach war immer bestrebt, die Berechnung mit der Erfahrung in Uebereinstimmung zu bringen. Die Theorie kann nur so lange gültig sein, als ihre Voraussetzungen praktisch erfüllt sind» und weiter auf Seite 73: «Zusammenfassend ist festzustellen, dass zur Zeit leider noch keine allgemein gültige Erklärung der Bruchgefahr bekannt ist und in absehbarer Zeit auch nicht zu erwarten ist».

Die Aufgabe, welche äusseren Kräfte man anbringen muss, um das Gleichgewicht an einem herausgeschnittenen Körper zu erhalten, kann mit Hilfe der Mohrschen Spannungskreise, als Ermittlungsverfahren der Spannungen in einzelnen Oberflächen, gelöst werden. Man darf aber nicht glauben, man könne dann die an einer gedachten Schnittfläche aussen anzubringenden Spannungen gleich den im Innern tatsächlich auftretenden Spannungen setzen.

Der feste zähe Körper besitzt einen zweifachen Widerstand, nämlich einen gegen eine Raumänderung, wie eine Flüssigkeit, und einen gegen eine Formänderung, als charakteristische Eigenschaft eines festen Körpers und zum Unterschied von einer Flüssigkeit. Während sich der Widerstand gegen eine Raumänderung nach allen Seiten mit gleicher Grösse auswirkt, ist der Widerstand gegen eine Formänderung nur nach den Seiten bemerkbar, nach denen eine Änderung der Lage der Teilchen in einer Richtung vor sich geht.

Nun lassen sich in jedem beanspruchten Körper drei Richtungen so bestimmen, dass nur Normalkräfte als äussere Spannungen auftreten. Wird ein Würfel nach diesen Achsen, die Hauptspannungsrichtungen genannt werden, ausgerichtet, so kann man auf einfache Weise die Widerstandskräfte gegen eine äussere Beanspruchung bestimmen. Für die Raumspannung  $\sigma_R$  ist nur die Raumänderung  $a = \frac{1}{3}(a_1 + a_2 + a_3)$  massgebend. Für die Spannungen  $\sigma_{g_1}, \sigma_{g_2}, \sigma_{g_3}$  gegen eine Änderung der Lage der Seitenflächen, Gitterspannungen genannt, sind die Deformationen  $a_1, a_2, a_3$  bestimmt. Interessant ist, dass beide Kräfte, die im Innern entstehen, und die zusammen dem äusseren Kraftsystem das Gleichgewicht halten, durch die gleichen Dehnungen hervorgerufen werden, bei der Raumspannung allerdings entsprechend der algebraischen Summe nach dem Ausdruck

$$\sigma_R = \frac{1}{3}(a_1 + a_2 + a_3) E_r$$

und bei den Gitterspannungen einzeln mit voller Grösse gemäss:  $\sigma_{g_1} = a_1 E', \sigma_{g_2} = a_2 E', \sigma_{g_3} = a_3 E'$

Wie man aus dem elastischen Verhalten dazu kommt, dem festen Körper diese beiden Widerstandskräfte zuzuschreiben, kann durch Aufstellen von Volum- und Gestaltänderungskraftsystemen gezeigt werden [4].

Man darf sich durchaus nicht wundern, dass die jetzige Elastizitäts- und Festigkeitslehre, da sie die wirklichen inneren Spannungen nicht erfasst, auch nicht imstande ist, die Bruchursache nachzuweisen. Sie nimmt nämlich an, dass die Querkontraktion beim einfachen Zugversuch ohne innere Spannungen in der Querrichtung vor sich gehe. Sie mutet dadurch dem Körper ein unkonsequentes Verhalten hinsichtlich Spannung und Dehnung zu. Dadurch, dass sie nun beim dreiachsi-

gen Belastungsfall den gleichen mathematischen Ansatz dreimal nach dem Superpositionsgebot anwendet, wird die Sache nicht besser, sondern nur unzureichender. Man glaubt jetzt, da in jeder Achse Spannungen und Dehnungen vorkommen, dass der Ansatz in Ordnung sei. In Wirklichkeit geht aber dadurch jede Vorstellung von inneren Spannungen verloren.

Aber auch die jetzige Elastizitätstheorie besitzt denselben Mangel. Sie konnte bisher im Körper nur die Spannungen, die im elastischen Bereich für das statische Gleichgewicht von einem Teil auf den anderen übertragen werden. Durch die Unterteilung der Hauptspannungen in Raum- und Gitterspannungen gelingt es nun, ein mit der jetzigen Elastizitätstheorie nicht erfassbares Verhalten des Materials, die Spannungsverfestigung, zu erklären und numerisch zu berechnen. Dadurch wird eine neue Elastizitätstheorie aufgestellt, deren Ergebnisse Anspruch machen können, wirklichkeitsgetreuer zu sein.

Aufgabe der Grundlagenforschung ist es, diejenige Materialkonstante angeben zu können, die bei einem gegebenen Spannungszustand, wie er sich für irgend eine Belastung einstellt, nicht überschritten werden darf. Es ist dann Sache der Materialprüfung, die Größe dieser Materialkonstante aus Versuchen, und wenn es geht, aus dem einfachen Zug- oder Druckversuch, entweder unmittelbar zu messen, oder aus Messungen zu berechnen.

Bild 1 ist die axonometrische Darstellung der Teilchen 1', 2', 3' in den Seitenflächen des Einheitswürfels, wie sie sich bei einer Beanspruchung durch die Hauptspannungen  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  einstellen. Die Punkte 1, 2, 3 seien die Nulllagen sowohl für die Gitter- als auch für die Raumspannungen, so dass der Körper im unbelasteten Zustand ohne jede inneren Spannungen ist.

Von den drei Hauptspannungen sei angenommen, dass  $\sigma_1$  absolut betrachtet die grösste Dehnung hervorbringe und  $\sigma_3$  gegen  $\sigma_1$  den grössten Spannungsunterschied ergibt, der zwischen den drei Hauptspannungen besteht. Ausser den Gitterspannungen  $\sigma_{g1}$ ,  $\sigma_{g2}$ ,  $\sigma_{g3}$ , die proportional den Formänderungsgrössen sind, tritt noch eine Raumspannung  $\sigma_R$  auf, die eine Funktion der Volumänderung ist. Für die Richtung 1 gilt  $\sigma_1 = \sigma_{g1} + \sigma_R$ , wobei angenommen wird, dass in dieser Gleichung die positive Richtung von  $\sigma_1$  nach aussen und die von  $\sigma_{g1}$  und  $\sigma_R$  nach innen geht.

Die mittlere Volumänderung  $a$  kann aus der mittleren Volumspannung  $p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$  berechnet werden, nach der Gleichung  $a = p/E'$ , wobei  $E'$  den Elastizitätsmodul der Volumänderungskraft angibt. Da bei einer Volumänderung allein sowohl Raum- als Gitterspannungen ausgelöst werden, muss die Gleichung bestehen  $p = \sigma_R^* + \sigma_g^*$ , wobei  $\sigma_R^* = aE_r$  und  $\sigma_g^* = aE'$  ist.  $E_r$  bezeichnen wir entsprechend der aufgestellten Theorie der Raum- und Gitterspannungen mit Raumänderungs-Elastizitätsmodul und  $E'$  als Gitterspannungs-Elastizitätsmodul. Nach den bisherigen Ableitungen ergeben sie sich zu

$$E_r = \frac{3m}{(m+1)(m-2)} E \quad \text{und} \quad E' = \frac{m}{m+1} E$$

$E$  ist der normale Elastizitätsmodul, den wir für Stahl mit  $E = 2 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$  einsetzen können und  $m$  ist die Poisson'sche Zahl, die wir mit  $m = \frac{10}{3}$  annehmen.

Aus der aufgestellten Gleichung für  $p$  ergibt sich

$$aE' = aE_r + aE'$$

somit ist

$$E'' = E_r + E' = \frac{m}{m-2} E$$

Die Raumspannung, die infolge der mittleren Volumänderung  $a$  hervorgerufen wird, ist bestimmt durch

$$\sigma_R = aE_r = \frac{p}{E''} E_r = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \frac{E_r}{E''}$$

Mit den bekannten Werten für  $E_r$  und  $E''$  erhält man

$$(1a) \quad \sigma_R = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \frac{3mE}{(m+1)(m-2)} \frac{m-2}{mE} = \\ = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{m+1}$$

Vergrössert man die wirkenden Kräfte  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ , so wird die Elastizitätsgrenze erreicht, wenn die absolut grösste Gitterspannung  $\sigma_{g1}$  den maximal zulässigen Wert  $\sigma_g$  annimmt, Bild 1. Einem Überschreiten dieser inneren Spannung geht der Körper dadurch aus dem Wege, dass das Teilchen in der Seitenfläche des Einheitswürfels um eine neue Nullage zu

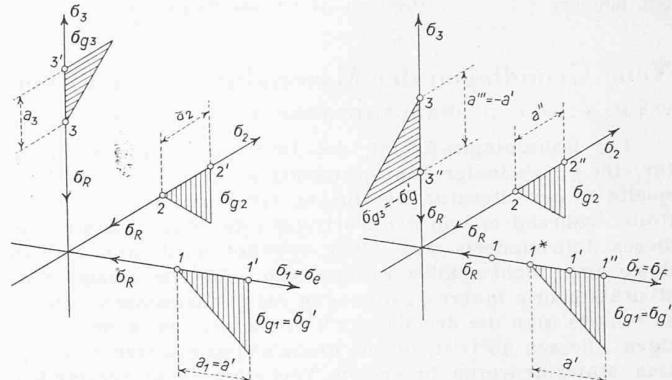


Bild 1. Axonometrische Darstellung der Teilchen 1', 2', 3' in den Seitenflächen des Einheitswürfels und der Gitterspannungen  $\sigma_{g1}$ ,  $\sigma_{g2}$ ,  $\sigma_{g3}$  bei einer Beanspruchung durch die Hauptspannungen  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  für gleiche Nulllagen 1, 2, 3 der Raum- und Gitterspannungen an der ersten Fließgrenze  $\sigma_1 = \sigma_f$  entsprechend  $\sigma_{g1} = \sigma_g'$ ,  $\sigma_3 = -\sigma_g$  entsprechend  $\sigma_{g3} = \sigma_g$

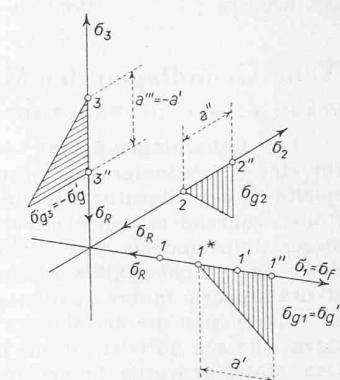


Bild 2. Axonometrische Darstellung der Teilchen 1'', 2'', 3'' in den Seitenflächen des Einheitswürfels und der Gitterspannungen  $\sigma_{g1}$ ,  $\sigma_{g2}$ ,  $\sigma_{g3}$  nach einem einseitigen Fließen in Richtung 1 an der zweiten Fließgrenze  $\sigma_1 = \sigma_f$  entsprechend  $\sigma_{g1} = \sigma_g'$ ,  $\sigma_3 = -\sigma_g$  entsprechend  $\sigma_{g3} = \sigma_g$

schwingen beginnt, wobei man sich vorstellen kann, dass die Rückführungskraft gegenüber der grösseren Veränderung der Lage teilweise erlahmt sei. Beziiglich der Raumspannungen wird angenommen, dass der Körper kein Fließen zeigt, so dass er bei Entlastung von den Volumänderungskräften sein ursprüngliches Volumen wieder annimmt.

Setzen wir  $\sigma_{g1} = \sigma_g'$ , so ergibt sich aus der Gleichung

$$\sigma_1 = \sigma_{g1} + \sigma_R$$

$$\sigma_1 = \sigma_g' + \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{m+1}$$

$$\sigma_1 \left(1 - \frac{1}{m+1}\right) = \sigma_g' + \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{m+1}$$

Führt man wegen Erreichen der Elastizitätsgrenze  $\sigma_1 = \sigma_f$  ein, so wird:

$$(1) \quad \sigma_{1e} = \frac{m+1}{m} \sigma_g' + \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{m}$$

für  $m = \frac{10}{3}$  ist somit:

$$\sigma_{1e} = \frac{13}{10} \sigma_g' + \frac{3}{10} (\sigma_2 + \sigma_3)$$

Steigert man die äussere Belastung weiter, dann wird die innere Widerstandsfähigkeit hierfür dadurch aufgebracht, dass sich die Seitenfläche von Stellung 1' nach 1'' verschiebt (Bild 2) und sich die Raumspannung dadurch vergrössert, ohne dass die Gitterspannung, die ihren maximal zulässigen Wert erreicht hat, dabei zunimmt. Dies wirkt sich dadurch aus, dass bei einer völligen Entlastung von jeglicher Aussenbelastung und von inneren Raumspannungen, die Seitenfläche nicht mehr nach 1, sondern bloss nach 1\* zurückgehen würde.

Durch die Vergrösserung der Raumspannung werden auch die Spannungsverhältnisse in den Richtungen 2 und 3 geändert, so dass sich die Punkte 2' und 3' in die neuen Gleichgewichtslagen 2'', 3'' einstellen, ohne dass aber deswegen die Nullstellungen dieser Gitterspannungskräfte ihre Lage verändern. Das einseitige Fließen in Richtung 1 findet so lange statt, bis in Richtung 3 ebenfalls die maximal zulässige Gitterspannung auftritt. Dabei entsteht in Richtung 3 eine Gitterspannung  $\sigma_{g3} = -\sigma_g'$  in einem Sinn, der mit  $\sigma_{g1}$  entgegengesetzt und mit  $\sigma_1$  gleichgerichtet ist, was das Vorzeichen der Richtung betrifft, Bild 2. An dieser Grenze — wir wollen sie die zweite Fließgrenze nennen — können folgende zwei Gleichungen aufgestellt werden, wenn wir für die äusseren und inneren Spannungen wieder verschiedene positive Richtungen nehmen

$$(2a) \quad \sigma_1 = \sigma_{g1} + \sigma_R$$

$$(2b) \quad \sigma_3 = -\sigma_{g3} + \sigma_R$$

Hierbei ist der absoluten Grösse nach  $\sigma_{g1} = \sigma_{g3} = \sigma_g'$ .

Auf die mittlere Spannung in der Achse 2 kommt es beim allgemeinen Fall nicht an, weil dort die maximal zulässige Gitterspannung weder in der einen noch in der andern Richtung überschritten wird. Ebenso findet im allgemeinen Fall das Fließen des Materials nur zwischen den Richtungen 1

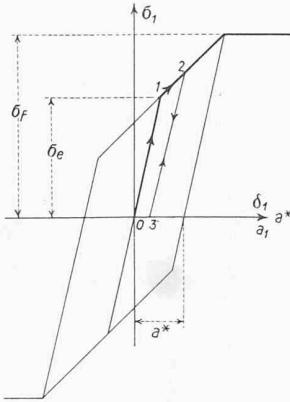


Bild 3. Spannung-Dehnungsdiagramm für den einfachen Zugversuch der Spannungen  $\sigma_e$  und  $\sigma_f$  an der ersten und zweiten Fliessgrenze, sowie der bleibenden Dehnung  $\alpha^*$  an der zweiten

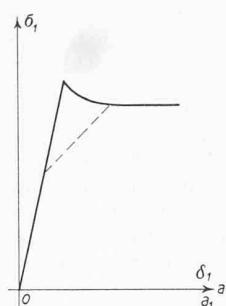


Bild 4. Spannung-Dehnungsdiagramm für den einfachen Zugversuch eines durch spanabhebende Bearbeitung an der Oberfläche kaltverfestigten Probestabes

und 3 statt. Zum Fliessen in allen drei Richtungen müssen zwei Hauptspannungen einander gleich sein.

Setzt man  $\sigma_R$  aus der Gleichung (2b) in (2a) ein, so erhält man  $\sigma_1 = \sigma_{g1} + \sigma_{g3} + \sigma_3$  und für  $\sigma_1 = \sigma_{1f}$ ,  $\sigma_{g1} = \sigma_{g3} = \sigma_g'$  wird

$$(2) \quad \sigma_{1f} = 2\sigma_g' + \sigma_3$$

Betrachten wir zunächst die Gleichung (1). Von ihr können wir zeigen, dass sie mit der bisherigen Gleichung der reduzierten Spannung, wie sie die Hypothese der maximalen Dehnung liefert, übereinstimmt, wenn man für die reduzierte Spannung die Elastizitätsgrenze des einfachen Zugversuches setzt. Es ergibt sich nämlich aus

$$(3) \quad \sigma_{\text{red}} = \sigma_1 - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{m}$$

$$(3') \quad \sigma_1 = \sigma_{\text{red}} + \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{m}$$

Für den einfachen Zugversuch ist entsprechend

$$\sigma_1, \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \text{ nach Gleichung (1)}$$

$$\sigma_e = \frac{m+1}{m} \sigma_g'$$

Setzt man für  $\sigma_{\text{red}}$  den Wert von  $\sigma_e$  in Gleichung (3') ein, so erhält man

$$\sigma_1 = \frac{m+1}{m} \sigma_g' + \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{m}$$

Die Identität der beiden Gleichungen (1) und (3) ist durchaus nicht überraschend, weil bei spannungsfreiem Material eine maximal zulässige Gitterspannung bei einer maximal zulässigen Dehnung entsteht. Es ist  $\alpha_1 = \sigma_{g1}/E'$ . Wenn  $\alpha_1$  den maximal zulässigen Wert  $\alpha'$  erreicht, besitzt  $\sigma_{g1}$  die maximal zulässige Grösse  $\sigma_g'$ .

Diejenigen, die genau beobachteten, konnten glauben, dass das Material nach Ueberschreiten der Elastizitätsgrenze in allen drei Richtungen geflossen sei; denn tatsächlich findet eine bleibende Verformung in allen drei Richtungen statt. Das, was sie jedoch beobachteten, war nicht ein Fliessen in dieser Richtung, sondern eine elastische Deformation infolge der entstehenden Raumspannungen. Das Fliessen findet zunächst nur einseitig in einer oder zwei Richtungen statt unter Aenderung des Volumens, wobei ein innerer Spannungszustand entsteht. Weiter wird bei der Elastizitätsgrenze der elastische Bereich nur verlegt, ohne dass seine Grösse verändert wird (Bauschinger-Effekt). Während die Saint Venant glaubte, dass beim Eintreten des ersten Fliessens, also beim Ueberschreiten der maximalen Dehnung, der Bruch des Materials eingetreten sei, beginnt gewissermassen erst das Material selbst in Wirksamkeit zu treten. Es spielt sich dabei ein Vorgang ab, der mit der bisherigen Elastizitätstheorie nicht erkannt werden konnte.

Was die Gleichung (2) für die Spannung  $\sigma_{1f}$  an der zweiten Fliessgrenze anbelangt, so stimmt sie mit der Gleichung aus der Theorie der maximalen Schubspannung überein; setzt man nämlich  $\sigma_{1f} = \sigma_1$ , so erhält man  $\sigma_1 - \sigma_3 =$

$2\sigma_g'$ . Auch bei der Theorie der maximalen Schubspannung nach Mohr wird die zulässige Grenze erreicht bei  $\sigma_1 - \sigma_3 = 2\tau$ , wenn also die Differenz der grössten und kleinsten Hauptspannung den doppelten Wert der maximal zulässigen Schubspannung erreicht.

Die Uebereinstimmung dieser Theorie von Mohr mit der Wirklichkeit ist jedoch nur eine scheinbare, denn an der zweiten Fliessgrenze ist der Körper vorgespannt und es kommt ein Spannungsmechanismus zur Wirkung, der mit der Vorstellung der Mohr'schen Spannungskreise nichts zu tun hat. Nur die Gleichheit der Ergebnisse bewirkte, dass die Versuche mit der Rechnung übereinstimmten und man glauben konnte, die Schubspannungstheorie sei eine Erklärung des wirklichen Verhaltens des Materials. Mohr hat nur das volle Fliessen berücksichtigt. Die Feindehnungsmessungen hat er unbeachtet gelassen und dadurch übersehen, dass bei Umkehrung der Kraftrichtung nach einer erfolgten Ueberanstrengung das Fliessen in der anderen Richtung bereits bei 30 % der vorher in der entgegengesetzten Richtung erreichten Festigkeit beginnt. Den Bauschinger-Effekt versuchte Mohr gar nicht in seine Betrachtungen einzubeziehen.

Die erste Aufgabe der Grundlagenforschung wäre somit gelöst. Für den Spannungszustand bei irgend einer beliebigen Belastung  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  können wir diejenige Materialkonstante angeben (in unserem Falle ist es  $\sigma_g'$ ), bei der die maximal zulässige Belastung (hier sind es  $\sigma_e$  und  $\sigma_f$ ) erreicht wird. Die weitere Aufgabe besteht nun darin, die Grösse dieser Materialkonstanten aus Versuchen, und wenn möglich aus dem Zerreissversuch entweder direkt zu messen oder aus Messungen zu berechnen.

Beim einfachen Zugversuch ergibt sich entsprechend

$$\sigma_1, \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \text{ nach Gleichung (1)}$$

$$\sigma_e = \frac{m+1}{m} \sigma_g'$$

und nach Gleichung (2)

$$(4) \quad \sigma_f = 2\sigma_g'$$

Die Grössen  $\sigma_e$  und  $\sigma_f$  wären somit geeignet, in einfacher Weise  $\sigma_g'$  zu bestimmen. Der experimentellen Ermittlung der Elastizitätsgrenze  $\sigma_e$  (Bild 3) stehen jedoch vor allem zwei Schwierigkeiten im Wege:

1. Das Fliessen des Materials setzt beim Ueberschreiten der Elastizitätsgrenze  $\sigma_e$  nicht allseitig ein, sondern nur in einer Richtung, wobei die Veränderung der Form nach einem Plastizitätsmodul vor sich geht, der sich in der Grössenordnung des Elastizitätsmoduls  $E$  befindet, so dass der Knick im Spannungs-Dehnungsdiagramm schwer zu beobachten ist.

Wie hier schon gezeigt [5], Gleichung (14), ergibt sich der Plastizitätsmodul  $E''$  für den einfachen Zugversuch zu  $E'' = E/(m+1)$ . Für  $m = 10/3$  und für  $E = 2 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$  wird  $E'' = 46000 \text{ kg/cm}^2$ .

2. Das Material erleidet beim Ueberschreiten der Elastizitätsgrenze durch das einseitige Fliessen eine Spannungsverfestigung für gleichgerichtete Beanspruchung, so dass, weil es sich dadurch sofort bis zur erfolgten Ueberbeanspruchung vollkommen elastisch verhält, die überschrittene Elastizitätsgrenze nicht mehr wiedergefunden werden kann, Bild 3 (Linie 01232).

Auf einen weiteren Umstand muss noch hingewiesen werden, dem man scheinbar bisher überhaupt noch keine Aufmerksamkeit geschenkt hat: Elastizitätstests ergeben nur dann ein einwandfreies Bild, wenn die Versuchskörper nach der mechanischen Herstellung noch einmal ausgeglüht worden sind. Die spanabhebende Bearbeitung bewirkt eine Oberflächenverfestigung, so dass die Elastizitätsgrenze anfangs sogar über die Fliessbeanspruchung erhöht wird (Bild 4) und erst nach Zerreissen der äusseren kaltverformten Schicht die ausübbar Spannkraft wieder zurückfällt. Auf die Ursache dieser Spannungsüberhöhung wurde der Verfasser erst aufmerksam, als das Verhalten des normalen Materials auf Grund der Rechnung mit Hilfe der Raum- und Gitterspannungen angegeben werden konnte. Diese Spalte auf eine geheimnisvolle Verzögerung des Fliessens, ähnlich der Unterkühlung bei der Erstarrung, zurückführen zu wollen, wie es bisher geschah, hat somit keine Berechtigung.

Die wirkliche Elastizitätsgrenze ist daher für eine Messung zur Bestimmung einer Beanspruchungskonstanten ungeeignet. Dagegen lässt sich die Spannung an der zweiten

Fliessgrenze  $\sigma_f$  zur Berechnung der gesuchten Materialkonstanten  $\sigma_g'$  in vorzüglicher Weise verwenden. Das Material erleidet an der zweiten Fliessgrenze keine Spannungsverfestigung mehr und weicht jedem Versuch, die Spannung weiter zu erhöhen, durch ein kräftiges Fliessen aus. Eine Erhöhung der Belastbarkeit erfolgt erst nach einer weitgehenden Verformung bei einer einsetzenden Kaltverfestigung des Materials. Die zweite Fliessgrenze lässt sich daher einwandfrei mit verhältnismässig einfachen Mitteln bestimmen.

Aus dem einfachen Zugversuch gemessen, liefert die Spannung an der zweiten Fliessgrenze nach Gleichung (4) den doppelten Wert der maximal zulässigen Fliessgitterspannung. Auch diese Aufgabe der Grundlagenforschung, eine Spannung anzugeben, welche die Materialkonstante festlegt und sich einwandfrei messen lässt, wäre somit gelöst.

(Schluss folgt)

## Grundwasserfassungen mit horizontalen Filterrohren

DK 628.112.2

Zum Aufsatz von Ing. M. Wegenstein auf S. 603\* lfd. Jgs. (1. Nov.) schreibt uns Dr. h. c. H. Fehlmann (Bern) folgendes:

Die Vorteile der Grundwasserfassungen mit horizontalen Filterrohren haben die AG. für Grundwasserbauten in Bern schon im Jahre 1938 veranlasst, die Möglichkeit ihrer Ausführung zu untersuchen. Im Jahre 1941 unterbreitete sie Obering. H. Gubelmann von der Wasserversorgung der Stadt Bern ihre ersten Vorschläge. Auf Grund dieser Vorschläge und der in der Zwischenzeit durchgeföhrten Versuche entschloss sich die Wasserversorgung der Stadt Bern, die Fassungen der neuen Grundwasserversorgung im Aaretal nach diesem Verfahren zu erstellen und übertrug deren Ausführung der AG. für Grundwasserbauten. Am 28. August dieses Jahres<sup>1)</sup> hatten die Mitglieder des SVGW und mit ihnen auch Ing. Wegenstein Gelegenheit, die im Bau begriffenen Brunnen zu besichtigen (Bild 1). Es bedurfte deswegen durchaus nicht seiner Initiative, um «das Verfahren der horizontalen Grundwasserfassung in Europa zur Anwendung zu bringen».

Obwohl die Wasserversorgung der Stadt Bern und die Bauunternehmung nicht beabsichtigen, die Öffentlichkeit vor Beendigung der Arbeiten in Kiesen über die neue Bauweise zu unterrichten, darf doch darauf aufmerksam gemacht werden, dass sich die schweizerische Lösung vom amerikanischen Ranney-Verfahren wesentlich unterscheidet und neue Anwendungsmöglichkeiten gestattet. Während das Ranney-Verfahren darin besteht, dass gelochte Rohre vorgetrieben werden, die nach Fertigstellung der Bohrungen die Funktion der Filterrohre übernehmen, kennzeichnet sich das schweizerische Verfahren durch den Vortrieb von vollwandigen Bohrrohren, die nach Fertigstellung der Bohrungen und nach Verlegung der Filterrohre wieder zurückgezogen werden. Gegenüber dem Ranney-Verfahren bietet diese Lösung die folgenden Möglichkeiten:

1. Um der Beanspruchung zu genügen, müssen die Bohrrohre aus hochwertigem Stahl hergestellt werden und sind ver-

hältnismässig teuer. Während diese Stahlrohre nach dem Ranney-Verfahren als Filterrohre versetzt bleiben, werden sie nach dem schweizerischen Verfahren zurückgezogen und durch billige, schlitzgelochte Filterrohre ersetzt. Die Stahlrohre stehen daher für die Ausführung der weiteren Bohrungen zur Verfügung.

2. Im Gegensatz zum Ranney-Verfahren bietet das schweizerische Verfahren die Möglichkeit, das Filterrohr, wie in vertikalen Fassungen, den Schichten anzupassen. Werden z. B. Feinsandschichten durchquert, bei denen die Gefahr von Einbrüchen und in der Folge von Setzungen besteht, so kann das betreffende Filterrohr mit einem feinmaschigen Metallgewebe umhüllt oder durch ein vollwandiges Rohrstück ersetzt werden. Nach dem schweizerischen Verfahren kann außerdem der Querschnitt des Filterrohres der abgeführten Wassermenge angepasst, d. h. nach hinten verjüngt werden, was wesentliche Einsparungen gestattet.

3. Zur Verbilligung der Fassungen mit horizontalen Filterrohren werden die Schächte nach dem schweizerischen Verfahren in offener Bauweise mit einem innern Durchmesser von 2,50 m bis 3,00 m abgesenkt und mit vorbetonierten Segmenten verkleidet.

4. Das schweizerische Verfahren eignet sich insbesondere auch für die Rückführung von Wasser in den Grundwasserträger, wie das heute schon bei der Entnahme grösserer Wassermengen für Wärmepumpenanlagen erforderlich ist, da der gleiche Schacht für die Entnahme und die Zuführung des Wassers verwendet werden kann (Bild 2).

Fassungen mit horizontalen Filterrohren lassen sich im weiteren, sofern sie billig genug ausgeführt werden können, in vorzüglicher Weise für vorübergehende oder bleibende Grundwasserabsenkungen verwenden.

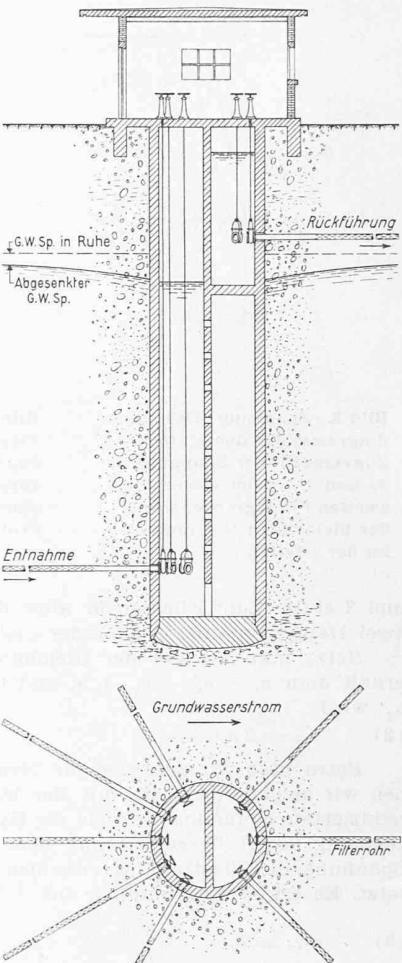


Bild 2. Schema der Entnahme von grossen Grundwassermengen (z. B. für eine Wärmepumpe) und der Rückführung des Wassers in den Grundwasserstrom

<sup>1)</sup> Auch der an jenem Tag gehaltene Vortrag und die anschliessende Diskussion sind interessant, vgl. «Bulletin SVGW» vom Dezember 1947.

Red.

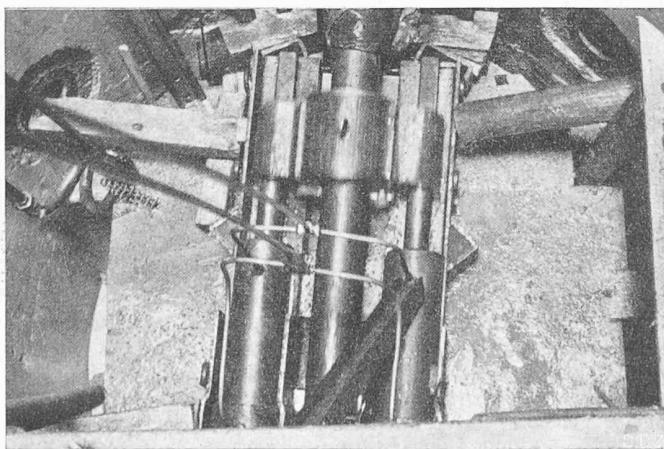


Bild 1. Schacht C in Kiesen. Vortrieb des vollwandigen Bohrrohres mit einer hydraulischen Presse

## Von der Wasserversorgung der Stadt Bern

DK 628.1(494.24)

Die Stadtgemeinde Bern bezieht das Wasser aus zwei verschiedenen, geographisch weit auseinander liegenden Gebieten. Die älteren, seit 80 Jahren ausgebauten Wasserversorgungsanlagen liegen südlich der Stadt und setzen sich aus zahlreichen Quell- und kleineren Grundwasserfassungen im Sensetal, nördlich Schwarzenburg, und im Einzugsgebiet des Scherlibaches zwischen Nieder-Muhlern und Gasel zusammen. Die Hauptsammelleitung endigt in einem Behälter am Könizberg. Seit 40 Jahren stehen anderseits Grundwasserentnahmen im Emmental, westlich Langnau und zwischen Schüpbach und Eggwil im Betrieb, die Wasser in einer 35 km langen Leitung einem Reservoir am Mannenberg, nördlich Bern, zuführen. Während das Wasser aus den südlich der Stadt liegenden Quellgebieten schon seit 20 Jahren chloriert wird,