

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 65 (1947)
Heft: 33

Artikel: Pendelwinkel und Drehzahlschwankungen der Kolbenmaschinen
Autor: Kleiner, A.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-55926>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 03.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Pendelwinkel und Drehzahlschwankungen der Kolbenmaschinen

DK 531.768.5:621-12

Von Dipl. Ing. A. KLEINER, Winterthur

1. Einleitung

Die meisten Gleich- und Wechselstromgruppen, die durch Kolbenmaschinen angetrieben werden, würden auch mit grösserer Ungleichförmigkeit, als es gewöhnlich vorgeschrieben ist, einwandfrei laufen. Diese Ungleichförmigkeit wird aber noch viel zu oft mit einer unzulänglichen Näherung berechnet, die zu kleine Werte liefert. Die Ergebnisse der ungenauen Berechnung und die Beachtung der übertrieben vorsichtigen Vorschriften gleichen sich einigermassen aus, erschweren aber das Entwickeln einer wirtschaftlichen Konstruktion sowohl des elektrischen [1]*, wie auch des mechanischen Teils. Es ist zweckmässiger, wenn der Kolbenmaschinen-Konstrukteur die Ungleichförmigkeit genau aus den erzwungenen Torsionsschwingungen berechnet, denn damit wird es dem Generatorlieferanten möglich, seine Forderungen zu mässigen, woraus sich kleinere Schwungräder ergeben, als das heute üblich ist.

Um einen guten Parallelauf der Wechselstromgeneratoren zu sichern, hält man sich heute noch an alte Vorschriften über die Konstruktion nicht nur des Generators selbst, sondern auch des Primärmotors. Diese Vorschriften stammen aus den Anfängen der technischen Anwendung des Wechselstromes und haben sich im Laufe der Jahre von einem Pflichtenheft zum anderen übertragen, ohne sich an die grossen Fortschritte der elektrischen Maschinen und ihrer Antriebsmotoren anzupassen. Ihr Fortbestehen wurde wohl dadurch begünstigt, dass Generator und Primärmotor im allgemeinen durch zwei verschiedene Firmen gebaut werden, die ungenügend über die konstruktiven Einzelheiten des nicht zu ihrer Lieferung gehörigen Anlagenteils orientiert sind.

Der Konstrukteur von Kolbenmaschinen (Dampfmaschinen und Dieselmotoren) wird vor allem durch übertrieben vorsichtige Vorschriften in Bezug auf zugelassenen Pendelwinkel und Geschwindigkeitsschwankungen gehemmt. Es sei hier aber gleich bemerkt, dass man heute noch vielfach Pendelwinkel und Ungleichförmigkeitsgrad nach einem Näherungsverfahren berechnet, das ebenso alt ist wie die Vorschriften für den Parallelauf. Diese Näherungsrechnung vernachlässigt den Einfluss der Elastizität der Maschinenwelle und ergibt meistens zu niedrige Werte. Die Vorschriften für den Parallelauf werden daher vom Konstrukteur insofern nicht eingehalten, als er bei seinen Berechnungen von einer unrichtigen Grundlage ausgeht.

Gewisse Firmen bemühen sich jedoch, den Generator-Lieferanten möglichst genaue Werte des Pendelwinkels und des Ungleichförmigkeitsgrades anzugeben. Diese genauen Werte können wesentlich grösser als die üblichen angenäherten Zahlen sein und verursachen daher sehr oft beim Elektrotechniker und beim Besteller Missverständnisse, die zu beheben der Zweck der nachfolgenden Ausführung ist.

Alle Kolbenmaschinen (Motoren, Pumpen, Kompressoren) haben als gemeinsames Merkmal ein schwankendes Drehmoment und als Folge davon eine nicht konstante Drehzahl. Die Ungleichförmigkeit der Drehzahl, die gezwungenermassen im gleichen Takt wie das Drehmoment schwankt, ist an sich ein Nachteil, kann aber durch ein passendes Schwungrad immer innerhalb der gewünschten Grenzen gehalten werden. Andererseits wird das Schwungmoment des Schwungrades nicht nur durch die zugelassene Drehzahlschwankung bestimmt, denn es beeinflusst auch die Stabilität der Regulierung, den Anlassvorgang und die elektrische Eigenfrequenz der Synchrongeneratoren und Synchronmotoren.

2. Zugelassene Grenzen

Die Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit Ω werden gewöhnlich durch den Ungleichförmigkeitsgrad δ gemessen:

$$(1) \quad \delta = \frac{\Omega_{\max} - \Omega_{\min}}{\Omega}$$

der sich je nach der Art der Maschine innerhalb sehr weiten Grenzen bewegen kann. Für einen Dieselmotor, der einen Schiffspropeller oder eine Transmissionswelle antreibt, genügt ein Ungleichförmigkeitsgrad von 1/20; für einen Drehstrom-

generator fordert man sehr oft 1/200, 1/300, ja sogar 1/750, falls er einen Radiosender speist. Es ist aber wesentlich, dass in jedem einzelnen Fall die zugelassene Ungleichförmigkeit richtig ermittelt wird und dass keine übertriebenen Forderungen gestellt werden, denn das Schwungrad ist schwer und platzsperrend und vermehrt oft unnötig die Transportkosten und die Anlagekosten.

Die zulässigen Ungleichförmigkeitsgrade sind vor allem für Kolbenmaschinen, die mit elektrischen Generatoren oder Motoren gekuppelt werden, genau festgelegt und zwar durch die Forderung der Flimmerfreiheit des Lichtes und die des Parallellaufes.

Das *Lichtflimmern* ist eine Schwankung der Lichtstärke, die jede Aenderung der elektrischen Spannung einer Glühlampe begleitet. Das menschliche Auge ist nicht nur auf die Schwankungen der Lichtstärke empfindlich, sondern auch auf die Frequenz dieser Schwankungen. Seine Empfindlichkeit ist am grössten für Frequenzen von 7 bis 8 Hz, d. h. also von 400 bis 500 Perioden/min.

Die Schwankung der Spannung an den Generatorklemmen ist proportional zur Drehzahlschwankung. Der Proportionalitätsfaktor hat für Generatoren heutiger Konstruktion nahezu den Wert 1.

Das Diagramm von K. Simons (Bild 1) wurde 1917 experimentell gewonnen und zeigt die Spannungsschwankung in Funktion der Frequenz und mithin auch den Ungleichförmigkeitsgrad, bei dem ein Lichtflimmern bemerkbar wird [2]. In Bild 1 ist, entgegen der Gepflogenheit der Elektrotechniker, die Frequenz in Perioden/min und nicht in Hz angegeben, weil die Kreisfrequenz der periodischen Drehzahlschwankungen immer ein Vielfaches der Drehzahl ist, die der Maschineningenieur in Umdrehungen pro Minute misst.

Spätere Forschungen [3] [4] haben sogar eine grössere Empfindlichkeit des Auges festgestellt, als sie zuerst von Simons angegeben wurde. Der Unterschied scheint aber eher von verbesserten Beobachtungsverfahren der Lichtstärken-Schwankungen als von den Eigenschaften der verwendeten Glühlampen herzuführen. Die erste Kurve von Simons (Bild 1) wurde durch die Praxis bestätigt, so namentlich bei Schiffs-Lichtmaschinen; sie zeigt besser als jede andere die Flimmergrenze, die nicht überschritten werden darf.

Der Parallelauf hängt nicht von den Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit des Wechselstromgenerators ab, sondern von der Winkel-

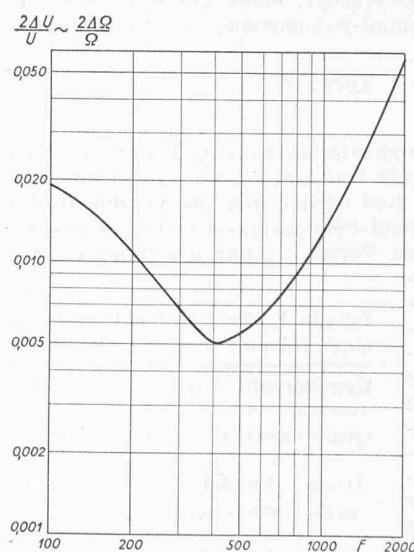


Bild 1. Flimmergrenze nach K. Simons (1917)

f = Frequenz der Spannungsschwankungen in Per/min
 $24U/U$ = Ungleichförmigkeitsgrad der elektrischen Spannung
 δ = Ungleichförmigkeitsgrad der Winkelgeschwindigkeit

amplitude selbst, dem sog. Pendelwinkel. Die Vorschriften sind hier nicht einheitlich; gewisse Unternehmungen lassen ± 5 elektrische Grade zu, andere höchstens ± 2 . Die Pflichthefte erwähnen selten eine Grenze des Pendelwinkels, sondern fast immer eine Grenze des Ungleichförmigkeitsgrades, nach einem alten Brauch, der keineswegs begründet ist. Aus dem bekannten Pendelwinkel und seiner Frequenz kann selbstverständlich immer der entsprechende Ungleichförmigkeitsgrad berechnet werden; es ist dabei interessant festzustellen, wie sehr verschieden die Ungleichförmig-

* Die Zahlen in eckigen Klammern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Schluss des Aufsatzes.

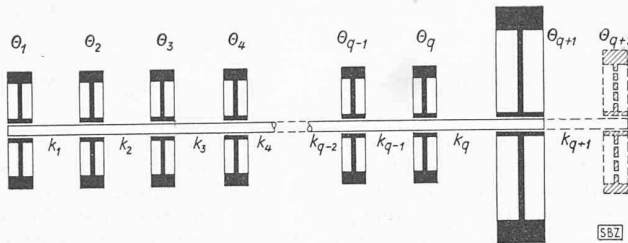


Bild 2. Mechanisches Schwingungssystem, das dynamisch gleichwertig mit der Kurbelwelle der Kolbenmaschine ist.
 θ Trägheitsmoment (kg m s²), k Torsionssteifigkeit mkg/Bogen°, q Zylinderzahl

keitsgrade je nach Zylinderzahl und Drehzahl des Primär-motors sind, die die gleiche Vorschrift des Pendelwinkels (z. B. ± 2 elektrische Grade) ergibt.

Das periodische Drehmoment M — treibend bei einem Motor und getrieben bei einer Kolbenpumpe oder einem Kolbenkompressor — setzt sich aus einer Reihe von Harmonischen zusammen, deren Kreisfrequenzen ein Vielfaches ν der Winkelgeschwindigkeit Ω sind:

$$(2) \quad M = \sum \nu M_\nu \sin(\nu \Omega t + \vartheta_\nu)$$

Die Ordnungszahl ν der Harmonischen nimmt bei Viertakt-Maschinen die Werte an $\nu = 1/2, 1, 1 1/2, 2, 2 1/2, 3 \dots$, bei Zweitakt-Maschinen ist $\nu = 1, 2, 3, \dots$

Jede Harmonische erregt für sich eine erzwungene Pendelschwingung φ_ν des Generatorrotors, deren Amplitude Φ_ν für den guten Parallellauf beschränkt ist.

$$(3) \quad \varphi_\nu = \Phi_\nu \sin(\nu \Omega t + \psi_\nu)$$

Die entsprechende Schwankung der Winkelgeschwindigkeit wird

$$(4) \quad \dot{\varphi}_\nu = \nu \Omega \Phi_\nu \cos(\nu \Omega t + \psi_\nu)$$

und der Teil-Ungleichförmigkeitsgrad aus einer einzigen Harmonischen der Ordnung ν

$$(5) \quad \delta_\nu = \frac{(\Omega + \dot{\varphi}_{\nu \max}) - (\Omega - \dot{\varphi}_{\nu \min})}{\Omega} = 2 \nu \Phi_\nu$$

wobei die Amplitude Φ_ν in Bogenmass zu messen ist. Die Resultierende aller Winkelamplituden Φ_ν aus allen Harmonischen der Ordnungen ν wird für einen guten Parallellauf auf ± 2 elektrische Grade beschränkt; d. h. für einen Wechselstromgenerator mit p Polpaaren darf diese Resultierende, gemessen in Winkelgraden, höchstens sein:

$$(6) \quad \sum \nu \Phi_\nu = \frac{\pm 2}{p}$$

Somit wird ein Generator, der mit n U/min rotiert und Wechselstrom von 50 Hz erzeugt, einen guten Parallellauf haben, solange sein Gesamt-Pendelwinkel in Winkelgraden den Wert

$$(7) \quad \sum \nu \Phi_\nu = \frac{\pm 2n}{3000} = \pm 0,667 \cdot 10^{-3} n$$

nicht überschreitet.

Die resultierende Drehzahlschwankung hängt von den zeitlichen Ableitungen aller Teil-Amplituden Φ_ν , der verschiedenen Ordnungen ν ab und wird durch die Vorschrift des maximal zulässigen Gesamt-Pendelwinkels nicht beschränkt. In der Tat betrifft diese Vorschrift nur die Summe einer Reihe von Teil-Amplituden Φ_ν , die sehr verschiedene Grössen, Frequenzen und Phasen aufweisen. Diese Summe kann durch unendlich viele verschiedene Kombinationen der Teil-Amplituden Φ_ν erreicht werden, wobei jede Kombination einem anderen Maschinentyp entspricht. Die zugehörige Drehzahlschwankung wird auch für jede dieser Kombinationen verschieden ausfallen. Mit wenigen Ausnahmen überwiegt bei den heutigen Diesel-

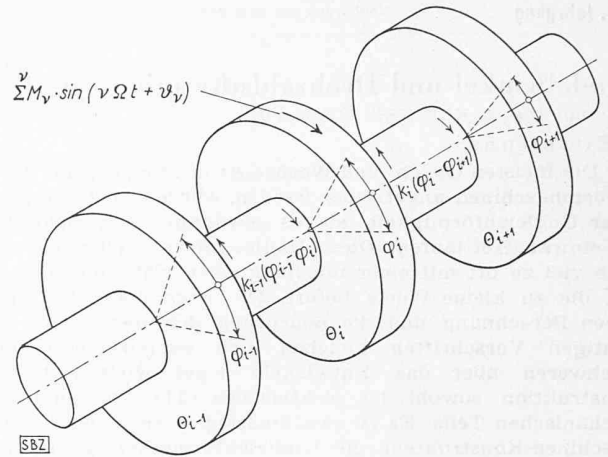


Bild 3. Die Drehmomente, die auf eine Schwingscheibe θ_i des Schwingungssystems wirken

motoren eine einzige der Teil-Amplituden Φ_ν , wenigstens solange die Zündungen in regelmässigen Abständen erfolgen. Man kann deswegen in erster Näherung annehmen, dass der gesamte Pendelwinkel sich auf diesen einzigen überwiegenden Teil-Pendelwinkel Φ_ν beschränkt, dessen Ordnungszahl ν gleich der halben Zylinderzahl $\frac{q}{2}$ bei

Viertaktmaschinen und gleich der ganzen Zylinderzahl q bei Zweitaktmaschinen ist. Es ist dann leicht, den einem maximal zugelassenen Pendelwinkel von ± 2 elektrischen Graden entsprechenden, angenäherten Ungleichförmigkeitsgrad zu berechnen. So ist für Generatoren, die Wechselstrom von 50 Hz erzeugen:

$$(8) \quad \delta_\nu = \pm 23,28 \cdot 10^{-3} \nu n$$

Man darf aber nie ausser Acht lassen, dass dieser angenäherte Wert notwendig etwas zu klein ist.

Tabelle 1 zeigt, wie der zu einem guten Parallellauf noch genügende Ungleichförmigkeitsgrad schnell mit der Drehzahl und auch mit der Zylinderzahl wächst. Die Vorschriften 1/250, 1/300 usw., denen man noch allzuoft in den Pflichtenheften begegnet, waren früher zur Zeit der Einzylinder-Dampfmaschinen mit Drehzahlen unter 100 U/min begründet, sind aber heute nicht mehr berechtigt. Heutzutage sollte man sich auf die Vorschrift einer Grenze des Gesamt-Pendelwinkels und der Flimmerfreiheit beschränken. In den Sonderfällen, wo eine der Harmonischen Störungen im elektrischen Netz erregen könnte, hat der Generator-Lieferant den Konstrukteur der Kolbenmaschine zu benachrichtigen und ihm eine Grenze entweder des Teil-Pendelwinkels oder des Teil-Ungleichförmigkeitsgrades der gefährlichen Frequenz vorzuschreiben.

Es ist ein Irrtum zu glauben, dass ein sehr kleiner Ungleichförmigkeitsgrad, der die Verwendung eines sehr grossen Schwungrades aufzwingt, für eine gute Regulierung unerlässlich sei. Meistens kann die Regulierung durch andere Mittel als durch ein übertrieben grosses und schweres Schwungrad gesichert werden.

Tabelle 1. Pendelwinkel Φ_ν in mechanischen Graden und Ungleichförmigkeitsgrad δ_ν entsprechend einer Toleranz von ± 2 elektrischen Graden bei Wechselstromgeneratoren von 50 Hz.

Zylinderzahl q		3		4		5		6		7		8	
Ordnungszahl ν		$1\frac{1}{2}$	3	2	4	$2\frac{1}{2}$	5	3	6	$3\frac{1}{2}$	7	4	8
Drehzahl	Pendelwinkel ϕ_ν	Ungleichförmigkeitsgrade δ_ν											
1000	$\pm 0,667^\circ$	1/29	1/15	1/22	1/11	1/18	1/9	1/15	1/7	1/13	1/6	1/11	1/5
500	$\pm 0,333^\circ$	1/57	1/29	1/43	1/22	1/34	1/18	1/29	1/15	1/25	1/13	1/22	1/11
250	$\pm 0,167^\circ$	1/115	1/57	1/86	1/43	1/69	1/34	1/57	1/29	1/49	1/25	1/43	1/22
125	$\pm 0,083^\circ$	1/229	1/115	1/172	1/86	1/138	1/69	1/115	1/57	1/98	1/49	1/86	1/43

3. Die exakte Berechnung des Pendelwinkels bei Kolbenmaschinen mit einem einzigen Schwungrad

Die Kurbelwelle einer Kolbenmaschine mit ihren Getriebemassen (Schubstangen, Kreuzköpfen, Kolben) und ihrem Schwungrad verhält sich dynamisch angenähert wie ein Torsions-Schwingungssystem, bestehend aus einer Reihe von Schwungscheiben (mit dem Trägheitsmoment Θ) und Torsionsfedern (mit der Steifigkeit k), Bild 2. Diese Näherung ist für die Zwecke der Praxis vollkommen genügend, da sie die Berechnung sowohl der Amplituden wie auch der Eigenfrequenzen auf einige Prozente genau gestattet.

Jede der Schwungscheiben Θ_i des Schwingungssystems führt eine Pendelschwingung aus, deren Differentialgleichung sich ohne weiteres aus Bild 3 ergibt [5] zu

$$(9) \quad \ddot{\varphi}_i = k_{i-1}(\varphi_{i-1} - \varphi_i) - k_i(\varphi_i - \varphi_{i+1}) + \sum_r M_r \sin(\nu \Omega t + \delta_r)$$

Für jede der erregenden Harmonischen mit den Ordnungszahlen ν muss eine Lösung $\varphi_{i,\nu}$ aufgestellt werden. Bekanntlich besteht die allgemeinste Lösung der Differentialgleichung einer Schwingung wie sie Gleichung (9) darstellt aus zwei Teilen:

1. der Eigenschwingung, entsprechend dem allgemeinen Integral der homogenen Differentialgleichung, die wir aber praktisch nicht zu berücksichtigen brauchen, weil sie durch die immer vorhandene, in Gleichung (9) allerdings vernachlässigte, natürliche Dämpfung mehr oder weniger schnell getilgt wird;

2. der erzwungenen Schwingung, entsprechend dem partikulären Integral der vollständigen Differentialgleichung, sie hat notwendig die gleiche Kreisfrequenz $\nu \Omega$ wie die Erregung, aber im allgemeinen eine andere Phase $\psi_{i,\nu}$ und nicht δ_r . Sie wird ausserhalb der Resonanzgebiete sehr wenig von der natürlichen Dämpfung beeinflusst, die deswegen in Gleichung (9) vernachlässigt wurde.

Wir können daher für die gesuchte Schwingung einfach setzen:

$$(10) \quad \varphi_{i,\nu} = \Phi_{i,\nu} \sin(\nu \Omega t + \psi_{i,\nu})$$

womit Gleichung (9) tatsächlich befriedigt wird.

Die Substitution der Lösung (10) in die Gleichung (9) gibt eine Beziehung zwischen periodischen Grössen gleicher Kreisfrequenz aber verschiedener Phasen ψ oder δ . Man gewinnt an Klarheit durch Verwendung der vektoriellen Schreibweise, wo die Phase ψ_{i-1} , ψ_i , ψ_{i+1} , ..., δ_i jeder der periodischen Grössen Φ_{i-1} , Φ_i , Φ_{i+1} , ..., M_i die Richtung der sie darstellenden Vektoren $\overline{\Phi}_{i-1}$, $\overline{\Phi}_i$, $\overline{\Phi}_{i+1}$, ..., \overline{M}_i bestimmt, die durch überstrichene Buchstaben gekennzeichnet seien.

Man setzt:

$$(11) \quad m_i(\omega) = -\omega^2 \Theta_i + k_{i-1} + k_i$$

$$\omega = \nu \Omega = \text{Kreisfrequenz der Erregung}$$

und bestimmt aus Gleichung (9) die Gleichgewichtsbedingung aller Momente gleicher Kreisfrequenz, die auf die Schwungscheibe Θ_i wirken:

$$(12) \quad m_i \overline{\Phi}_{i,\nu} - k_{i-1} \overline{\Phi}_{(i-1),\nu} - k_i \overline{\Phi}_{(i+1),\nu} = \overline{M}_i$$

Diese Gleichgewichtsbedingung kann durch eine sehr anschauliche geometrische Konstruktion dargestellt werden (Bild 4).

Für die Erregungen einer einzigen Ordnung ν bestehen so viel Gleichungen (12), als das Schwingungssystem Schwungscheiben Θ_i aufweist. Man erhält schliesslich für jede Ordnung ν ein System von algebraischen Gleichungen mit den in der Determinante (13) geordneten Koeffizienten:

$$(13) \quad \begin{vmatrix} \overline{\Phi}_1 & \overline{\Phi}_2 & \overline{\Phi}_3 & \overline{\Phi}_{q-1} & \overline{\Phi}_q & \overline{\Phi}_{q+1} & \overline{M} \\ m_1 & -k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \overline{M}_1 \\ -k_1 & m_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & \overline{M}_2 \\ 0 & -k_2 & m_3 & 0 & 0 & 0 & \overline{M}_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & m_{q+1} & -k_{q-1} & 0 & \overline{M}_{q-1} \\ 0 & 0 & 0 & -k_{q-1} & m_q & -k_q & \overline{M}_q \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_q & m_{q+1} & 0 \end{vmatrix}$$

Jede der Amplituden Φ_i der Ordnung ν wird nun im Prinzip durch den Quotienten bestimmt:

$$(14) \quad \overline{\Phi}_{i,\nu} = \frac{E_i}{D_{q+1}} = \frac{\sum_{j=1}^q \overline{M}_j A_{ij}}{D_{q+1}}$$

mit D_{q+1} = Determinante der Koeffizienten der $(q+1)$ homogenen Gleichungen (13)

E_i = Determinante D_{q+1} in der die Kolonne der Koeffizienten von $\overline{\Phi}_i$ durch diejenige der Momente \overline{M} ersetzt worden ist.

A_{ij} = Unterdeterminante der Kolonne i und Zeile j der Determinante D_{q+1} .

Die Koeffizienten m in Gleichung (11) sind Funktionen der Erregerfrequenz ω ; daher müssen auch die Determinante D_{q+1} und ihre Unterdeterminante A von der Frequenz abhängig sein. Bei Resonanz ist die Erregerfrequenz gleich der Eigenfrequenz und die Determinante D_{q+1} verschwindet. Alle Amplituden Φ_i würden dann unendlich gross werden, wenn die in den Gleichungen (12) vernachlässigte Dämpfung nicht eingreifen würde. In den Resonanz-Gebieten darf die natürliche Dämpfung nicht mehr vernachlässigt werden, und die Koeffizienten m müssen dann um das Glied des Dämpfungsmomentes jeder Schwungscheibe ergänzt werden.

Andererseits ist es offensichtlich, dass die Amplitude Φ_i von einer Schwungscheibe zur anderen verschieden ausfällt. Man sollte daher nie schlechtweg vom Pendelwinkel oder vom Ungleichförmigkeitsgrad einer Kolbenmaschine reden, ohne genau zu sagen, welche Schwungscheibe gemeint ist. Diese Unterscheidung wird besonders wichtig, sogar unerlässlich, wenn Schwungrad und Generatorrotor zwei verschiedene Schwungscheiben darstellen, die durch eine elastische Welle verbunden sind.

Der Pendelwinkel des Schwungrades interessiert vor allem und sei hier weiter untersucht, ohne jedoch die Einzelheiten der mathematischen Entwicklung bis zur Endformel wiederzugeben. Diese Formel kann übrigens in geschlossener Form nur in einzelnen Sonderfällen mit geringer Zahl von Schwungscheiben und für die häufig vorkommenden homogenen Maschinen aufgestellt werden.

Man bezeichnet eine Maschine als *homogen*, wenn sie aus q Schwungscheiben gleicher Trägheit Θ besteht, die durch $(q-1)$ Wellen gleicher Torsionssteifigkeit k verbunden sind und an die mindestens ein, oft zwei und manchmal drei oder noch mehr Schwungräder oder Rotoren beliebiger Trägheit gekuppelt werden. Für sie gilt:

$$(15) \quad \begin{cases} \Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_3 = \dots = \Theta_{q-1} = \Theta_q = \Theta \\ k_1 = k_2 = k_3 = \dots = k_{q-1} = k \end{cases}$$

Die erregenden Momente M_i der gleichen Ordnung ν , die auf die homogenen Schwungscheiben wirken, sind alle gleich gross, können aber je nach Zündfolge sehr verschiedener Phase sein. Sie sind nur bei den Hauptordnungen alle gleichphasig, und das ist auch der einzige Grund ihres Hervortretens.

Der Pendelwinkel des einzigen Schwungrades, der durch die Hauptordnung erregt wird, ergibt sich schliesslich nach allen Zwischenrechnungen zu:

$$(16) \quad \Phi_{(q+1),\nu} = \frac{-M_\nu}{\Theta_{q+1}(\nu \Omega)^2} \frac{1}{F_q - G}$$

Die Funktion $F_q(\varepsilon)$ hängt nur von den Eigenschaften des homogenen Teils der Maschine ab, d. h. nur von der Zylinderzahl q und der dimensionslosen reduzierten Kreisfrequenz ε :

$$(17) \quad \varepsilon = \frac{\Theta \omega^2}{k}$$

Die Funktion G hängt von den nicht homogenen Elementen des Schwingungssystems ab, also vom Schwungrad Θ_{q+1}

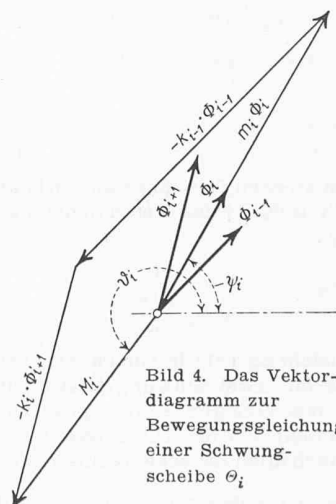


Bild 4. Das Vektordiagramm zur Bewegungsgleichung einer Schwungscheibe Θ_i

und von der Steifigkeit k_q des Wellenstückes, das das Schwungrad mit dem homogenen Teil der Maschine verbindet.

Die Möglichkeit der Zerlegung des Einflusses beider Maschinenteile in zwei getrennte Funktionen F_q und G gestattet die Aufstellung eines Nomogramms zur Berechnung der Differenz $F_q - G$ [6]. Die Kurven F_q (eine Kurve für jede Zylinderzahl q) werden ein für allemal in Funktion des Argumentes ε aufgezeichnet. Die Funktion G wird dann einfach durch eine lösende Kurve dargestellt, die einzige, die sich von Fall zu Fall ändert. Das gleiche Nomogramm dient andererseits zur Berechnung der Eigenfrequenzen des Schwingungssystems, die durch die Bedingung bestimmt werden:

$$(18) \quad F_q(\varepsilon) - G = 0$$

entsprechend einer Determinante D_{q+1} gleich Null [7].

4. Der Pendelwinkel der Maschine mit zwei Schwungrädern

Es ist dynamisch immer vorteilhaft, das notwendige Schwungmoment im Rotor des elektrischen Generators selbst unterzubringen. Der Motor hat dann ein einziges Schwungrad. Diese Konstruktion lässt sich ohne Schwierigkeiten bei den grossen, langsamlaufenden Wechselstrom-Generatoren verwirklichen. Für die Drehstrom-Generatoren von weniger als 1000 kW und mit Drehzahlen von 500 U/min und mehr zieht man heute vor, das eigentliche Schwungrad vom Generatorrotor zu trennen. Bei den Gleichstrom-Generatoren eignet sich die Ankerkonstruktion nicht zur Unterbringung von grossen Schwungmomenten. Diese Maschinen werden daher meistens mit einem vom Rotor getrennten Schwungrad ausgerüstet, eine Anordnung, die man namentlich bei Schiffshilfsmaschinen antrifft.

Die Berechnung des Pendelwinkels der Maschine mit zwei Schwungrädern ist grundsätzlich die gleiche wie für die Maschine mit einem einzigen Schwungrad. Das Schwingungssystem zählt einfach eine Schwungscheibe mehr, und das Gleichungssystem (13) vermehrt sich um eine Gleichung.

Die Formeln der Pendelwinkel Φ_{q+1} und Φ_{q+2} der beiden Schwungräder eines homogenen Motors sind etwas verwickelter als die Gleichung (16); sie enthalten aber die gleichen Funktionen F_q , die von der Anwesenheit eines zweiten Schwungrades nicht berührt werden, da sie nur vom homogenen Teil der Maschine abhängen. Darum kann für die praktischen Berechnungen das gleiche Nomogramm verwendet werden, nur die lösende Kurve G fällt anders aus, denn sie ist in diesem Falle von den Trägheiten Θ_{q+1} und Θ_{q+2} und von den beiden Steifigkeiten k_q und k_{q+1} abhängig [6] u. [8].

Die Gleichungen der erzwungenen Schwingungen beider Schwungräder folgen aus (12):

$$(19) \quad \begin{cases} -k_q \bar{\Phi}_q + m_{q+1} \bar{\Phi}_{q+1} - k_{q+1} \bar{\Phi}_{q+2} = 0 \\ -k_{q+1} \bar{\Phi}_{q+1} + m_{q+2} \bar{\Phi}_{q+2} = 0 \end{cases}$$

worin bedeuten:

$$(20) \quad \begin{cases} m_{q+1} = -\omega^2 \Theta_{q+1} + k_q + k_{q+1} \\ m_{q+2} = -\omega^2 \Theta_{q+2} + k_{q+1} \end{cases}$$

Der Pendelwinkel Φ_{q+2} des zweiten Schwungrades drückt sich in Funktion des Pendelwinkels Φ_{q+1} des ersten Schwungrades aus durch die Gleichung:

$$(21) \quad \Phi_{q+2} = \alpha_{q+2} \Phi_{q+1}; \quad \alpha_{q+2} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2 \Theta_{q+2}}{k_{q+2}}}$$

Durch Substitution von Gleichung (21) in Gleichung (19) wird das Problem der Maschine mit zwei Schwungrädern auf dasjenige einer solchen mit einem einzigen Schwungrad zurückgeführt, das soeben behandelt wurde. Die letzte Gleichung des Systems (13) lautet nach allen Zwischenrechnungen:

$$(22) \quad -k_q \bar{\Phi}_q + \bar{\Phi}_{q+1} [-\omega^2 (\Theta_{q+1} + \alpha_{q+2} \Theta_{q+2}) + k_q] = 0$$

Somit verhält sich die Maschine mit zwei Schwungrädern dynamisch wie eine Maschine mit einem einzigen Schwungrad, dessen scheinbare Trägheit beträgt:

$$(23) \quad \Theta^*_{q+1} = \Theta_{q+1} + \alpha_{q+2} \Theta_{q+2}$$

Der Vergrößerungsfaktor α_{q+2} — der Elektrotechniker würde von Admittanz sprechen — hängt vom mechanischen Schwingungssystem ab, bestehend aus der Schwungscheibe Θ_{q+2} und dem Wellenstück mit der Torsionssteifigkeit k_{q+1} ,

das im unbewegten ersten Schwungrad Θ_{q+1} eingespannt ist (Bild 5). In der Tat ist die Kreisfrequenz ω_{q+2} dieses Teil-Schwingungssystems

$$(24) \quad \omega_{q+2}^2 = \frac{k_{q+1}}{\Theta_{q+2}}$$

Setzt man ferner noch $\zeta_{q+2} = \omega/\omega_{q+2}$ = Abstimmung der Erregerfrequenz ω auf die Teil-Eigenfrequenz ω_{q+2} , so wird der Vergrößerungsfaktor α_{q+2} einfach:

$$(25) \quad \alpha_{q+2} = \frac{1}{1 - \zeta_{q+2}^2}$$

Wenn die Zwischenwelle beider Schwungräder starr ist, d. h. also eine grosse Steifigkeit k_{q+1} besitzt, so ist die Abstimmung ζ_{q+2} sehr klein und der Vergrößerungsfaktor α_{q+2} von 1 nicht sehr verschieden. Nur in diesem Falle verhalten sich beide Schwungräder wie eine einzige Schwungscheibe und ihre Pendelwinkel Φ_{q+1} und Φ_{q+2} sind dann gleich (22). In der Praxis kann man aber selten vermeiden, dass die Zwischenwelle eine gewisse Elastizität hat, d. h. dass also die Steifigkeit k_{q+1} beschränkt ist. Der Vergrößerungsfaktor α_{q+2} wird dann grösser als 1. Darum ist der Pendelwinkel Φ_{q+2} des Generatorrotors meistens grösser als der Pendelwinkel Φ_{q+1} des Schwungrades (21).

Es gibt aber noch eine theoretische Möglichkeit, um einen kleinen Pendelwinkel Φ_{q+2} des Generatorrotors zu erreichen: Es würde nämlich genügen, zwischen beiden Schwungmassen eine sehr elastische Welle oder Kupplung einzuschalten. Die praktische Verwirklichung dieser verlockenden Möglichkeit scheitert aber an der Schwierigkeit der Konstruktion einer genügend elastischen Kupplung, die den konstanten Anteil des Drehmomentes bei voller Betriebssicherheit noch übertragen kann. Die meisten sog. elastischen Kupplungen, die zu diesem Zweck auf dem Markt angeboten werden, sind noch viel zu steif und bewirken daher sehr oft eine Verschlimmerung statt der erhofften Verbesserung. Nur die hydraulische Kupplung verwirklicht die gewünschte Elastizität. Ihre sperrigen Abmessungen und die dadurch notwendig werdende komplizierte Anordnung der ganzen Generatorgruppe, sowie der hohe Preis lassen ihre Verwendung nur in besonderen Fällen zu, wo dann meist noch andere Eigenschaften als die grosse Elastizität ausschlaggebend sind.

5. Die angenäherte Berechnung des Ungleichförmigkeitsgrades

Man begnügt sich heute noch vielfach damit, sowohl den Pendelwinkel, wie auch den Ungleichförmigkeitsgrad der Mehrzylinder-Maschinen mit einem Näherungsverfahren zu berechnen, das bei den alten, langsamlaufenden Einzylinder-Dampfmaschinen berechtigt war. Die Torsions-Eigenfrequenz der Welle dieser Maschinen ist gegenüber der am stärksten hervortretenden Erregerfrequenz sehr gross, so dass der Einfluss der Wellenelastizität vernachlässigt werden darf. Die Welle verhält sich dann wie ein starrer Körper, auf den ein periodisches Drehmoment wirkt. Diese Annäherung ergibt, angewendet auf eine homogene Maschine mit q Zylindern, den örtlich unveränderlichen Pendelwinkel, der sich aus folgender Gleichung berechnen lässt:

$$(26) \quad (\Theta_{q+1} + q \Theta) \ddot{\varphi}_v = q \bar{M} \sin(\nu \Omega t)$$

Nach diesem Verfahren werden die durch die einzelnen Harmonischen der Ordnungen ν des Drehmomentes erregten Teil-Pendelwinkel nur sehr selten berechnet, denn es ist in der Tat viel einfacher, das resultierende Drehmoment aller q Zylinder aufzuzeichnen und durch eine einmalige graphische Integration die totale Drehzahl-Schwankung $\dot{\varphi}$ zu bestimmen. Eine zweite graphische Integration ergibt den totalen Pendelwinkel φ , resultierend aus allen Teil-Pendelwinkeln φ_ν . Die Angaben dieser beiden Resultierenden — Drehzahlsschwankung und Pendelwinkel — ist aber an und für sich nur von zweifelhaftem Wert, denn sowohl das Lichtflimmern wie auch die Störungen im Wechselstromnetz hängen von der Frequenz ab, also von den einzelnen Teil-Drehzahlsschwankungen $\dot{\varphi}_\nu$ und von den Teil-Pendelwinkeln φ_ν . Der Elektrotechniker, der vom Konstrukteur der Kolbenmaschine nur die Angaben eines totalen Ungleichförmigkeitsgrades und eines totalen Pendelwinkels erhält, muss für seine Berechnungen annehmen, dass es sich um die Frequenz der überwiegenden Ordnung handelt, oder gegebenenfalls um die Frequenz, die Störungen erregen könnte. Dieser Mangel an

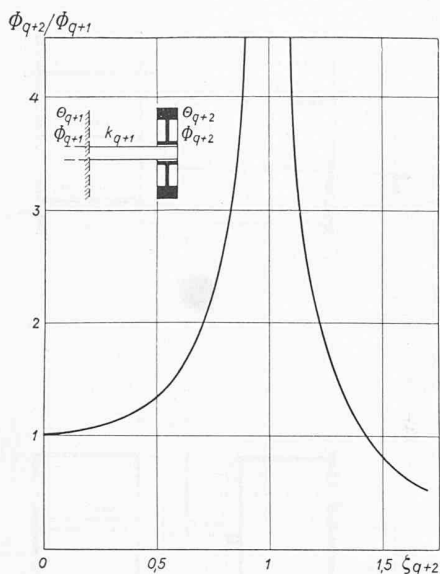


Bild 5. Vergrößerungsfaktor des Pendelwinkels des zweiten Schwungrades.

Kreisfrequenz der Erregung ω_2
 Teil-Eigenkreisfrequenz $\omega_{q+2} = k_{q+1}/\Theta_{q+2}$
 Abstimmung des zweiten Schwungrades $\zeta_{q+2} = \omega/\omega_{q+2}$

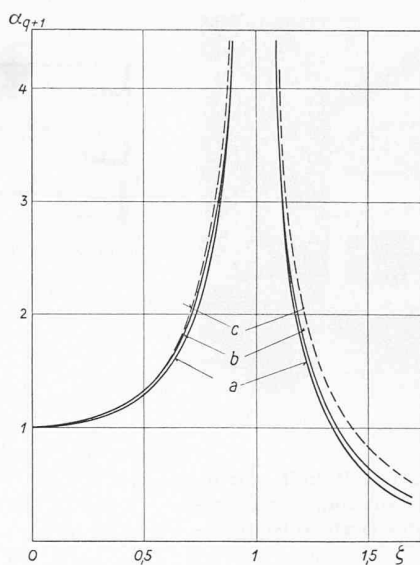


Bild 6. Vergrößerungsfaktor des Pendelwinkels des einzigen Schwungrades.

- a) 12 Zylinder $\Theta/\Theta_{q+1} = 0,001$ $k/k_q = 0,5$
 b) 3 Zylinder $\Theta/\Theta_{q+1} = 0,100$ $k/k_q = 1,0$
 c) Resonanzkurve $\alpha = 1/(1 - \zeta^2)$

genauen Angaben zwingt meistens zu einer übertriebenen Vorsicht, kann aber auch das Vorhandensein einer störenden Nebenharmischen verdecken, die sich bei der ersten Inbetriebsetzung der Maschine unfehlbar auswirken wird.

Der angenäherte Teil-Pendelwinkel Φ^* , aus einer überwiegenden Hauptordnung ν berechnet sich aus Gl. (26) zu

$$(27) \quad \Phi^* = \frac{q M_\nu}{(\Theta_{q+1} + q \Theta) (\nu \Omega)^2}$$

Die beiden Werte desselben Teil-Pendelwinkels am Schwungrad, durch eine Hauptordnung ν erregt, einmal exakt unter Berücksichtigung der Wellenelastizität berechnet (16), und das andere Mal angenähert mit einer starren Welle ermittelt (27), verhalten sich wie

$$(28) \quad \alpha_{q+1} = \frac{\Phi(q+1)\nu}{\Phi^*} = \left(\frac{1}{q} + \frac{\Theta}{\Theta_{q+1}} \right) \frac{1}{F_q(\varepsilon) - G}$$

Die beiden entsprechenden Werte des Teil-Ungleichförmigkeitsgrades δ_ν , berechnet unter den gleichen Annahmen, stehen wegen der Beziehung (5) ebenfalls im Verhältnis α_{q+1} zueinander. Dieses Verhältnis ist vor allem eine Funktion der Abstimmung ζ_ν der Erregerfrequenz ($\nu \Omega$) zur Torsions-Eigenfrequenz ω_p der Welle, d. h.

$$(29) \quad \zeta_\nu = \frac{\nu \Omega}{\omega_p}$$

und der folgenden drei Parametern:

- q die Zylinderzahl, die in den heute meist verwendeten Dieselmotoren zwischen 3 und 12 liegt;
 Θ/Θ_{q+1} das Verhältnis des Trägheitsmomentes der Getriebemassen eines Zylinders zum Trägheitsmoment des Schwungrades. In den Dieselgeneratoren ist dieser Wert durchschnittlich von der Grössenordnung 0,01 und kann in extremen Fällen zwischen 0,001 und 0,1 schwanken;

Tabelle 2. Vergleich der angenäherten Werte (starre Welle) mit den genauen Werten (elastische Welle) des Pendelwinkels und des Ungleichförmigkeitsgrades von Diesel-Generatoren

Motor	Ordnung	Abstimmung ζ_q	Pendelwinkel Φ_{q+1}		Ungleichförmigkeitsgrad δ_ν		α_{q+1}
			angen.	genau	angen.	genau	
6 Zyl. Zweitakt	6.	0,825	$\pm 0,0096^\circ$	$\pm 0,0262^\circ$	1/497	1/182	2,73
8 Zyl. Viertakt	4.	0,633	$\pm 0,0284^\circ$	$\pm 0,0448^\circ$	1/253	1/159	1,58
	8.	1,268	$\pm 0,0008^\circ$	$\pm 0,0010^\circ$	1/5100	1/3520	1,25

k/k_q das Verhältnis der Steifigkeit eines Wellenelementes des homogenen Motors zur Steifigkeit der Welle, die das Schwungrad mit dem Motor verbindet. Dieser Wert schwankt in den Grenzen 0,5 bis 1,0.

Die Extremwerte der drei Parameter begrenzen in Funktion der Abstimmung ζ_ν ein Gebiet, in dem sich die darstellende Kurve des gesuchten Verhältnisses α_{q+1} notwendig befinden muss (Bild 6). Dieses Gebiet ist sehr schmal und erinnert an den Verlauf der Resonanzkurve (25) des Schwingungssystems mit einem einzigen Freiheitsgrad, die in Bild 6 punktiert angedeutet ist.

Aus Bild 6 geht deutlich hervor, dass der Pendelwinkel des Schwungrades und sein Ungleichförmigkeitsgrad nach dem üblichen Näherungsverfahren unter Annahme einer starren Welle berechnet, nur für kleine Werte der Abstimmung ζ richtig sein können ($\alpha \sim 1$). Mit andern Worten: diese beiden Grössen werden umso weniger genau sein, je näher die Erregerfrequenz bei der Torsions-Eigenfrequenz der Welle liegt.

Tabelle 2 vergleicht die Ergebnisse der üblichen Näherung mit der exakten Berechnung an zwei praktischen Beispielen und zeigt, wie stark der Einfluss der Wellenelastizität sein kann: Zwei sehr gangbare Dieselmotoren-Typen wurden gewählt, einerseits ein Sechszylinder-Zweitaktmotor von 2500 PS bei 250 U/min und andererseits ein Achtzylinder-Viertaktmotor von 500 PS bei 500 U/min. Beide treiben einen Schwungrad-Wechselstromgenerator an. Diese wenigen Werte dürften zeigen, wie ungenau die Ergebnisse des alten Berechnungsverfahrens, das eine starre Welle voraussetzt, ausfallen. Unter Umständen sind sie so ungenau, dass sie praktisch gar keinen Wert mehr haben. Wenn die Torsions-Eigenfrequenz der Welle bekannt ist, können die angenäherten Werte mit Hilfe des Vergrößerungsfaktors α_{q+1} aus Bild 6 korrigiert werden. Auf alle Fälle aber bleibt die Berechnung der Torsionsschwingungen unerlässlich und wenn die Torsions-Eigenfrequenz bestimmt ist, gestaltet sich die exakte Berechnung des Pendelwinkels ebenso leicht wie die übliche Näherung, die für die heutigen Maschinen unbrauchbare Werte ergibt.

6. Schlussfolgerung

Der Ungleichförmigkeitsgrad und der Pendelwinkel von Kolbenmaschinen nach dem üblichen Näherungsverfahren, unter Annahme einer starren Welle berechnet, fallen meistens wesentlich zu klein aus. Andererseits sind die heute noch üblichen Vorschriften über den Ungleichförmigkeitsgrad veraltet, denn sie haben sich aus der Zeit der langsamlaufenden Einzylinder-Dampfmaschinen, wie sie vor 50 Jahren gebaut wurden, erhalten, und sind für die heutigen schnellaufenden Mehrzylindermaschinen übertrieben vorsichtig. Das Verfahren erinnert an gewisse statische Berechnungen, mit denen eine Spannung aus einer wissenschaftlich falschen Annahme ermittelt wird, die aber durch Vorschreiben eines sehr grossen Sicherheitsfaktors korrigiert werden. Diese unzulänglichen Berechnungsmethoden haben den Nachteil, sowohl den Generator-, wie auch den Kolbenmaschinen-Fabrikanten schlecht zu orientieren, ja sogar irre zu führen, und sind daher ein Hemmnis für eine zweckmässige Konstruktion.

Es ist zu hoffen, dass sich in Zukunft die Berechnung des Ungleichförmigkeitsgrades und des Pendelwinkels nach dem exakten Verfahren der erzwungenen Schwingungen verallgemeinern wird, denn dieses allein ergibt brauchbare Ergebnisse. Dies umsomehr, als heutzutage die Untersuchung der Torsionsschwingungen

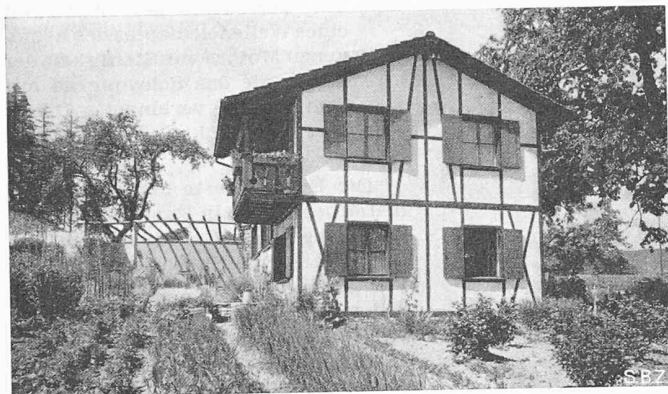


Bild 1. Ostseite; links hinten die Pergola

der Welle jeder Kolbenmaschine eine Notwendigkeit geworden ist, womit auch alle notwendigen Grundlagen zur genauen Berechnung der Pendelwinkel und der Drehzahlschwankungen schon ermittelt sind.

Literaturverzeichnis

- [1] J. Prévost, Einfluss des Kurzschluss-Verhältnisses und der Dämpferwicklungen auf die elektrischen und mechanischen Eigenschaften von Synchronmaschinen, Brown-Boveri-Mitteilungen, Bd. 22 (1945), S. 445.
- [2] K. Simons, Das Flackern des Lichtes in elektrischen Beleuchtungsanlagen, Elektrotechn. Zeitschrift, 38. Jg. (1917), S. 453.
- [3] K. Simons, The production of flicker in electric lamps by cyclic irregularity in the voltage, Journ. Brit. Inst. Electr. Engineers, vol. 64 (1926), pg. 1090.
- [4] J. Wennerberg, Flickering of lamps, ASEA-Journ., vol. 6 (1929), pg. 98.
- [5] S. Timoshenko, Théorie des vibrations, Paris et Liège 1939, pg. 260.
- [6] F. Brabec, Oscillations de torsion des groupes générateurs Diesel-électriques, Revue Générale de l'Electricité, tome 40 (1936), pg. 715.
- [7] H. Behrens, Näherungsrechnung der Drehschwingungszahl von Mehrzylindermaschinen, Werft-Reederei-Hafen, Jg. 1930, S. 55, oder Automobiltechn. Zeitschrift, Jg. 1931, S. 376.
- [8] W. Behrmann, Ermittlung der Dreheigenschwingungszahlen und -formen mehrzylindriger, mit zwei Massen gekuppelter Reihenmotoren, Werft-Reederei-Hafen, Jg. 1936, S. 41.

Wohnbauten von Arch. Gert L. Keller, Aarburg

Wohnhaus W. H. K. im Etzliberg, Thalwil

Bilder 1 bis 12 (S. 448 bis 450)

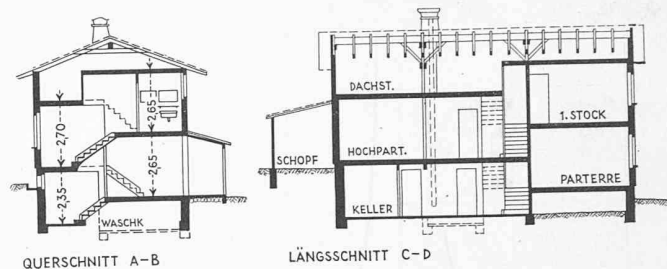
DK 728.37(494)

Am «Höhenweg» in der Nähe einer alten Kiesgrube gelegen, bietet die Liegenschaft gegen Südosten herrlichen Blick auf Zürichsee und Alpen, im Westen gegen die Albiskette. Die unmittelbare Nähe von älteren und neuern Riegelhäusern am Etzliberg rechtfertigte für das Wohnhaus eine Riegelkonstruktion. Der alte Brauch, bei den linksufrigen gelegenen Riegelhäusern des Zürichsees die Bergseite (Wetter- und Regenseite) in Stein auszuführen, wurde eingehalten, ebenso der kleine Trick, die Flügelmauern einige Zentimeter über die Holzfassaden vorstehen zu lassen, um dem stets gefährdeten Anschlusspunkt von Holz zu Stein den notwendigen Schutz zu geben.

Von Westen her, durch den Waldausschnitt der Kiesgrube bedingt, kommt stets ein starker Wind. Durch die weit ausladende, leicht gewölbte Windschutzwand der Pergola entsteht ein ruhiger, windstiller Sitzplatz, der auch gegen den Einblick von der etwas höher gelegenen Spazierstrasse geschützt ist.

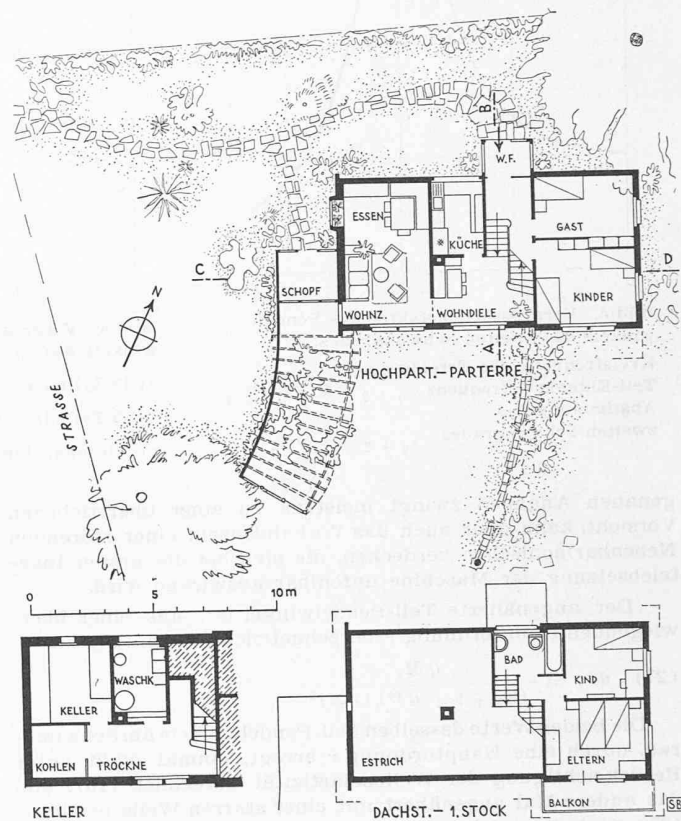
Die leichte Neigung des Bauplatzes nach Osten veranlasste eine interessante, gestaffelte Grundrissgestaltung, die auch im Aeussern deutlich in Erscheinung tritt. Die jeweils nur ein halbes Stockwerk hohe Verschiebung der einzelnen Geschosse erleichtert das Haushalten. Zudem fällt der als Wohnfläche nutzlose Treppenhausraum im üblichen Sinne fort und wird zur wohllich eingerichteten Essdiele gefügt.

Das Haus hat fünf Zimmer und eine Wohn-diele. Die kleine Küche mit einem «HOLKO»-Zentralheizungs-Kochherd mit Boiler kombiniert



QUERSCHNITT A-B

LÄNGSSCHNITT C-D



KELLER

DACHST.-1. STOCK

Bilder 2 bis 6. Querschnitt, Längsschnitt und Grundrisse 1:300

ausgerüstet, ist nur Kochküche, anschliessend in der Diele ist der kleine Esstisch für den Alltag. Von der Diele hat die Hausfrau ein Guckfenster mit Blick zu dem tiefer gelegenen Kinderzimmer. Eine Glaswand trennt die Diele vom grossen Wohnraum und von diesem führt eine Türe direkt zum Sitzplatz im Garten. Alle Schlafzimmer haben Ostfenster,

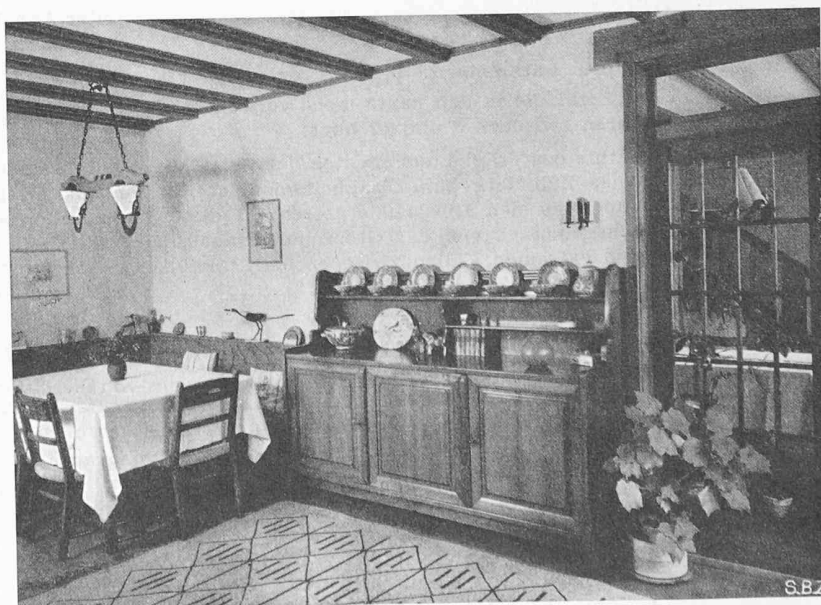


Bild 8. Wohnzimmer mit Essecke, rechts Durchblick zur Diele