Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 65 (1947)

Heft: 30

Artikel: Eine statistische Methode zur Berechnung der Tragfähigkeit von Rammpfählen

Autor: Maag, Ernst

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-55913

65. Jahrgang Nachdruck von Bild oder Text nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet Nr. 30

Eine statische Methode zur Berechnung der Tragfähigkeit von Rammpfählen

Von Dipl. Ing. ERNST MAAG, Baudirektion der Stadt Luzern

DK 624.154

Bisherige Berechnungsmethoden

Die zulässige Belastung eines gerammten Pfahles wurde bis anhin aus der Beobachtung seines Verhaltens während des Rammvorganges hergeleitet, indem unter Anwendung der Theorie des elastischen Stosses eine Beziehung zwischen den Eindringungen des Pfahles unter den Schlägen des Rammbären und seiner Tragfähigkeit aufgestellt wurde. Diese meist in der Form einer Arbeitsgleichung dargestellten «Rammformeln» vergleichen die Rammarbeit (Bärgewicht mal Fallhöhe), vermindert um Stossverluste und Deformationsarbeit, mit der geleisteten Vortriebsarbeit (Pfahlwiderstand mal Eindringung «beim letzten Schlag»). Die zulässige Pfahlbelastung wird alsdann erhalten durch Multiplikation des so berechneten Pfahlwiderstandes mit einem Sicherheitskoeffizienten, einer Beiziffer, die in der Praxis zwischen $^1/_2$ und $^1/_{10}$ variieren kann. Bei grösseren Bauvorhaben hat man es aber nie unterlassen, die Tragfähigkeit der Pfähle durch Probebelastungen nachzuweisen und damit den etwas problematischen «Sicherheitskoeffizienten» experimentell zu bestimmen; die Rammergebnisse werden dann nur noch als Vergleichszahlen zwischen der Tragfähigkeit einzelner Pfähle der selben Baustelle verwertet.

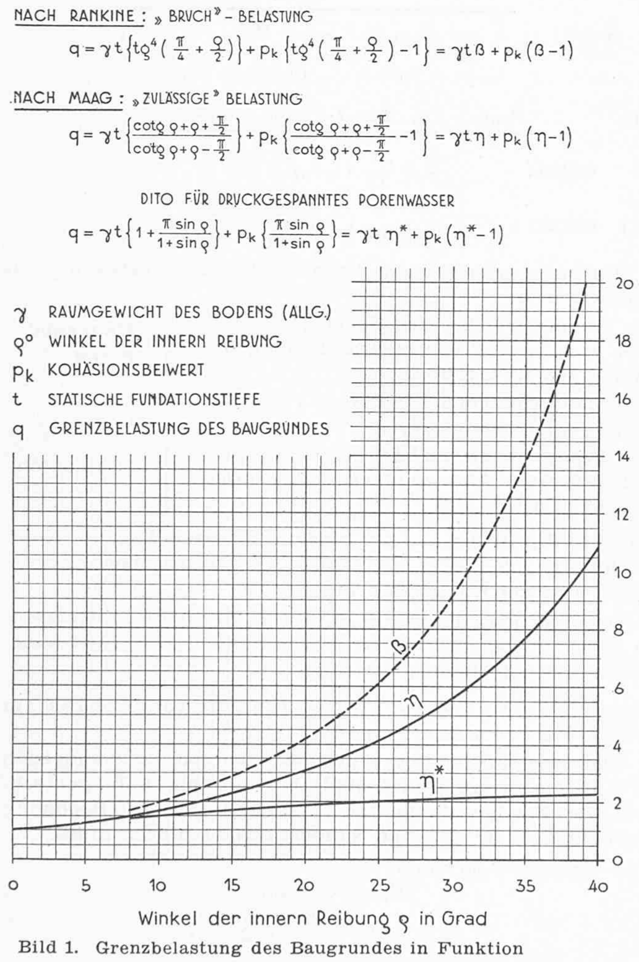

Bild 1. Grenzbelastung des Baugrundes in Funktion des Reibungswinkels

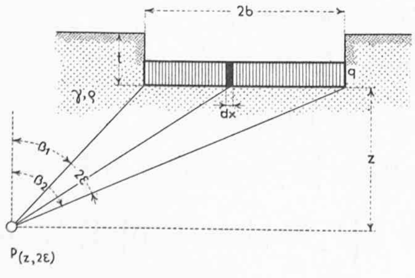

Bild 2

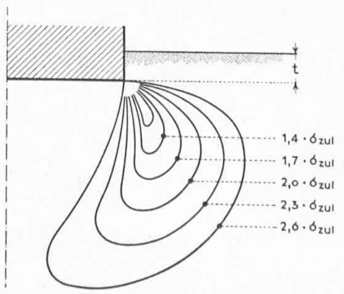

Bild 3

Die Mängel einer solchen Berechnungsart sind offensichtlich, werden doch dabei physikalisch ganz verschiedene Grössen und Zustände miteinander verglichen wie: dynamischer Stoss mit statischer Belastbarkeit, Fliesszustände im Bodenmaterial mit zulässigen Grenzbelastungen usw., usw. Ausserdem nimmt diese Rechnungsweise auf die erdbaumechanischen Vorgänge im Baugrund, wie u. a. die Bildung von druckgespanntem Porenwasser, keinerlei Rücksicht.

Möglichkeiten einer exakten Rechnung auf Grund der Elastizitätstheorie

Die zu lösende Aufgabe lässt sich wie folgt formulieren: Es ist jene grösste Kraft zu berechnen, mit der ein pfahlförmiger Körper belastet werden kann, ohne dass in irgend einem Punkte des Erdreichs die Grenzbelastung des Materials überschritten wird. Der Lösung dieses Problems stehen ausserordentliche Schwierigkeiten theoretischer wie praktischer Art entgegen, auf deren wichtigste kurz hingewiesen werden soll.

a) Selbst unter der Voraussetzung eines homogenen und isotropen Bodenmaterials, das dem Hookeschen Gesetz gehorcht, und eines idealisierten Pfahles von geometrisch einfachster Form, ist allein die Berechnung der Spannungsverteilung im Halbraum ausserordentlich kompliziert und überhaupt nur unter ganz einschneidenden, vereinfachenden Annahmen durchführbar.

b) Bei unseren schweizerischen Bodenverhältnissen ist ein homogener Baugrund eine Ausnahme; die Regel bilden Schichtfolgen von grosser Unterschiedlichkeit hinsichtlich ihrer geotechnischen Eigenschaften.

Schon die Kombination der genannten Schwierigkeiten lässt es unwahrscheinlich erscheinen, dass auf diesem streng theoretischen Weg eine Lösung gefunden werden kann, die den Anforderungen des Ingenieurs mit Bezug auf Einfachheit und Arbeitsaufwand genügen wird.

Die Methode der Grenzbelastung

a) *Die zulässige Bodenpressung durch einen Fundamentstreifen im homogenen Baugrund.* In einer früheren Arbeit [1]) hat der Verfasser die zulässige Bodenpressung unter einem unendlich langen Laststreifen zu berechnen versucht und dabei folgende Beziehung erhalten (Bild 1):

$$(1)\quad \sigma_{zul} = \gamma t \frac{\cot g.\, \varrho + \varrho + \dfrac{\pi}{2}}{\cot g.\, \varrho + \varrho - \dfrac{\pi}{2}} + p_k \left\{ \frac{\cot g.\, \varrho + \varrho + \dfrac{\pi}{2}}{\cot g.\, \varrho + \varrho - \dfrac{\pi}{2}} - 1 \right\} = \gamma t\, \eta + p_k\, (\eta - 1)$$

wobei: γ Raumgewicht, ϱ Winkel der innern Reibung, p_k Kohäsionsbeiwert — geotechnische Daten des Baugrundes; t Fundationstiefe

Da die Gedankengänge, die zur Herleitung dieser Formel geführt haben, für die folgenden Ausführungen grundlegend sind, sollen sie hier kurz rekapituliert werden. Die Hauptspannungen σ_1 und σ_2 im Punkte $P_{(z,\, 2\varepsilon)}$ (Bild 2), hervorgerufen durch die Belastung q des Laststreifens und die hydrostatisch wirkenden Eigengewichtspannungen des Erdmaterials, berechnen sich nach den Regeln der Elastizitätslehre zu:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{q - \gamma t}{\pi}\,(2\,\varepsilon + \sin 2\,\varepsilon) + \gamma z + \gamma t \\ \sigma_2 &= \frac{q - \gamma t}{\pi}\,(2\,\varepsilon - \sin 2\,\varepsilon) + \gamma z + \gamma t \end{aligned} \right.$$

Erhöhen wir in Gedanken die Belastung q, so wird sich das Verhältnis σ_1/σ_2 vergrössern bis zu dem durch die Rankinesche Fliessbedingung formulierten Grenzwert:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \mathrm{tg}^2 \left(45 + \frac{\varrho}{2} \right)$$

[1]) Grenzbelastungen des Baugrundes, «Strasse und Verkehr», 1938.

Dieser Wert wird zunächst an der Fundamentkante erreicht, bei weiterer Steigerung der Belastung werden wachsende Gebiete (Bild 3) entstehen, in denen das Spannungsverhältnis den Rankineschen Grenzwert überschreitet, sogenannte «plastische Bereiche»[2]). Als zulässige Bodenpressung wird jene Belastung q bezeichnet, unter welcher der Rankinesche Spannungsgrenzwert höchstens in einem Punkte erreicht wird, so dass also keine plastischen Bereiche entstehen. Die mathematische Formulierung dieses Gedankens führt auf Gleichung 1.

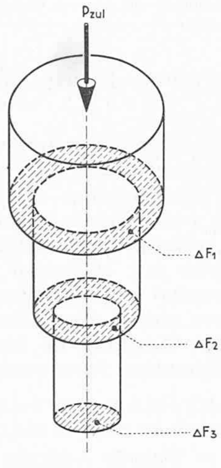

Bild 4

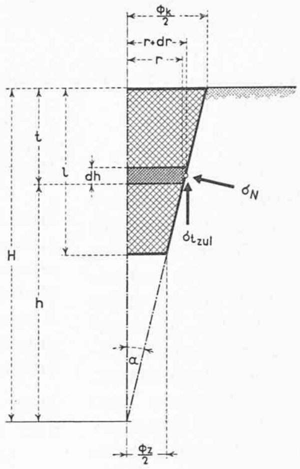

Bild 5

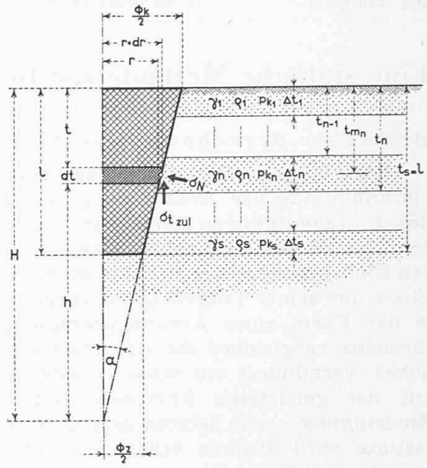

Bild 6

b) *Erweiterung des Gültigkeitsbereiches der Formel für die zulässige Bodenpressung.* Wir haben bemerkt, dass die Formel 1 die Breite des Fundamentstreifens nicht mehr enthält, und es mag auch aufgefallen sein, dass sich die räumlich weitausholenden Ueberlegungen auf die Betrachtung eines kleinen Raumes um die Fundamentkante herum reduzieren. Dies führt uns darauf, die Formel 1 zur Berechnung der zulässigen Bodenpressung unter einer Fundamentkante beliebiger Form zu verwenden. Wir dürfen diese extensive Interpretation umsomehr verantworten, als es sich bei allen Rechnungen des Erdbaues, infolge der Vielzahl der mitwirkenden Variablen und der Schwierigkeit der zahlenmässig exakten Erfassung ihrer Grösse nur um Näherungsrechnungen handeln kann, deren Zulässigkeit letzten Endes von der Praxis entschieden werden muss.

c) *Die zulässige Pfahlbelastung.* Idealisieren wir einen konischen Pfahl als umgekehrte Pyramide von Kreiszylindern, so berechnen wir seine Tragfähigkeit durch Summation der Tragfähigkeiten der einzelnen Standflächen; also (Bild 4)

(2) $$P_{zul.} = \Delta F_1 \cdot \sigma_1\,zul. + \Delta F_2 \cdot \sigma_2\,zul. + \Delta F_3 \cdot \sigma_3\,zul. + \dots$$

Da der Elastizitätsmodul des Pfahlmaterials bedeutend höher ist als derjenige des umgebenden Baugrundes, so ist Gewähr geboten, dass alle Tiefenstufen miteinander arbeiten; wäre eine Stufe überlastet, würde das Bodenmaterial dort örtlich in den Fliesszustand übergehen (was auch beim Rammvorgang eintreten wird), nachher aber wieder mit der, der Tiefenstufe zugeordneten «zulässigen Bodenpressung» Widerstand leisten.

Die skizzierte Berechnungsart soll nun auf Pfähle normaler Form angewendet werden; die Zylinderpyramide ist alsdann durch einen Kegelstumpf und die Differenzenrechnung durch eine Differentialbetrachtung zu ersetzen.

Die zulässige Belastung eines Einzelpfahles im homogenen Baugrund (Bild 5)

Diese setzt sich zusammen aus:

$$P_{zul.} = \text{Spitzenwiderstand} + \text{Schaftwiderstand} = P_{1\,zul.} + P_{2\,zul.}$$

Spitzenwiderstand:

$$P_{1zul.} = \sigma_{l\,zul.} \cdot \frac{\Phi_z^{\,2}\pi}{4} = \gamma\cdot\eta\cdot l\cdot\frac{\Phi_z^{\,2}\pi}{4}\;;\quad \frac{\Phi_z}{\Phi_K} = \varphi$$

(3) $$P_{1zul.} = \gamma\cdot\eta\cdot l\cdot\Phi_K^2\cdot\pi\cdot\frac{\varphi^2}{4}$$

Schaftwiderstand:

$$d\,(P_{2}zul.) = dF_t\cdot\sigma_{t\,zul.} = 2\,r\,\pi\,dr\cdot\gamma\cdot\eta\cdot t$$

Wird der Pfahlschaft als Kegelstumpf aufgefasst, so gilt:

$$\frac{dr}{dh} = \frac{r}{h} = \frac{\Phi_K}{2H} = \text{const.}$$

$$dr = \frac{\Phi_K}{2H}\cdot dh\,;\; r = \frac{\Phi_K}{2H}$$

$$d\,(P_2 zul.) = \gamma\cdot\eta\cdot\pi\,\frac{\Phi_K^2}{2H^2}\,(H-h)\,h\,dh$$

$$P_2 zul. = \gamma\cdot\eta\cdot\pi\cdot\frac{\Phi_K^2}{2H^2}\int_{H-l}^{H}(H-h)\,h\,dh$$

$$P_2 zul. = \gamma\cdot\eta\cdot\pi\cdot\frac{\Phi_K^2}{2H^2}\left[\frac{H\cdot h^2}{2}-\frac{h^3}{3}\right]_{H-l}^{H}$$

Man erhält nach einiger Umformung:

(4) $$P_2 zul. = \gamma\cdot\eta\cdot\Phi_K^2\cdot l\cdot\frac{\pi}{12}\,(1+\varphi-2\,\varphi^2)$$

somit: $$P_{zul.} = P_1 zul. + P_2 zul. = \gamma\cdot\eta\cdot\Phi_K^2\cdot l\cdot\frac{\pi}{12}\,(1+\varphi+\varphi^2)$$

(5) $$P_{zul.} = \gamma\cdot\eta\cdot\Phi_K^2\cdot l\cdot\xi = \gamma\cdot\eta\cdot\Phi_Z^2\cdot l\cdot\xi^*$$

(6) wobei: $$\xi = \frac{\pi}{12}\,(1+\varphi+\varphi^2)$$

(6a) bezw.: $$\xi^* = \frac{\pi}{12}\left(1+\frac{1}{\varphi}+\frac{1}{\varphi^2}\right)$$

Darnach erweist sich die zulässige Pfahlbelastung als abhängig von:

dem Raumgewicht γ des Bodens, einer vom Winkel der innern Reibung ϱ abhängigen Kennziffer η,	Baugrunddaten
der erdbaustatischen Pfahllänge l, einem Pfahldurchmesser Φ, einer Pfahlformziffer ξ bzw. ξ^*, die aus rein geometrischen Abmessungen des Pfahles hergeleitet wird, z. B.:	Pfahldaten

aus dem Verhältnis φ vom Zopfdurchmesser Φ_Z zum Kopfdurchmesser Φ_K, oder aus einem vorgeschriebenen Durchmesser und der Konizität α des Pfahles (vgl. Anhang).

Alle Faktoren der Formel sind reine physikalische Grössen; die Gleichung enthält keine «Sicherheits-» oder Korrektur-Glieder und ist dimensionsrichtig.

Die zulässige Belastung eines Einzelpfahles im geschichteten Baugrund (Bild 6)

Der Rechnungsgang bleibt derselbe wie im homogenen Terrain; die Integrationen sind aber nur innerhalb geotechnisch gleichartigen Schichten möglich, so dass die Rechnung notwendigerweise auf eine Summenformel führen muss.

1. Spitzenwiderstand:

$$P_1 = F_s\cdot\sigma_s\,zul.$$

(7) $$P_1 = \pi\cdot\Phi_K^2\cdot\frac{\varphi^2}{4}\cdot\eta_s\sum_o^s\gamma\,\Delta t$$

2. Schaftwiderstand:

$$d\,(\Delta P_2) = d\,F_t\cdot\sigma_t\,zul.$$

$$dF_t = 2\pi r\,dr\,;\; dr = \frac{\Phi_K}{2H}\cdot dt,\; r = \frac{\Phi_K}{2H}\,(H-t)$$

$$dF_t = \frac{\pi\Phi_K^2}{2H^2}\,(H-t)\,dt$$

$$\sigma_t\,zul. = \eta_t\sum_o^t\gamma\,\Delta t = \eta_n\left\{\sum_o^{tn-1}\gamma\,\Delta t + \gamma_n\,(t-t_{n-1})\right\}$$

$$d(\Delta P_2) = \frac{\pi\,\Phi_K^2}{2H^2}\,(H-t)\,dt\cdot\eta_n\left\{\sum_o^{tn-1}\gamma\Delta t+\gamma_n\,(t-t_{n-1})\right\};\;\sum_o^{tn-1}\gamma\,\Delta t = G$$

$$= \pi\,\eta_n\cdot\frac{\Phi_K^2}{2H^2}\left\{HG+\gamma_n H\,(t-t_{n-1})-Gt-\gamma_n\,(t-t_{n-1})\,t\right\}dt$$

[2]) *O. K. Fröhlich:* Druckverteilung im Baugrund, Springer, Wien 1934.

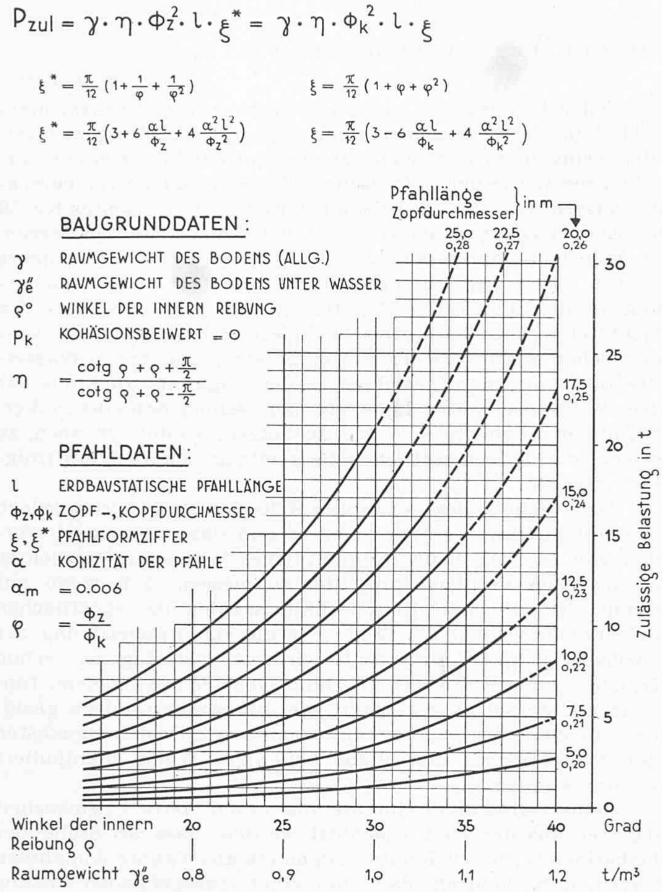

Bild 7. Die zulässige Belastung von Holzpfählen im homogenen, kohäsionslosen Baugrund

$$\varDelta P_2 = \pi \eta_n \cdot \frac{\Phi_K^2}{2 H^2} \times$$
$$\times \left\{ \int_{t_{n-1}}^{t_n} HG dt + \gamma_n \int Ht dt - \gamma_n \int H t_{n-1} dt - \int Gt dt - \int \gamma_n t^2 dt + \gamma_n \int t_{n-1} t dt \right\}$$

Man erhält nach einiger Rechnung nachstehende Näherungsformel:

$$\varDelta P_2 = \pi \eta_n \varDelta t_n \cdot \frac{\Phi_K^2}{2 H^2} \left\{ H - t_{mn} \right\} \sum_o^{t_{mn}} \gamma \varDelta t \tag{8}$$

somit: $\quad P_{\text{zul.}} = P_1 + \Sigma \varDelta P_2$

$$P_{\text{zul.}} = \pi \cdot \Phi_K^2 \cdot \frac{\varphi^2}{4} \eta_s \sum_o^s (\gamma \varDelta t) + \pi \Phi_K^2 \times \tag{9}$$
$$\times \frac{1}{2 H^2} \sum_{n=o}^{n=s} \eta_n \varDelta t_n (H - t_{mn}) \sum_o^{t_{mn}} (\gamma \varDelta t)$$

worin $\quad \varphi = \dfrac{\Phi_Z}{\Phi_K} \quad$ und $\quad H = \dfrac{l}{1 - \varphi}$

Diskussion der Resultate und Anwendungen

a) *Homogener Baugrund.* Bild 7 ermöglicht die rasche Ermittlung der zulässigen Belastung von handelsüblichen Holzpfählen. Die Kurven geben Auskunft über den Einfluss der beteiligten Faktoren; im besondern ist die ausschlaggebende Bedeutung der Baugrunddaten (und damit die Wichtigkeit ihrer exakten Erhebung) augenfällig. Nicht daraus ersichtlich ist der Einfluss der Pfahlform, die durch die Formziffer ξ dargestellt wird. Man berechnet aber leicht

für einen rein kegelförmigen Pfahl $\xi = \dfrac{\pi}{12}$

für einen Pfahl von der Form eines Rotationsparaboloides $\xi = \dfrac{\pi}{8}$

für einen rein zylindrischen Pfahl $\xi = \dfrac{\pi}{4}$

Die Tragfähigkeiten verhalten sich demnach wie $^1/_3 : {}^1/_2 : 1$. Von Interesse ist zudem die Kenntnis der Anteile von Schaft und Spitze an der zulässigen Pfahlbelastung.

$$v = \frac{P_2 \text{zul.}}{P_1 \text{zul.}} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{\varphi^2} + \frac{1}{\varphi} - 2\right)$$

Bei normalen Holzpfählen ($\varphi \backsim 0{,}5$) trägt der Schaft rd. $^4/_7$ der gesamten Last.

b) *Geschichteter Baugrund.* In Tabelle 1 ist der Rechnungsgang an einem Beispiel dargelegt. Die Tabellenrechnung bietet den Vorteil, den Tragfähigkeitsbeitrag der einzelnen Schichten direkt erkennen zu lassen.

Tabelle 1. Beispiel:

$l \quad = 19{,}50$ m

$\Phi_K \quad = 0{,}38$ m, $\Phi_K{}^2 = 0{,}144$ m², $H = 106$ m, $H^2 = 11236$

$$\frac{1}{2 H^2} = 4{,}44 \cdot 10^{-5}$$

$\Phi_Z \quad = 0{,}31$ m, $\varphi = 0{,}816$, $\pi \cdot \Phi_K{}^2 \cdot \dfrac{1}{2 H^2} = 3{,}14 \cdot 0{,}144 \cdot 4{,}44 \cdot 10^{-5} =$
$= 2{,}007 \cdot 10^{-5}$

Profil	Kote	$\varDelta t_n$	$\varrho_n{}^0$	η_n	γ_e''	$\gamma_e'' \varDelta t$	t_{mn}	$H - t_{mn}$	$\sum_o^{t_{mn}} \gamma \varDelta t$	$\varDelta P_2$
	406,20	*		*				*	*	
Auffüllung		1,20	30°	5,7	0,90	1,08	0,60	105,4	0,54	0,008
	405,00									
Seekreide		9,10	25°	4,2	0,70	6,38	5,75	100,25	4,27	0,328
	395,90									
Sand		4,90	35°	7,9	1,05	5,15	12,75	93,25	10,03	0,726
	391,00									
Kies		4,30	40°	11,1	1,15	4,95	17,35	88,65	15,08	1,280
	386,70									
	$\Sigma \varDelta t = l =$	19,50				$\sum_o^s = 17{,}56$				$\Sigma \varDelta P_2 = 2{,}342$

Spitzenwiderstand $= 3{,}14 \times 0{,}144 \times \dfrac{0{,}667}{4} \times 11{,}1 \times 17{,}56 = 14{,}69$ t

Schaftwiderstand $=$ 2,34 t

$P_{zul} = 17{,}0$ t

Anhang: Geometrie der Holzpfähle

Die abgeleiteten Formeln enthalten die Formziffer φ, die das Verhältnis von Zopfdurchmesser durch Kopfdurchmesser darstellt. Bei Holzpfählen kann aber nur der eine der beiden Durchmesser vorgeschrieben werden, der andere ist durch den Wuchs des Holzes bestimmt. Die Grösse der Verhältniszahl muss daher aus statistischen Untersuchungen an verwendetem Pfahlmaterial festgestellt werden:

Eine an einer grossen Zahl von gerammten Pfählen vorgenommene Auszählung [3]) ergab:

1. 33 % der Pfähle sind praktisch genau kegelförmig (kegelstumpf)
   56 % besitzen eine konvexe
   11 % eine konkave Erzeugende.
2. Die Konizität ($\operatorname{tg} \alpha \sim \alpha = \dfrac{\Phi_K - \Phi_Z}{2 l}$) liegt bei 95 % aller Pfähle zwischen 4 und 6 ‰.

Die φ-Werte rechnen sich:

a) wenn der Zopfdurchmesser vorgeschrieben:

$$\varphi = \frac{1}{1 + \dfrac{2\alpha}{\Phi_Z} l}$$

b) wenn der Kopfdurchmesser vorgeschrieben:

$$\varphi = 1 - \frac{2\alpha}{\Phi_K} l$$

und entsprechend $\quad \xi = \dfrac{\pi}{12}\left(3 - 6\dfrac{\alpha l}{\Phi_K} + 4\dfrac{\alpha^2 l^2}{\Phi_K{}^2}\right)$

bzw. $\quad \xi^* = \dfrac{\pi}{12}\left(3 + 6\dfrac{\alpha l}{\Phi_Z} + 4\dfrac{\alpha^2 l^2}{\Phi_Z{}^2}\right)$

Zusammenfassung

Ein Pfahl wird als eine auf die Spitze gestellte Pyramide von Zylindern aufgefasst und seine Tragfähigkeit durch Summation der zulässigen Belastungen der vorstehenden Stirnflächen (Gl. 2, Bild 4) berechnet, wobei die für den ebenen Spannungszustand gültigen Formeln der zulässigen Bodenpressung (Gl. 1) extensiv auch für diesen räumlichen Spannungszustand als erste Näherung verwendet werden. Es werden Formeln für den homogenen (Gl. 5) und geschichteten (Gl. 9) Baugrund hergeleitet. Eine Erweiterung für kohaerente Böden hat nach der in Gleichung 1 angedeuteten Weise zu erfolgen.

[3]) Die Unterlagen wurden von Fa. W. Stäubli, Ing. (Zürich) in verdankenswerter Weise zur Verfügung gestellt.