

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 65 (1947)
Heft: 12

Artikel: Remarques sur les nappes souterraines en régime permanent
Autor: Jaeger, Charles
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-55847>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Weichenantrieben ausgerüstet. Auch im Südkopf wurden die entfernteren Weichen elektrisch zentralisiert, um die schwierigen Unterhaltarbeiten während der schneereichen Winter wenigstens teilweise zu vereinfachen. Da gleichzeitig auch die andern Signale, soweit dies nicht schon vorher geschehen war, nunmehr ebenfalls gegen Lichtsignale ausgewechselt wurden, lag es nahe, auch die Fahrstrassenschalter in das neue Stellwerk zu übernehmen und sie gleichzeitig als Fahrstrassensignalschalter auszubilden. Die noch übrig bleibenden mechanischen Stellvorrichtungen der Weichen wurden mit Hebelsperren ausgerüstet, so dass die Abhängigkeiten zwischen den mechanischen Weichenhebeln und dem neuen elektrischen Stellwerk ebenfalls auf elektrischem Wege hergestellt wurden. Die mechanischen Hebel besitzen daher heute ebensowenig mechanische Verschlüsse wie die elektrischen Weichenschalter.

Da für das Freigabestellwerk im Bahnhofgebäude nur sehr wenig Raum zur Verfügung stand, wurde es in Form eines Tastenstellwerks ausgebildet; der Stellwerkapparat erhielt Pultform, wobei auf der Pultoberfläche das Gleisbild des Bahnhofs aufgemalt ist (Bild 9). Für jedes Gleis sowie für jede Einfahr- oder Ausfahrtrichtung ist je eine Taste vorhanden, durch deren Drücken die entsprechende Fahrstrasse ausgewählt wird. Durch Rückmeldelampen wird angegeben, welche Fahrstrasse gewählt war, so dass der Beamte sich über den Zustand in seinem Bahnhof jeweils vollständig Rechenschaft geben kann.

Mit Hilfe der Signalstation Gotthard und des Ausbaues der Stationen Göschenen und Airolo ist es gelungen, eine Einrichtung zu schaffen, die unter Verwendung modernster Mittel alle notwendigen Sicherheiten bietet und gleichzeitig dem Betrieb viele Freiheiten und Möglichkeiten zur glatten Bewältigung aller Betriebsbedürfnisse gibt. Die Bedienungseinrichtungen sind einfach und konzentriert gestaltet, so dass den Beamten trotz der zahlreichen verschiedenen Möglichkeiten alle unnötige Denkarbeit abgenommen wird und daher keinerlei Schwierigkeiten entstehen. Die bisherigen Erfahrungen haben die in diese neue Anlage gesetzten Erwartungen voll bestätigt und lassen eine erhebliche Senkung der Kosten des Tunnelunterhaltes erwarten, so dass die aufgewendeten Kosten in wenigen Jahren amortisiert werden können. Damit ist erneut die Tatsache bewiesen, dass moderne Sicherungsanlagen Betriebsmittel darstellen, d. h. dass sie nicht nur der Sicherung des Betriebes, sondern ebenso auch seiner Verbesserung und Verbilligung dienen.

Die Anlage wurde im Jahre 1946 unter der Bauleitung des Sektionschefs für Sicherungsanlagen im Kreis II der Schweizerischen Bundesbahnen, Ingenieur F. Winiger, erstellt. Sämtliche Sicherungseinrichtungen wurden vom Personal der INTEGRA, Studien- und Projektierungsgesellschaft AG., Wallisellen, entworfen und ausgeführt, während die Fernübertragungseinrichtung zwischen Göschenen und Airolo durch die Albiswerk Zürich AG. geliefert wurde.

Remarques sur les nappes souterraines en régime permanent*)

Par CHARLES JAEGER, Ing., Dr. ès sc. techn., Privat-Dozent à l'E. P. F., collaborateur du Laboratoire de recherches hydrauliques E. P. F., Zurich

DK 551.495.5

Pendant près d'un demi siècle, on a calculé les nappes souterraines en partant de la théorie de Dupuit, qui suppose un «écoulement par tranches», dans lequel les vitesses situées sur une même verticale sont toutes égales entre elles. Les hypothèses de la théorie de Dupuit ont été reprises et développées par Forchheimer, Sichardt et nombre d'autres encore pour les écoulements permanents, par Boussinesq et Weber pour les écoulements non permanents. Or, les recherches expérimentales, mesures en nature ou essais sur modèles effectués en ce domaine, prouvent de façon concordante que la théorie de Dupuit, acceptable en certains cas comme première approximation, conduit en nombre d'autres cas à des résultats erronés. Sur ce point l'accord semble fait; mais il cesse, dès qu'il s'agit de substituer une théorie nouvelle aux méthodes anciennes. C'est sans doute la raison pour laquelle on continue à faire usage, parfois sans discernement suffisant, des formules de Dupuit, tout en sachant qu'elles sont sujettes à caution.

Nous allons d'abord montrer qu'on peut traiter le problème des nappes souterraines à surface libre comme un cas particulier des écoulements à surface libre, compte tenu de l'existence d'un potentiel des vitesses. Puis nous verrons quelles conséquences diverses cette vue nouvelle comporte pour l'étude des nappes.

1) Les nappes souterraines libres considérées comme un chapitre des écoulements à surface libre. Le théorème du débit maximum (fig. 1)

La théorie des courants liquides à surface libre¹⁾ définit (fig. 1), outre le débit Q du courant, sa hauteur d'énergie moyenne H^*_σ calculée à partir d'un horizon fixe et sa quantité de mouvement totale γS (γ = poids spécifique). On peut, à l'aide des grandeurs Q , H^*_σ , S , h et x (où h est la hauteur d'eau mesurée verticalement) et x l'abscisse d'une section σ , imaginer la surface à cinq dimensions:

$$\Gamma^*(Q, H^*_\sigma, S, h, x) = 0.$$

L'étude des propriétés géométriques de cette surface nous renseigne sur les propriétés physiques des écoulements liquides.

*) Le manuscrit a été remis à la rédaction le 15 janvier 1946.

¹⁾ Ch. Jaeger: Contribution à l'étude des courants liquides à surface libre, «Bulletin Technique de la Suisse Romande», 7 et 21 août 1943. Voir aussi: «Revue Générale de l'Hydraulique», No. 33 et 34, mai-août 1943 et Beitrag zur Untersuchung von Wasserabflüssen in Gerinnen mit freiem Wasserspiegel. Bemerkungen zum Problem von Boussinesq: «Wasserkraft und Wasserwirtschaft», tome 38, No. 12, 15 décembre 1943, page 293. — Ch. Jaeger: Remarques sur quelques écoulements le long de lits à pente variant graduellement. «SBZ», tome 114, No. 20, 11 novembre 1939, page 231.

De cette étude, nous retiendrons ici les faits suivants. Il existe sur la surface $\Gamma^* = 0$ des points, où l'on a simultanément

$$(1) \quad \frac{\partial Q}{\partial h} = 0, \quad \frac{\partial H^*_\sigma}{\partial h} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial S}{\partial h} = 0.$$

Nous appelons *hauteur critique* la hauteur d'eau $h = h_c$ correspondant à ces points et énonçons le principe suivant:

Lorsque les conditions aux limites ne s'y opposent pas, il s'établit toujours quelque part, le long de l'écoulement à surface libre considéré, une hauteur critique $h = h_c$, telle que les équations (1) soient toutes trois satisfaites simultanément dans une même section transversale du canal.

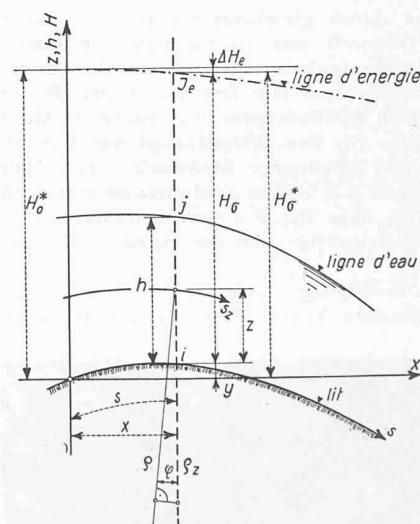


Fig. 1

Nous avons appelé cet énoncé le principe de Bélanger-Böss généralisé. Si l'on tient compte, en outre, du théorème de Bernoulli et de l'équation des quantités de mouvement projetées, on constate que la section critique ($h = h_c$), lorsqu'elle existe, sépare le tronçon de l'écoulement à l'aval de la hauteur critique est, en première approximation du moins, sans influence sur l'écoulement amont: on dit que l'écoulement est *dénoué*. Il correspond au débit maximum

compatible avec les conditions aux limites du problème. Il sera noyé, si la hauteur critique ne s'établit nulle part.

Il est possible, dans l'hydraulique des nappes souterraines à surface libre, de définir les cinq grandeurs Q , H^*_σ , S , h et x et d'imaginer, pour elles aussi, une surface $\Gamma^* = 0$, en sorte que l'existence des théorèmes généraux et des principes énoncés plus haut reste acquise à la théorie des nappes souterraines également.

Tout au plus avons nous à examiner encore les conditions particulières, qui différencient — au point de vue physique et mathématique — les nappes souterraines des autres

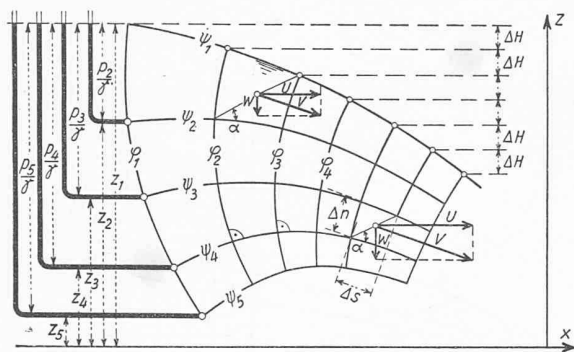


Fig. 2

types d'écoulements à surface libre. Les écoulements en nappes souterraines se distinguent des écoulements ordinaires par les particularités suivantes:

- a) ils obéissent à la loi de Darcy²⁾:
- (2) $J = a V_m$ ou (3) $V_m = k J$
- b) on y confond la pente de la ligne d'énergie J_e avec la pente J de la ligne d'eau
- c) enfin les écoulements souterrains découlent d'un potentiel des vitesses³⁾.

On peut se convaincre que ces particularités propres aux écoulements souterrains ne modifient en rien les énoncés généraux relatifs aux écoulements à nappes libres.

2) Intégration des nappes souterraines libres s'écoulant en régime permanent le long d'un plan horizontal imperméable vers un puits ou une tranchée (fig. 2 et 3)

Nous nous attacherons ici aux seules méthodes qui abordent le problème, en première approximation du moins, par le simple calcul hydraulique. Pour le résoudre, il faut franchir trois étapes:

En premier lieu, il faut, pour connaître le débit Q , calculer l'intégrale (fig. 3)

$$(4) \quad Q = \int_{\varphi} V dn = \int_{\varphi} V \cos \alpha \frac{dn}{\cos \alpha} = \int_0^y u dz$$

le long d'une surface équipotentielle φ quelconque, V étant ici la valeur moyenne $V = \frac{dQ}{d\sigma}$ de la vitesse locale en un point d'ordonnée z (et non la vitesse interstitielle réelle), relative à la surface élémentaire $d\sigma$; dn est un élément de la surface σ de largeur unitaire. On sait que l'on a, puisque l'écoulement est potentiel:

$$(5) \quad |\vec{V}| = \text{grad } \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial s},$$

où $\varphi = k \left(z + \frac{p}{\gamma} \right)$ (fig. 2) et ds est un élément de l'abscisse curviligne s du filet liquide considéré. Conformément à l'usage dans la théorie des nappes, y (fig. 3) désigne la hauteur de la ligne d'eau au dessus du fond imperméable, c'est-à-dire l'épaisseur de la nappe, dont x est l'abscisse rectiligne.

En second lieu, il faut tracer la courbe $y = y(x)$. Enfin, la solution trouvée doit satisfaire aux conditions aux limites, auxquelles il faut l'adapter: c'est la troisième étape.

A ce jour, ce problème d'apparence simple n'a pu être résolu de façon rigoureuse par les méthodes de l'hydraulique: nous en donnons deux solutions en première approximation.

a) Solution en première approximation de Dupuit (fig. 4)

Pour résoudre, en première approximation, le problème des nappes — puits ou tranchée — Dupuit fait deux hypothèses⁴⁾.

1. Il suppose que l'angle ϑ que fait la nappe avec l'horizontale est assez faible pour qu'on puisse confondre le sinus et la tangente; il écrit donc:

$$(6) \quad J = \frac{dy}{ds} \cong \frac{dy}{dx}.$$

²⁾ de Prony: Recherches physico-mathématiques sur la théorie du mouvement des eaux courantes. Paris 1804.

³⁾ Sirade: Mouvement des eaux souterraines, existence d'un potentiel de vitesse. «Revue Générale de l'Hydraulique», 1939, No. 28.

⁴⁾ J. Dupuit: Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux. 2me éd. Paris 1863.

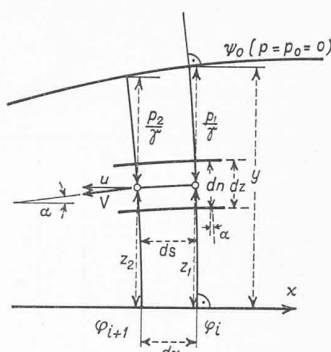


Fig. 3

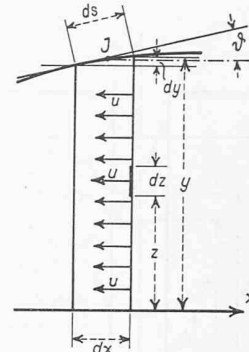


Fig. 4

2. Il suppose, en outre, que l'écoulement s'effectue «par tranches», toutes les vitesses V le long d'une même verticale étant horizontales et égales entre elles. Cela revient à substituer aux surfaces équipotentielles $\varphi_i, \varphi_{i+1} \dots$ des plans verticaux.

Dans ces conditions, la loi de Darcy devient

$$(7) \quad V = k_D J \cong k_D \frac{dy}{dx} = u$$

pour toute la hauteur de la tranche.

En supposant que l'écoulement est à deux dimensions et que la nappe se déverse dans une tranchée, Dupuit calcule le débit q , par unité de largeur:

$$(8) \quad q = \int_0^y u dz = k_D J \int_0^y dz = k_D J y$$

ou encore

$$(9) \quad q = k_D y \tan \vartheta. \quad k_D = k(\text{Dupuit})$$

ϑ est ici l'angle de la ligne d'eau avec l'horizontale. Il est possible d'intégrer cette équation (9). En intégrant entre deux abscisses x_1 et x_0 , on obtient la formule classique de Dupuit:

$$(10) \quad y_1^2 - y_0^2 = \frac{2q}{k_D} (x_1 - x_0).$$

Dans tout ce qui précède, k_D est un coefficient qui, nous le verrons, ne peut en général pas être égal au coefficient k de Darcy.

Dans le cas où l'écoulement est cylindrique et possède un axe de symétrie vertical, la nappe se déversant dans un puits, qui descend jusqu'à la couche imperméable, on calcule de façon analogue le débit total Q :

$$(11) \quad Q = 2\pi k_D x y \frac{dy}{dx},$$

d'où l'on tire, après intégration entre les limites x_1 et x_0 :

$$(12) \quad y_1^2 - y_0^2 = \frac{Q}{\pi k_D} \ln \frac{x_1}{x_0}.$$

Il est bien entendu que dans la formule (10) les x sont comptés à partir du bord de la tranchée et à partir de l'axe du puits dans la formule (12).

Les formules de Dupuit présentent un avantage certain: les fonctions paraboliques et logarithmiques qu'elles introduisent dans les calculs sont particulièrement aisées à manier. On a pu, en partant de la théorie de Dupuit, développer toute une série de solutions relatives à des groupes et à des rangées de puits⁵⁾.

La critique de la théorie de Dupuit a été entreprise maintes fois. De toute évidence, les deux hypothèses 1. et 2. faites par Dupuit limitent la portée de sa théorie aux cas où l'on se trouve à grande distance des puits ou de la tranchée et où l'abaissement est faible. On peut alors confondre $J = \sin \vartheta$ avec $\tan \vartheta$ et l'on peut admettre que les équipotentiels possèdent des génératrices verticales. Dès qu'on se rapproche du puits (ou tranchée), l'écoulement décrit par Dupuit n'est plus potentiel. Mais une fois ces remarques restrictives faites, nous ne voyons plus pourquoi il y aurait lieu de rejeter la théorie dans son ensemble.

Beaucoup plus grave est l'objection que la théorie de Dupuit ne fait pas intervenir correctement les conditions à la limite aval du problème. Soient h_0 (fig. 5) le niveau dans

⁵⁾ Ph. Forchheimer: Hydraulik, 3me éd. Leipzig 1930, p. 51 à 99. — Kyrieleis-Sichardt: Grundwasserabsenkung bei Fundierungsarbeiten, 2me éd. Berlin 1930, p. 72 à 83.

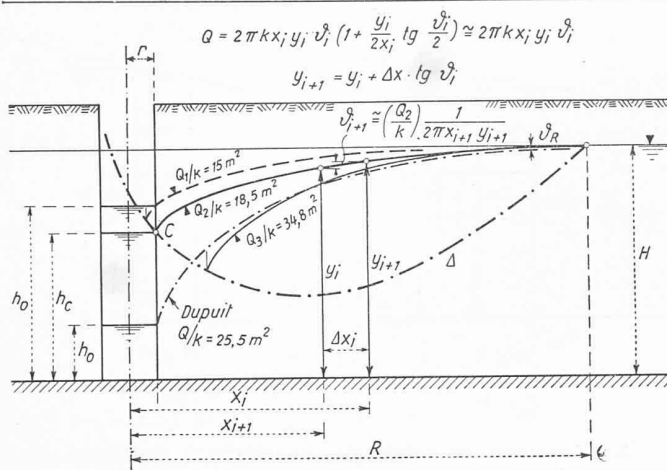


Fig. 5

le puits et la cote de la nappe près du puits. Supposons que le niveau h_0 dans le puits ou la tranchée baisse jusqu'à devenir nul, on aurait $h_0 = 0$ et, d'après les formules de Dupuit, $Q = Q_{\max}$ pour $h_0 = 0$. Ce débit Q_{\max} devrait pénétrer dans le puits avec une vitesse infinie, ce qui est contraire à tout ce que nous savons des écoulements en hydraulique.

Il doit exister — de toute évidence — une condition à la limite aval que la théorie de Dupuit ne permet pas de déceler. C'est là sa faiblesse essentielle.

b) *Solution assimilant les équipotentiellles à des cercles* (fig. 6)

Considérons le cas d'un puits circulaire alimenté par une nappe s'écoulant en terrain homogène sur fond horizontal. Par hypothèse, l'écoulement obéissant à la loi de Darcy, est potentiel. Il possède en outre un axe de symétrie vertical qui est l'axe du puits, en sorte qu'il suffit d'examiner ce qui se passe dans un plan vertical passant par l'axe. Une ligne équipotentielle quelconque φ_i passant par le point de coordonnées (x', z) jouit de la double propriété suivante: Elle est normale à la surface imperméable horizontale et normale à la surface libre de la nappe, donc à sa tangente. Nous observons alors qu'on peut, avec une approximation très grande, substituer à cette équipotentielle un arc de cercle, de rayon R^* dont le centre O^* est déterminé par l'intersection de la tangente à la ligne d'eau avec la surface imperméable. L'angle en surface est ϑ . La position du point O^* varie avec ϑ . On peut de même substituer à la surface équipotentielle voisine φ_{i+1} un autre arc de cercle, de rayon $R^* + dR^*$. Deux cercles infiniment voisins sont évidemment concentriques. Le réseau de ces cercles, tous orthogonaux à la ligne d'eau — au sujet de laquelle nous ne faisons d'ailleurs aucune hypothèse — est très proche du réseau des équipotentiellles réelles et l'approximation du premier ordre ainsi obtenue est certainement très satisfaisante, sauf peut-être aux abords immédiats du puits.

En un point de coordonnées (x', z) la vitesse locale moyenne V définie d'après Darcy a pour valeur:

$$(5a) \quad V = k \frac{\partial(z + p/\gamma)}{\partial s} = \frac{\partial \varphi}{\partial s}.$$

Elle est en outre dirigée vers le centre O^* des cercles concentriques et fait un angle α ($0 < \alpha < \vartheta$) avec l'horizontale. A l'infini amont, l'arc de cercle se confond avec la verticale et l'écoulement tend vers l'écoulement décrit par Dupuit. Entre deux arcs de cercles voisins quelconques on a $d\varphi = \varphi_{i+1} - \varphi_i = \text{constante}$, et, puisque les cercles sont concentriques $ds = dR^* = \text{const.}$ Donc: à condition de pouvoir assimiler les équipotentiellles à des arcs de cercle, la vitesse $V = \frac{d\varphi}{ds} = \frac{d\varphi}{dR^*}$ est constante le long d'une équipotentielle φ_i quelconque. En particulier cette vitesse est la même que celle qui règne en surface et nous pouvons écrire ($p = 0$ en surface et $z = y$):

$$(13) \quad V = \frac{d\varphi}{ds} = \frac{d\varphi}{dR^*} = k \frac{\partial(z + p/\gamma)}{\partial R^*} = k \frac{\partial y}{\partial R^*} = k \sin \vartheta.$$

Le débit élémentaire dq s'écoulant à travers une surface annulaire de rayon x' et de hauteur dn sera:

$$dq = V 2\pi x' dn = V 2\pi x' R^* d\alpha.$$

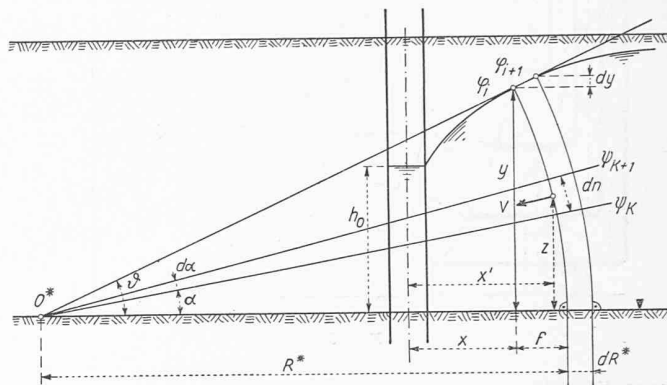


Fig. 6

Or:

$$R^* = \frac{z}{\sin \alpha} = \frac{y}{\sin \vartheta}.$$

Compte tenu de la valeur de V , nous pouvons écrire:

$$dq = k \sin \vartheta 2\pi x' R^* d\alpha$$

$$(14) \quad dq = 2\pi k x' y d\alpha.$$

Pour obtenir le débit Q , l'intégration doit être effectuée le long d'une équipotentielle, donc ici d'un cercle, on trouve:

$$Q = \int_0^\vartheta dq = 2\pi k y \int_0^\vartheta x' d\alpha.$$

Mais, x' variant avec α , l'intégration exacte ne serait possible que si l'on connaissait déjà la forme de la ligne d'eau, dont dépendent x' et R^* . Nous obtenons une valeur approchée de l'intégrale, en substituant à x' une valeur moyenne x_m . Posons (fig. 6), en désignant par f la flèche de l'arc:

$$x_m = x + \frac{f}{2} = x + \frac{R^*}{2} (1 - \cos \vartheta) \\ = x + \frac{y}{2} \frac{1 - \cos \vartheta}{\sin \vartheta} = x + \frac{y}{2} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}$$

et

$$\int_0^\vartheta x' d\alpha \cong x_m \int_0^\vartheta d\alpha = x \left(1 + \frac{y}{2x} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} \right) \vartheta.$$

On trouve ainsi:

$$(15) \quad Q = 2\pi k y x \left(1 + \frac{y}{2x} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} \right) \vartheta$$

qui est la nouvelle équation différentielle à substituer à l'équation (11). Si l'on néglige le terme correcteur

$$2\pi k \frac{y^2}{2} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} \vartheta, \text{ on trouve de façon approchée:}$$

$$(16) \quad Q \cong 2\pi k y x \vartheta.$$

Cette dernière formule avait déjà été indiquée par Vibert, en 1938, qui l'avait trouvée en suivant un tout autre raisonnement⁶⁾.

De façon analogue, on obtient pour le cas d'une tranchée (par unité de largeur):

$$dq = V dn = V R^* d\alpha,$$

ou bien

$$(17) \quad dq = k y d\alpha,$$

et en intégrant de 0 à ϑ

$$(18) \quad q = k y \vartheta.$$

L'équation (18) remplace l'équation (9) de Dupuit.

c) *Calcul de la ligne d'eau par la méthode des différences finies* (fig. 5). *Recherche du débit maximum*

Méthode des différences finies

Les formules (15) et (18) permettent de tracer la ligne d'eau $y = y(x)$ en procédant par un calcul de différences finies.

⁶⁾ A. Vibert: Le mouvement de l'eau dans le sol. Applications des formules rationnelles donnant le débit des ouvrages de captage. «Le Génie Civil», 2 juillet, 12 et 19 nov. 1938. L'écoulement décrit par Vibert n'est pas potentiel. Après diverses simplifications difficiles à justifier entièrement, il trouve la formule (16). Dans ses articles ultérieurs Vibert n'a malheureusement plus fait mention de cette formule, à notre avis meilleure que celles qu'il proposa par la suite.

