Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 127/128 (1946)

Heft: 26

Artikel: Nomographische Berechnung von Plattenbalken mit Berücksichtigung der Druckspannungen im Steg

Autor: Bosshard, E.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-83860

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Band 127 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet Nr. 26

Nomographische Berechnung von Plattenbalken mit Berücksichtigung der Druckspannungen im Steg

Von Dipl. Ing. E. BOSSHARD, Luzern

(Hierzu Tafel 7)

Die bestehenden Tabellen für die Berechnung von Plattenbalken beruhen durchwegs auf der Vernachlässigung der Stegdruckspannungen. In vielen Fällen bleibt der Fehler klein. Bei breiten Rippen oder dünnen Druckplatten ergeben sich jedoch gegenüber der genauen Theorie grössere Abweichungen, die sich besonders bei beschränkter Nutzhöhe unangenehm bemerkbar machen. Mit Hilfe des nachstehenden Nomogramms ist es möglich, eine korrekte Berechnung mit Berücksichtigung der Stegdruckspannungen durchzuführen, ohne dass dadurch eine Mehrarbeit erforderlich wäre. Die nomographische Behandlung hat zudem den Vorteil, dass zeitraubende Interpolationen, wie sie bei Zahlentabellen unumgänglich sind, wegfallen. Die Berechnung erfolgt auf Grund der für Eisenbeton üblichen Annahmen: Hook'sches Gesetz, Hypothese von Navier-Bernoulli und verschwindende Zugfestigkeit des Betons.

1. Reine Biegung

Die in Bild 1 dargestellten Spannungen lassen sich zu den folgenden Kräften zusammenfassen:

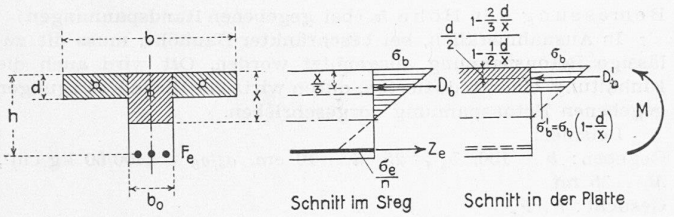


Bild 1

Resultierende der Druckspannungen im Steg:

$$D_b = \frac{1}{2}\,\sigma_b\, b_0\, x$$

D_b greift im Abstand $\frac{x}{3}$ von der Plattenoberkante an.

Resultierende der Druckspannungen in der Platte:

$$D'_b = \frac{1}{2}\,(\sigma_b + \sigma'_b)\,(b - b_0)\,d = \sigma_b\left(1 - \frac{d}{2x}\right)(b - b_0)\,d$$

Der Hebelarm bezüglich der Plattenoberkante beträgt, da D'_b im Schwerpunkt des Spannungstrapezes wirkt:

$$\frac{d}{3}\,\frac{\sigma_b + 2\,\sigma'_b}{\sigma_b + \sigma'_b} = \frac{d}{2}\,\frac{1 - \frac{2}{3}\frac{d}{x}}{1 - \frac{1}{2}\frac{d}{x}}$$

Eisenzugkraft: $Z_e = \sigma_e F_e$

Bei reiner Biegung sind diese drei axparallelen Kräfte unter sich im Gleichgewicht:

$$Z_e = D_b + D'_b \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Daraus erhält man $\sigma_e F_e = \frac{1}{2}\,\sigma_b\, b_0\, x + \sigma_b\left(1 - \frac{d}{2x}\right)(b - b_0)\,d$

Erweitert man mit $\frac{100}{\sigma_e\,(b - b_0)\,d}$ und führt die dimensionslosen Abkürzungen

$$\mu_T = \frac{100\,F_e}{(b - b_0)\,d} \quad (2)^{1)} \qquad \beta = \frac{b_0\,h}{(b - b_0)\,a} \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{\sigma_e}{\sigma_b} \quad (4) \qquad \xi = \frac{x}{h} \quad (5) \qquad \delta = \frac{d}{h} \quad (6)$$

ein, so ergibt sich die Beziehung:

$$\mu_T = \frac{100}{\gamma}\left(1 - \frac{\delta}{2\,\xi}\right) + 50\,\frac{\xi}{\gamma}\,\beta \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

Eine weitere Bedingung folgt aus dem Gleichgewicht der Momente bezüglich des Eisenschwerpunktes:

$$M = D_b\left(h - \frac{x}{3}\right) + D'_b\left(h - \frac{d}{2}\,\frac{1 - \frac{2}{3}\frac{d}{x}}{1 - \frac{1}{2}\frac{d}{x}}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\,\sigma_b\, b_0\, x\left(h - \frac{x}{3}\right) + \sigma_b\left(1 - \frac{d}{2x}\right)(b - b_0)\,d\left(h - \frac{d}{2}\,\frac{1 - \frac{2}{3}\frac{d}{x}}{1 - \frac{1}{2}\frac{d}{x}}\right) \quad (8)$$

[1]) Es ist zu beachten, dass der hier eingeführte Armierungsgehalt von der sonst üblichen Definition verschieden ist. Der Index T deutet an, dass es sich um Plattenbalkenquerschnitte handelt.

Diese Gleichung wird mit $\frac{100}{\sigma_e\,(b - b_0)\,d\,h}$ erweitert und mit Hilfe der neuen Abkürzung

$$m_{eT} = \frac{100\,M}{\sigma_e\,(b - b_0)\,d\,h} \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

in

$$m_{eT} = \frac{100}{\gamma}\left[\left(1 - \frac{\delta}{2\,\xi}\right)\left(1 - \frac{\delta}{2}\right) + \frac{\delta^2}{12\,\xi}\right] + 50\,\frac{\xi}{\gamma}\left(1 - \frac{\xi}{3}\right)\beta \quad (10)$$

übergeführt.

Ausser diesen zwei Gleichgewichtsbedingungen ist noch eine Elastizitätsbedingung verfügbar. Sie folgt aus dem geradlinigen Spannungsverlauf, der durch das Hook'sche Gesetz und die Hypothese von Navier-Bernoulli bedingt ist:

$$\frac{x}{h} = \frac{\sigma_b}{\sigma_b + \frac{\sigma_e}{n}}$$

Mit (4) und (5) ergibt sich daraus:

$$\xi = \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Anhand von (11) kann in den Gleichgewichtsbedingungen (7) und (10) der in der Rechnung sonst nicht benötigte Nulllinienabstand ξ durch das Randspannungsverhältnis γ ersetzt werden, womit (7) und (10) in Form linearer Verknüpfungen zwischen μ_T bzw. m_{eT} und β dargestellt werden können:

$$\mu_T = f_1(\gamma, \delta) + f_2(\gamma)\,\beta$$
$$m_{eT} = g_1(\gamma, \delta) + g_2(\gamma)\,\beta$$

Die Koeffizienten f und g sind dabei Funktionen der Parameter γ und δ.

Für die Darstellung derartiger linearer Beziehungen sind Fluchtliniennomogramme ganz besonders geeignet. Beim Rechteckquerschnitt, für den sich Gleichungen ähnlicher Form ableiten lassen, wurde diese Möglichkeit bereits ausgenützt. Die entsprechenden Nomogramme hat *Pasternak* im Jahre 1922 veröffentlicht[2]). Bezüglich der allgemeinen Theorie von Fluchtliniennomogrammen kann auf diese Abhandlung verwiesen werden; hier sei nur das zum Verständnis Notwendige kurz gestreift.

Das Nomogramm $\mu_T \div \beta$ der Gleichung (7) beispielsweise besteht aus zwei parallelen, gleichmässig geteilten, gegenläufigen Masstäben für die Variablen μ_T und β (Bild 2). Aus einer einfachen geometrischen Ueberlegung folgt die grundlegende Eigenschaft: Für jedes Parameterpaar γ, δ existiert ein eindeutig bestimmbarer Punkt $P(\gamma, \delta)$ derart, dass alle durch ihn laufenden Geraden auf den beiden Masstäben μ_T- bzw. β-Werte abschneiden, die Gleichung (7) erfüllen. Sind also z. B. γ, δ und β gegeben, so findet man μ_T als Abszisse des Schnittpunktes der sogenannten lösenden Geraden $P(\gamma, \delta) \div \beta$ mit der μ_T-Axe. Der Punkt $P(\gamma, \delta)$ lässt sich etwa als Schnittpunkt der Geraden $\beta = 0$, $\mu_T = f_1$ und $\beta = 1$, $\mu_T = f_1 + f_2$ (Bild 2) leicht konstruieren.

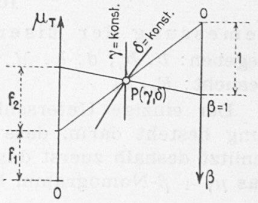


Bild 2

Verbindet man Punkte P mit konstantem Parameter γ bzw. δ, so entsteht das in Tafel 7 eingetragene Kurvennetz, das gestattet, für jedes praktisch in Frage kommende Parameterpaar den zugehörigen Punkt sofort festzulegen. Das Kurvennetz ist begrenzt einerseits durch die Linie $\delta = 0$ (verschwindende Plattenstärke) und anderseits durch eine Grenzkurve $\delta = \xi$ (Nullinie auf Unterkante Platte), da ja für $\delta \geq \xi$ die Nullinie in der Platte verläuft, der Plattenbalken statisch somit als Rechteckquerschnitt zu behandeln ist. Die Gleichung der Grenzkurve entsteht aus (7), wenn man $\delta = \xi$ berücksichtigt; ihre nomographische Darstellung bietet keine Schwierigkeiten. Um auch in der Nähe der Grenzkurve, die in Tafel 7 gestrichelt eingetragen ist, eine sichere Interpolation von Auge zu ermöglichen, ist das Kurvennetz etwas über den gültigen Bereich hinaus verlängert worden.

[2]) Beiträge zur Berechnung von Eisenbetonquerschnitten auf einheitlicher tabellarischer Grundlage: SBZ Bd. 79, S. 263*, 307*, Juni 1922. Die Nomogramme sind noch für $n = 20$ bzw. $n = 15$ aufgestellt und deshalb seit der Einführung des neuen Wertes $n = 10$ leider in Vergessenheit geraten.

Grundsätzlich Gleiches gilt für Gleichung (10) und das zugehörige $\beta \div m_{eT}$-Nomogramm. Dieses kann auf dem gleichen Blatt bequem untergebracht werden, wenn man den β-Masstab vertauscht.

Es sei ferner noch auf einen andern Zusammenhang hingewiesen, der zwischen μ_T bzw. m_{eT} und β besteht. Nach (2), (3) und (9) lässt sich auch schreiben:

$$\mu_T = \mu_0 \beta \quad . \quad (12) \qquad\qquad m_{eT} = m_{e_0} \beta \quad . \; . \; . \; . \quad (13)$$

wobei in

$$\mu_0 = \frac{100\, Fe}{b_0\, h} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

$$m_{eo} = \frac{100\, M}{\sigma_e\, b_0\, h^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

nur Rippenabmessungen enthalten sind. Gleichung (12) bedeutet in nomographischer Darstellung die als Leiter ausgebildete Diagonale $\mu_T = 0$, $\beta = 0$, Gleichung (13) die Diagonale $m_{eT} = 0$, $\beta = 0$. Die beiden neuen Leitern sind bei gewissen Bemessungsaufgaben von Nutzen, bei denen unter den gegebenen Grössen b oder d fehlen.

Die bisher übliche Berechnungsweise, die den Stegdruck vernachlässigt, ist als Sonderfall in der vorliegenden Theorie enthalten. Die Vernachlässigung der Stegspannungen ist gleichbedeutend mit der Annahme verschwindender Breite b_0; aus (3) folgt dann auch $\beta = 0$, d. h. die lösende Gerade läuft in diesem Fall stets durch den Anfangspunkt der β-Leiter.

Anhand einiger Beispiele seien nun die wichtigsten Anwendungen des Nomogramms dargestellt.

Spannungsnachweis

Gegeben: $b = 100$, $b_0 = 40$, $d = 20$, $h = 100$ cm, $F_e = 56{,}6$ cm², $M = 71{,}6$ mt

Gesucht: σ_e, σ_b

Man berechnet aus den gegebenen Abmessungen die Werte $\delta = 0{,}20$, $\beta = 3{,}33$, $\mu_T = 4{,}72$. Im $\mu_T \div \beta$-Nomogramm findet man im Schnitt der lösenden Geraden[3]) $\mu_T = 4{,}72 \div \beta = 3{,}33$ mit der Linie $\delta = 0{,}20$ das Randspannungsverhältnis $\gamma = 24{,}2$. Nun sucht man im $\beta \div m_{eT}$-Nomogramm den Punkt P ($\gamma = 24{,}2$, $\delta = 0{,}20$) auf und verbindet ihn mit $\beta = 3{,}33$. Auf dem m_{eT}-Masstab wird $m_{eT} = 4{,}26$ abgeschnitten. Die Spannungen ergeben sich wie folgt:

$$\text{nach Gl. (9)} \quad \sigma_e = \frac{100\, M}{m_{eT}\,(b - b_0)\, d\, h} = 1400 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{nach Gl. (4)} \quad \sigma_b = \frac{\sigma_e}{\gamma} = 58 \text{ kg/cm}^2$$

Auf gleiche Weise findet man das Eisentragmoment. Man hat nur Gleichung (9) nach M statt nach σ_e aufzulösen.

$$M_{zul} = \frac{m_{eT}}{100}\, \sigma_{ezul}\, (b - b_0)\, d\, h$$

Bemessung der Eisen (häufigster Bemessungsfall)

Gegeben: b, b_0, d, h, M, $\sigma_{e\,zul}$

Gesucht: F_e, σ_b

Der einzige Unterschied gegenüber der Spannungsberechnung besteht darin, dass hier m_{eT} gegeben ist statt μ_T. Man benützt deshalb zuerst das $\beta \div m_{eT}$-Nomogramm und findet γ. Das $\mu_T \div \beta$-Nomogramm liefert sodann μ_T womit

$$\text{nach (2)} \quad F_e = \frac{\mu_T}{100}\,(b - b_0)\, d \qquad \text{und nach (4)} \quad \sigma_b = \frac{\sigma_e}{\gamma}$$

Hebelarm der innern Kräfte

Zur Berechnung der Schubsicherung braucht man den Hebelarm y der innern Kräfte oder den relativen Hebelarm $\eta = \frac{y}{h}$. Er ergibt sich aus der für den Schwerpunkt der Druckkräfte D_b und D'_b angeschriebenen Momentengleichung $M = Z_e y$ nach Erweitern mit $\frac{100}{\sigma_e\,(b - b_0)\, d\, h}$ zu:

$$\eta = \frac{m_{eT}}{\mu_T} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (16)$$

Die beiden Werte m_{eT} und μ_T sind aus dem Nomogramm zu entnehmen. Für η lässt sich auch ein bequemer und doch recht genauer Näherungsausdruck herleiten. Dazu setzt man in (16) μ_T und m_{eT} gemäss (7) und (10) ein und erhält nach durchgeführter Division:

$$\eta = 1 - \frac{\delta}{3} - R \qquad \text{mit} \quad R = \frac{1}{6}\, \frac{\left(1 - \frac{\delta}{\xi}\right)\,(\delta + \xi^2\, \beta)}{1 - \frac{\delta}{2\,\xi} + \frac{1}{2}\, \xi\, \beta}$$

[3]) Die lösende Gerade wird zweckmässig mit einem durchsichtigen Lineal oder mit einem gespannten Faden angelegt. Zur Markierung der Punkte benützt man eine scharfe Spitze, z. B. Zirkel oder Nadel.

Das Restglied R ist sehr klein; es erreicht im normalen Bereich von ξ, δ, β nur den Betrag von etwa 0,01 bis 0,03. Mit 0,02 als Mittel lautet die Näherung:

$$\eta \backsim 0{,}98 - \frac{\delta}{3} \quad . \; , \; . \; . \; . \; . \; . \quad (17)$$

Weiss man zum vornherein, dass die zulässige Betonspannung unterschritten ist, so kann η in bekannter Weise auch zur raschen Dimensionierung der Eisen oder zur Berechnung der Momentendeckung benützt werden. Eine weitere Anwendung wird sich beim Spannungsnachweis exzentrisch gedrückter oder gezogener Plattenbalken ergeben.

Bemessung der Plattenbreite

Diese Aufgabe stellt sich bei Unterzügen, die eine Hohlkörperdecke tragen. Die Druckplatte entsteht dadurch, dass auf eine zu bestimmende Breite b die Hohlkörper durch Beton ersetzt werden.

Gegeben: b_0, d, h, σ_e, σ_b, M

Gesucht: b, F_e

Man berechnet γ, δ und m_{e0} (Gl. 15). Im $\beta \div m_{eT}$-Nomogramm findet man mit der lösenden Geraden $m_{e0} \div P\,(\gamma, \delta)$ (auf der Diagonalleiter) den Wert β und nach (3)

$$b = \frac{b_0}{\beta\, \delta} + b_0$$

F_e ergibt sich über μ_T wie früher aus dem $\mu_T \div \beta$-Nomogramm.

Bemessung der Höhe h (bei gegebenen Randspannungen)

In Ausnahmefällen, bei beschränkter Bauhöhe, muss die zulässige Betonspannung ausgenützt werden. Oft wird auch die Einhaltung einer reduzierten, durch wirtschaftliche Erwägungen gegebenen Betonspannung vorgeschrieben.

Beispiel:

Gegeben: $b = 160$, $b_0 = 25$, $d = 10$ cm, $\sigma_e/\sigma_b = 1400/60$ kg/cm², $M = 35$ mt

Gesucht: h, F_e

Man berechnet $\beta = 0{,}0185\,.\,h$, $m_{eT} = \frac{185}{h}$. Die gesuchte Höhe wird durch Eingabeln zwischen zwei geschätzten Werten h_1 und h_2 bestimmt.

$h_1 = 60$ cm : $\delta_1 = 0{,}167$, $\beta_1 = 1{,}111$, $m_{eT_1} = 3{,}09$

$h_2 = 50$ cm : $\delta_2 = 0{,}20$, $\beta_2 = 0{,}925$, $m_{eT_2} = 3{,}70$

Das $\beta \div m_{eT}$-Nomogramm liefert

für $h_1 = 60$ cm $\quad \gamma_1 = 26$ $\qquad$ vorgeschrieben: $\gamma = 23{,}3$

$h_2 = 50$ cm $\quad \gamma_2 = 20{,}8$

$h_1 - h_2 = 10 \quad \gamma_1 - \gamma_2 = 5{,}2 \qquad \gamma - \gamma_2 = 2{,}5$

Eine einfache Interpolation ergibt

$$\underline{h} = 50 + \frac{2{,}5}{5{,}2}\, 10 = \sim \underline{55 \text{ cm}}$$

somit $\delta = 0{,}182$, $\beta = 1{,}02$. Aus dem $\mu_T \div \beta$-Nomogramm folgt jetzt $\mu_T = 3{,}72$, $\underline{F_e = 50{,}4 \text{ cm}^2}$

2. Biegung mit Normalkraft

Exzentrisch beanspruchte Plattenbalken kommen in der Praxis viel häufiger vor, als man gelegentlich annimmt. So sind beispielsweise in Rahmenriegeln die Momente stets von mehr oder weniger grossen Normalkräften begleitet, deren Berücksichtigung oft nennenswerte Ersparnisse an Eisen ermöglicht. Die folgende Ableitung bezieht sich auf Fälle, wo die Nullinie wie bei reiner Biegung in der Rippe verläuft. Die Normalkraft (Druck oder Zug) greift dann ausserhalb des Kerns des ideellen Querschnittes an.

Die Momentengleichgewichtsbedingung (8), sowie die daraus gewonnene Gl. (10) und das zugehörige $\beta \div m_{eT}$-Nomogramm bleiben auch bei exzentrischer Normalkraft unverändert gültig, falls man das Moment von N auf den Eisenschwerpunkt bezieht. Man hat also zu setzen (Bild 3):

$$M = N\, e \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (17)$$

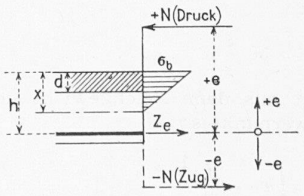


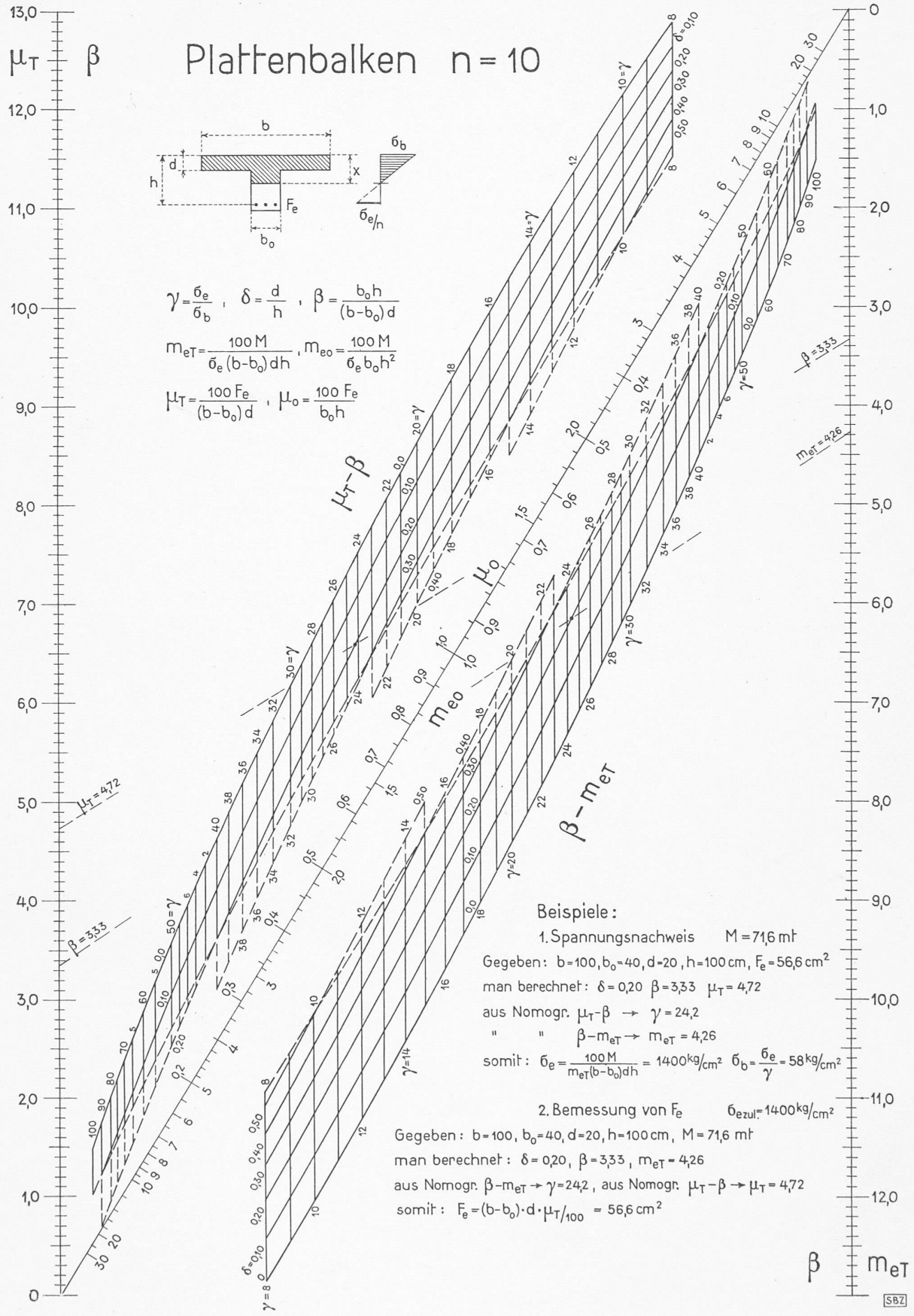
Bild 3

Dabei ist N als Druckkraft und e nach oben positiv gerechnet. Da nur ein positives Moment in Frage kommt — bei negativem Moment liegt statisch ein Rechteckquerschnitt vor — gehört zu einem negativen N (Zug) auch eine negative Exzentrizität e.

Die Gleichgewichtsbedingung (1) der axparallelen Kräfte muss ergänzt werden, indem anstelle von Z_e die Kraft $Z_e + N$ zu berücksichtigen ist. Man hat somit:

$$Z_e + N = D_b + D'_b$$

Erweitert man wie bei reiner Biegung mit $\frac{100}{\sigma_e\,(b - b_0)\, d}$ und



Beilage zum Aufsatz «Nomographische Berechnung von Plattenbalken» von Dipl. Ing. E. BOSSHARD

Seite / page

leer / vide / blank

ersetzt N durch $\frac{M}{e}$, so folgt als neue Gleichung anstelle von (7)

$$\mu_T + \frac{h}{e} m_{eT} = \frac{100}{\gamma}\left(1 - \frac{\delta}{2\xi}\right) + 50\,\frac{\xi}{\gamma}\,\beta \quad . \quad . \quad (7a)$$

Der Vergleich mit (7) zeigt sofort, dass auch das $\mu_T \div \beta$-Nomogramm bestehen bleibt, wenn man sich auf der μ_T-Axe den ideellen Armierungsgehalt

$$\mu_{T\,id} = \mu_T + \frac{h}{e}\, m_{eT} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

aufgetragen denkt. Mit Gl. (18) lässt sich die wichtigste Aufgabe, die *Bemessung der Armierung* bei gegebenen Abmessungen und vorgeschriebenem σ_e, erledigen wie bei reiner Biegung. Es ist nur zu beachten, dass sich aus dem Nomogramm der ideelle Armierungsgehalt ergibt. Der richtige Armierungsgehalt beträgt nach (18)

$$\mu_T = \mu_{T\,id} - \frac{h}{e}\, m_{eT}$$

Natürlich könnte die Beziehung (18) auch direkt nomographisch dargestellt werden, was besonders bei kleinen Exzentrizitäten vorteilhaft wäre, da in diesen Fällen mit der obigen Berechnung μ_T als stark fehlerhafte, kleine Differenz resultiert. Praktisch kommen jedoch kleine Exzentrizitäten bei Plattenbalken kaum vor, sodass für ein spezielles Nomogramm kein Bedürfnis besteht.

Beim *Spannungsnachweis* muss man in (18) das zunächst noch gar nicht bekannte m_{eT} schätzen. Einen brauchbaren Ausgangswert gewinnt man mit dem Näherungsausdruck (17) für den Hebelarm η. Für reine Biegung gilt nämlich

$$m_{eT} = \eta\, \mu_{T\,id}$$

Mit (18) zusammen ergibt sich dann:

$$m_{eT} = \frac{\mu_T}{\frac{1}{\eta} - \frac{h}{e}}$$

oder auch direkt:

$$\mu_{T\,id} = \frac{\mu_T}{1 - \frac{h}{e}\,\eta}$$

Die Spannungsberechnung verläuft nun wie bei reiner Biegung. Zur Kontrolle müssen der berechnete und der geschätzte Wert von m_{eT} zusammenfallen; bei grösserer Abweichung wird die Rechnung mit dem verbesserten m_{eT} wiederholt. In fast allen Fällen erübrigt sich dieser zweite Rechnungsgang.

Drehzahlreglung von Flugzeug-Triebwerken

Von Dipl. Ing. TH. STEIN, Escher Wyss A.-G., Zürich

4. Strahl-Turbine

(Schluss von Seite 313)

a) Zweck des Drehzahlreglers

Bei Strahlturbinen ist es im Gegensatz zum Verstellpropeller nicht möglich, durch Aenderung des Anstellwinkels jeder Leistung eine frei wählbare Drehzahl zuzuordnen. Vielmehr wird hier meist, wie Bild 3 (S. 295) zeigt, nur die Brennstoffmenge durch den Regler beeinflusst und die Drehzahl stellt sich selbstregelnd ein. Hingegen ist der Drehzahlregler, abgesehen von seiner Aufgabe Uebertouren zu vermeiden, ein brauchbares Mass der Leistung. Hierzu genügt wegen den stark verschiedenen Flugbedingungen die Drosselstellung des Gashebels allein nicht. Neben einfachen Grenzreglern für die maximale Drehzahl (Bild 31) werden deshalb auch Drehzahlregler komplizierter Bauart mit Isodromrückführung gebaut (Bild 32). Sie haben die Aufgabe, im oberen Leistungsgebiet einer bestimmten Gashebelstellung eine bestimmte Drehzahl isodrom, also ohne Drehzahl-Ungleichförmigkeit zuzuordnen, wonach sich die zugehörige Leistung selbstregelnd einstellt.

Aber auch als Grenzregler (Bild 31) verwendet, genügt es nicht, wenn der Regler nur ein Organ steuert, das bei Ueberschreiten einer bestimmten Drehzahl wie ein Schnellschluss die Betriebsmittelzufuhr einfach abschliesst. Sobald die Drehzahlgrenze erreicht ist, muss vielmehr auch hier der Regler die Strahlturbine so beherrschen, dass die Drehzahlausschläge zulässig bleiben und dass sie ohne störende Pendelung schnell genug abklingen. Die nachfolgende Ableitung der dynamischen Beziehungen soll dazu dienen, im Einzelfall vorausberechnen zu können, wie die Reglerkonstanten am zweckmässigsten zu wählen sind.

b) Gleichung des Regelvorganges

Regler für den Barometerstand, d. h. für die Höhenlage oder auch für die Fluggeschwindigkeit leiten im Vergleich zur Drehzahlreglung so langsame und sich stetig ändernde Regelvorgänge ein, dass ihre Rückwirkung auf die Drehzahlreglung vernachlässigt wird. Ebenso bleibt die Aenderung der Fluggeschwindigkeit selbst unberücksichtigt, die im Verlauf des Regelvorganges eintritt. Ferner werden hier nur die Beziehungen für Vollast abgeleitet, da die Drehzahlreglung meist nur in dieser Gegend verwendet wird.

Wenn M_T das Drehmoment der Turbine und M_C das des Kompressors ist, wird das beschleunigende Moment M nach dem

$$\textit{Drallsatz:}\quad M = M_T - M_C = \Theta\,\frac{d\omega}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

Rechnet man mit den Abweichungen ΔM und $\Delta\omega$ von den Beharrungswerten M_0 und ω_0 und berücksichtigt, dass $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ also $d\omega = d(\Delta\omega)$ so wird:

$$\Delta M = \Theta\,\frac{d\omega}{dt}$$

Für das Vollgasdrehmoment M_{max} und die Anlaufzeit T_a gilt

$$M_{max} = \Theta\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{max} = \Theta\,\frac{\omega_{0\,max}}{T_a}$$

$$\frac{\Delta M}{M_{max}} = \frac{d\omega}{dt}\,\frac{T_a}{\omega_{0\,max}} = \frac{d\,\Delta n}{dt}\,\frac{T_a}{n_{0\,max}}$$

Hieraus folgt mit $\varphi = \Delta n / n_{0\,max}$ die

$$\textit{Beschleunigungsgleichung}\quad \frac{\Delta M}{M_{max}} = T_a\,\dot{\varphi} \quad . \quad . \quad (42)$$

Anlaufzeit $T_a = \frac{\Theta\,\omega_{0\,max}}{M_{max}}$ Grössenordnung 0,1 bis 2s

ΔM ist die Abweichung des Drehmomentes M von der Beharrungslage für das Gesamtaggregat Turbine-Kompressor. Die *Beharrungsgrösse des Drehmomentes ist beim Strahlantrieb immer 0*, da nur Strahlenergie, aber keine mechanische Leistung vom Gesamtaggregat Turbine-Kompressor nach aussen abgegeben wird. M ist abhängig von der Brennstoffmenge, die der Servomotorstellung m (Bild 3) proportional angenommen wird. Ausser dieser Abhängigkeit von der automatischen Reglung hängt M selbstregelnd von der Drehzahl n ab; es ist also:

$$M = f\,(n, m) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

$$\Delta M = \frac{\partial M}{\partial n}\,\Delta n + \frac{\partial M}{\partial m}\,\Delta m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

Als Kennzahlen für das Mass der Einwirkung von Drehzahl und Servomotorstellung (Brennstoffmenge) werden eingeführt:

$$k_\varphi = \frac{\frac{\partial M}{M_{max}}}{\frac{\partial n}{n_{0\,max}}} = \frac{\text{Zunahme des Momentenüberschusses in \%}}{\text{Zunahme der Drehzahl in \%}} \quad (45)$$

k_φ gilt bei unveränderter Stellung des Servomotors und hat die Grössenordnung $k_\varphi \backsim -1$

$$k_\mu = \frac{\frac{\partial M}{M_{max}}}{\frac{\partial m}{m_{max}}} = \frac{\text{Zunahme des Momentenüberschusses in \%}}{\text{Zunahme der Servomotoröffnung in \%}} \quad (46)$$

k_μ gilt bei konstanter Drehzahl, wobei m_{max} einer Aenderung um die Vollgasleistung entspricht und weist die Grössenordnung $k_\mu \backsim 0{,}3$ auf. Mit diesen Kennzahlen wird:

$$\Delta M = k_\varphi\, M_{max}\,\frac{\Delta n}{n_{0\,max}} + k_\mu\, M_{max}\,\frac{\Delta m}{m_{max}} \quad . \quad . \quad (47)$$

wobei:

$$\frac{\Delta n}{n_{0\,max}} = \varphi; \qquad \frac{\Delta m}{m_{max}} = \mu; \qquad \frac{\Delta M}{M_{max}} = T_a\,\dot{\varphi}$$

Setzt man wie in Abschnitt 2:

$$\textit{Selbstr. konstante}\quad e_s = \frac{\text{Abnahme des Drehmomentes in \%}}{\text{Zunahme der Drehzahl in \%}} \quad (48)$$

so ist hier $e_s = -k_\varphi$, also von der Grössenordnung $e_s \backsim 1$

$$\textit{Triebwerksgleichung}\quad T_a\,\dot{\varphi} + e_s\,\varphi = k_\mu\,\mu \quad . \quad . \quad (49)$$

Für die Regleröffnung η gilt die gleiche Ableitung wie für Formel (12), nur mit negativem Vorzeichen, da der Drehzahlregler mit steigender Drehzahl hier nicht den Propeller auf Zunahme, sondern die Turbine auf Abnahme des Drehmomentes steuert. Demnach gilt für den

$$\textit{Regler:}\quad \eta = -\frac{\varphi}{\delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

Bei Annahme eines Reglers mit starrer Rückführung sind die Formeln (13), (14), (17) unverändert gültig. Sie ergeben zusammen mit den Formeln (49) und (50) und unter Vernachlässigung von Gliedern kleinerer Ordnung mit w als Wurzel die *charakteristische Regelgleichung des Turbotriebwerkes:*

$$w^2 + \underbrace{\left(\frac{e_s}{T_a}\right.}_{\text{Selbstreglung}} + \underbrace{\left.\frac{r}{T_s}\right)}_{\text{Rückführung}} w + \frac{k_\mu}{\delta\, T_a\, T_s} = 0 \quad . \quad . \quad (51)$$