Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 123/124 (1944)

Heft: 15

Artikel: Anwendung von Differenzengleichungen zur Berechnung von Eisenbeton-Wehrpfeilern

Autor: Kollbrunner, C.F. / Dubas, Ch.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-54030

Band 124 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet Nr. 15

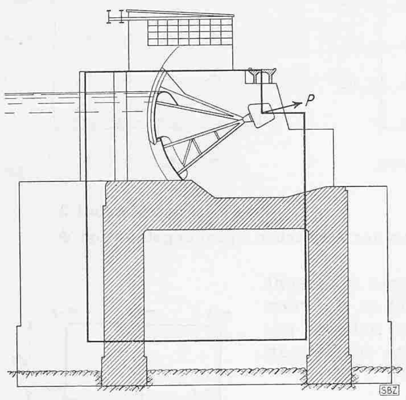


Abb. 1. Pfeilerform Rupperswil u. «Ersatzscheibe»

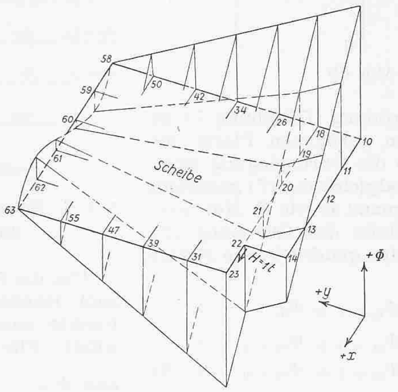


Abb. 2. Belastungsfall 1.

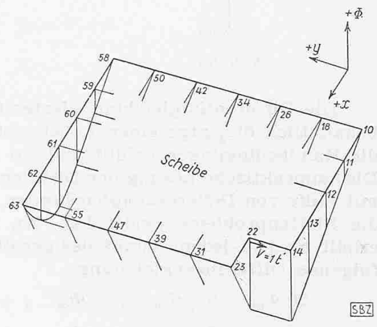


Abb. 3. Belastungsfall 2

Randbedingungen der Spannungsfunktion Φ

Anwendung von Differenzengleichungen zur Berechnung von Eisenbeton-Wehrpfeilern

Von Ing. Dr. sc. techn. C. F. KOLLBRUNNER, Direktor der A.-G. Conrad Zschokke, Stahlbau, Döttingen und Dipl. Ing. CH. DUBAS, Döttingen

Um die Armierung der Eisenbeton-Wehrpfeiler für die neuen *Sektor-Hakenschützen*[1]) (Abb. 1) zu berechnen, wird der ganze Pfeiler als Scheibe betrachtet. Für einseitige Schützenreaktion wird die daraus entstehende Exzentrizität berücksichtigt.

Die Betrachtung eines unendlich kleinen, rechteckigen dünnen Elementes liefert bekanntlich für die drei Unbekannten σ_x, σ_y und $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, falls keine Massenkräfte vorhanden sind, die zwei Gleichgewichtsbedingungen

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

Unter Berücksichtigung der Formänderungen erhält man als Elastizitätsgleichung

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)(\sigma_x + \sigma_y) = 0 \quad . \; . \; . \; (3)$$

Durch Einführung der Airy'schen Spannungsfunktion Φ, die durch folgende Beziehungen definiert ist:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (5)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \, \partial y} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

geht die Elastizitätsgleichung (3) über in die Differentialgleichung vierter Ordnung[2])

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2\,\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \, \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; (7)$$

Die Gleichgewichtsbedingungen (Gleichungen (1) und (2)) werden durch Einführung der Werte σ_x, σ_y und τ_{xy} nach den Gleichungen (4), (5) und (6) ohne weiteres befriedigt.

Durch Feststellung der Randbedingungen wird die Spannungsfunktion Φ für jedes beliebige Scheibenproblem eindeutig bestimmt. Dabei kann die Grundebene beliebig gewählt werden. Diejenige Lösung der Differentialgleichung vierter Ordnung (Gleichung 7), die die Randbedingungen erfüllt, gibt die gesuchte Spannungsfunktion Φ.

Da bei Pfeilern für *Sektor-Hakenschützen* nur die Armierungen im oberen Pfeilerteil interessieren — im unteren Teil sind infolge des grossen Eigengewichtes vorwiegend Druckspannungen vorhanden — wird als Pfeiler der in Abb. 1 angegebene von gleichbleibender Dicke untersucht. Dieser stimmt im oberen Teil mit der wirklichen Form (Rupperswil-Auenstein) gut überein. Weil der untere Scheibenrand von der Konsole, auf die sich die Sektor-Hakenschützen abstützen, weit genug entfernt ist, darf der Spannungsverlauf nach der klassischen Biegungslehre, d. h. geradlinige Verteilung der Normalspannungen σ_y und parabolischer Verlauf der Schubspannungen, angenommen werden. Eine, den *elastischen* Eigenschaften des Bodens angepasste Spannungsverteilung, hat praktisch keinen Einfluss auf die Spannungen des Oberteils. Das Gleiche gilt auch für die seitlich gegen den Caisson wirkenden Erddrücke, die vernachlässigt werden können.

Die Schützenreaktion wird in ihre waagrechte und lotrechte Komponente H und V zerlegt, die Berechnung für $H = 1$ und $V = 1$ getrennt ausgeführt.

Man weiss, dass die zweite Ableitung des Momentes die spezifische Belastung ist. Die Werte der Airy'schen Spannungsfunktion in den Gleichungen (4) und (5) sind somit die *Momente der Schnittspannungen*. Da die Randkräfte bekannt und nichts anderes als die Fortsetzung der inneren Spannungen sind, erhält man sofort die Randbedingungen.

Die Momente des mit den Normal-Randkräften belasteten Randes sind die Φ-Randwerte, die Querkräfte des mit den Tangential-Randkräften (Randschubspannungen) belasteten Randes geben die Tangentenneigungen der Airy'schen Spannungsfunktion senkrecht zum Rande. Da senkrecht zu einem *freien* Rand *keine* Normalspannungen auftreten, ebenso keine Schubspannungen längs dazu, verläuft die Funktion Φ geradlinig, die Neigung Φ' der Tangente senkrecht zum Rand ist konstant, d. h. die Tangenten sind parallel. Sämtliche Werte der Airy'schen Spannungsfläche, sowie ihre Tangenten, befinden sich somit in der gleichen Ebene (Abb. 2, Abb. 3).

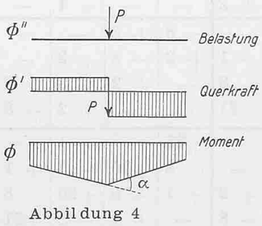


Abbildung 4

Im Falle einer konzentrischen Einzelkraft P senkrecht zum Rand erhält die Randkurve der Airy'schen Spannungsfläche einen scharfen Knick (Abb. 4) und die Tangente des entstandenen Winkels ist

$$\operatorname{tg} \alpha = P$$

Am unteren Rand kann man rein baustatisch die Φ-Werte (kubische Parabel) mit Hilfe der Knotenlasten der Normalspannungen erhalten. Für $V = 1$ treten an diesem Rand keine Schubspannungen auf, die Neigungen senkrecht zum Rande sind somit parallel. Für die Φ'-Werte im Falle $H = 1$ ist es nicht nötig, die Integration mathematisch oder baustatisch mit Hilfe der Knotenlasten der Schubspannungen durchzuführen: Man ersieht leicht, dass die Verlängerungen der Randtangenten $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ die Verbindungsgerade $\Phi_{18} - \Phi_{23}$ schneiden müssen. Dadurch ist die Airy'sche Spannungsfläche in beiden Fällen mit ihren Tangenten vollständig bestimmt (Abb. 2, Abb. 3).

[1]) *C. F. Kollbrunner* und *J. L. Perrenoud:* Die Sektor-Hakenschützen des Kraftwerkes Rupperswil-Auenstein. SBZ Band 123, Nr. 23, Seite 275*, 3. Juni 1944.

[2]) Siene z. B.: *S. Timoshenko:* Theory of Elasticity. Mc. Graw-Hill Book Company, New York and London, 1934, S. 27. — *A. und L. Föppl:* Drang und Zwang, Bd. I, Oldenbourg, München und Berlin, 1941.

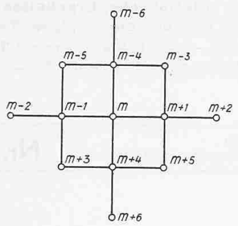


Abb. 5a

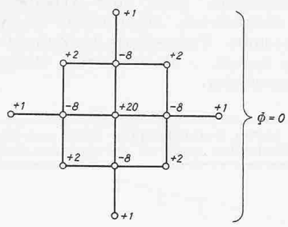


Abb. 5b

Die Differentialgleichung vierter Ordnung (Gleichung 7) ist bekanntlich diejenige einer unbelasteten gebogenen Platte, die die Randbedingungen erfüllt und wo Φ die Durchbiegung ist[3]). Die baupraktische Lösung der Differentialgleichung (7) geschieht mit Hilfe von *Differenzengleichungen*, genau so wie *H. Marcus*[4]) die Plattenprobleme gelöst hat. An Stelle der Gleichung (7) erhält man in jedem Punkt des gewählten *quadratischen* Netzes folgende Differenzengleichung:

$$20\,\Phi_m - 8\left\{\Phi_{m-4} + \Phi_{m-1} + \Phi_{m+1} + \Phi_{m+4}\right\} + \\ + 2\left\{\Phi_{m-5} + \Phi_{m-3} + \Phi_{m+3} + \Phi_{m+5}\right\} + \\ + \Phi_{m-6} + \Phi_{m-2} + \Phi_{m+2} + \Phi_{m+6} = 0 \quad (8)$$

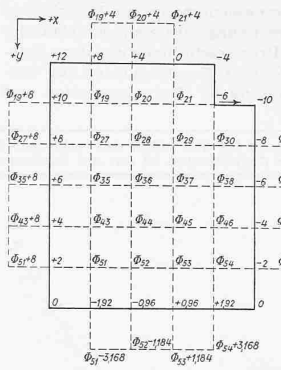
[3]) *Wieghardt:* Mitteilung über Forschungsarbeiten VDI, Heft 49, Berlin 1908.

[4]) *H. Marcus:* Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung biegsamer Platten. Julius Springer, Berlin 1924.

R. Bortsch: Die Ermittlung der Spannungen in beliebig begrenzten Scheiben. Sitzungsbericht der Akademie der Wissenschaften in Wien, Abt. IIa. Bd. 138, Heft 1/2, Wien 1929.

H. Bay: Ueber den Spannungszustand in hohen Trägern und die Bewehrung von Eisenbetontragwänden. Dissertation. Konrad Wittwer, Stuttgart 1931.

H. Bay: Ueber einige Fragen der Spannungsverteilung in Dreieck- und Rechteckscheiben. Bauing. 1938, Heft 23/24, S. 349.



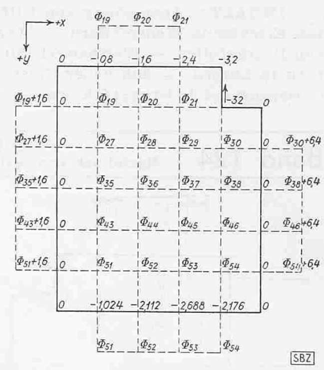


Abb. 6. Belastungsfall 1 Abb. 7. Belastungsfall 2
Zur Berechnung der Airy'schen Spannungsfunktion Φ

Um die Randneigungen senkrecht zum Rande auszudrücken, werden Punkte ausserhalb der Scheibe gewählt. Für diese Punkte erhält man aus $\Phi'_m = \dfrac{\Phi_{m+1} - \Phi_{m-1}}{2\,\Delta s}$ nach Marcus:

$$\Phi_{m-1} = \Phi_{m+1} - 2\,\Phi'_m\,\Delta s$$

Aus der in Abb. 5b angegebenen, symbolisch dargestellten Gleichung (8) können mit Hilfe der Abb. 6 und 7 alle Netzwerte der Spannungsfläche bestimmt werden. Das Gleichungs-

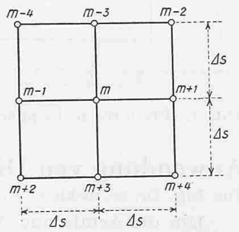
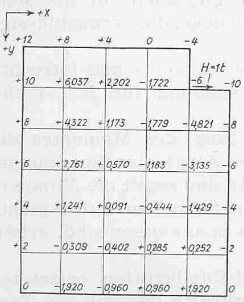
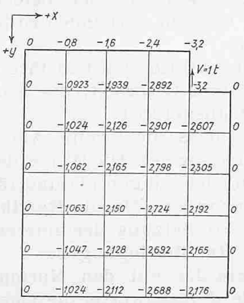
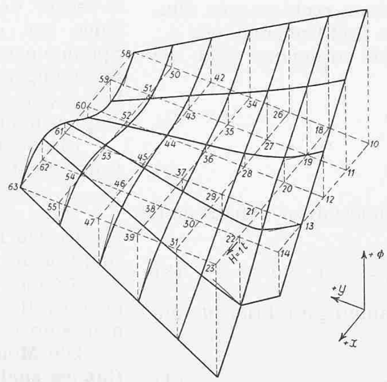


Abbildung 12







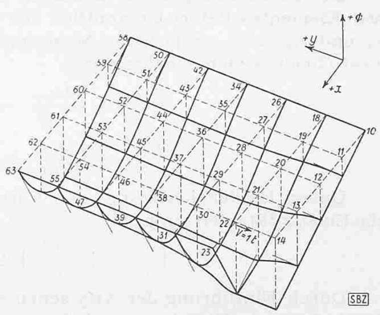


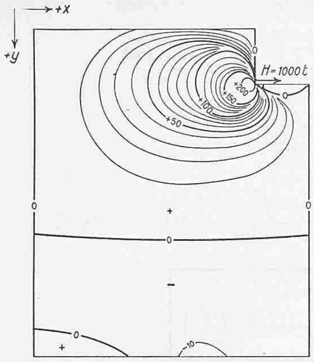
Abb. 8. Belastungsfall 1 Abb. 9. Belastungsfall 2
Ordinaten der Airy'schen Spannungsfunktion Φ

Abb. 10. Belastungsfall 1 Abb. 11. Belastungsfall 2
Airy'sche Spannungsfunktion Φ

Tabelle I: Das Gleichungssystem (Gleichungsform $\Sigma\, a_n\, \Phi_n + N = o$)

Gl.*)	Φ_{19}	Φ_{20}	Φ_{21}	Φ_{27}	Φ_{28}	Φ_{29}	Φ_{30}	Φ_{35}	Φ_{36}	Φ_{37}	Φ_{38}	Φ_{43}	Φ_{44}	Φ_{45}	Φ_{46}	Φ_{51}	Φ_{52}	Φ_{53}	Φ_{54}	N_1 (Bel. fall 1)	N_2 (Bel. fall 2)
19	+22	−8	+1	−8	+2	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	−84	+4,8
20	−8	+21	−8	+2	−8	+2	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	−8	+3,2
21	+1	−8	+21	—	+2	−8	+2	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+42	+35,2
27	−8	+2	—	+21	−8	+1	—	−8	+2	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	−16	+0,8
28	+2	−8	+2	−8	+20	−8	+1	+2	−8	+2	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	+12	−1,6
29	—	+2	−8	+1	−8	+20	−8	—	+2	−8	+2	—	—	+1	—	—	—	—	—	−20	−8,8
30	—	—	+2	—	+1	−8	+21	—	—	+2	−8	—	—	—	+1	—	—	—	—	−68	+28,8
35	+1	—	—	−8	+2	—	—	+21	−8	+1	—	−8	+2	—	—	+1	—	—	—	−16	+1,6
36	—	+1	—	+2	−8	+2	—	−8	+20	−8	+1	+2	−8	+2	—	—	+1	—	—	+6	0
37	—	—	+1	—	+2	−8	+2	+1	−8	+20	−8	—	+2	−8	+2	—	—	+1	—	−6	0
38	—	—	—	—	—	+2	−8	—	+1	−8	+21	—	—	+2	−8	—	—	—	+1	+10	+3,2
43	—	—	—	+1	—	—	—	−8	+2	—	—	+21	−8	+1	—	−8	+2	—	—	−9,92	+0,576
44	—	—	—	—	+1	—	—	+2	−8	+2	—	−8	+20	−8	+1	+2	−8	+2	—	+3,04	−2,112
45	—	—	—	—	—	+1	—	—	+2	−8	+2	+1	−8	+20	−8	—	+2	−8	+2	−3,04	−2,688
46	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	+2	−8	—	+1	−8	+21	—	—	+2	−8	+9,92	+4,224
51	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	−8	+2	—	—	+22	−8	+1	—	+10,272	+5,568
52	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	+2	−8	+2	—	−8	+21	−8	+1	+6,576	+9,472
53	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	+2	−8	+2	+1	−8	+21	−8	−6,576	+12,928
54	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	+2	−8	—	+1	−8	+22	−10,272	+18,432

*) Gleichung für den Mittelpunkt m der Gleichung 8 im Netzpunkt



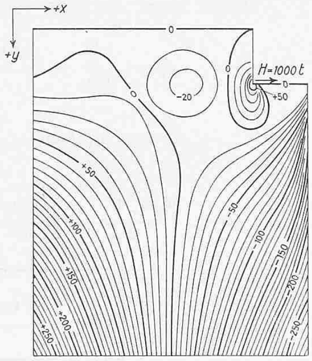
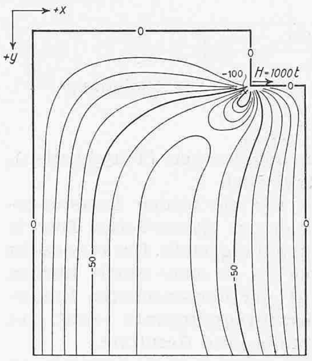


Abb. 13. Normalspanngn. σ_x t/m² Abb. 14. Normalspanngn. σ_y t/m²
für den Belastungsfall 1



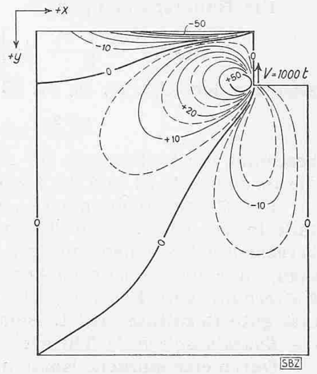
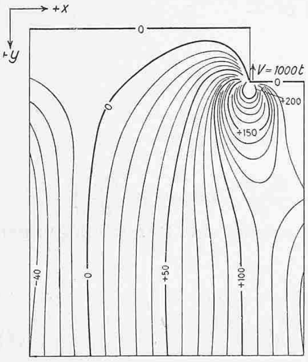


Abb. 15. Schubspannungen τ_{xy} t/m²
für den Belastungsfall 1

Abb. 16. Normalspanngn. σ_x t/m²
für den Belastungsfall 2



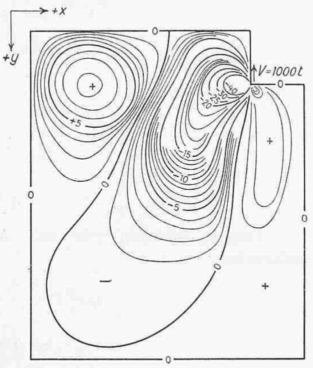
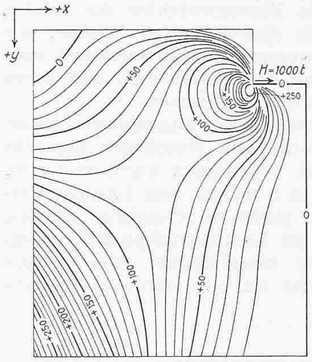


Abb. 17. Normalspanngn. σ_y t/m² Abb. 18. Schubspanngn. τ_{xy} t/m²
für den Belastungsfall 2



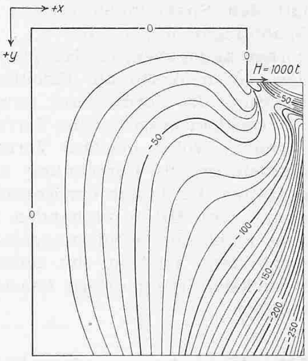
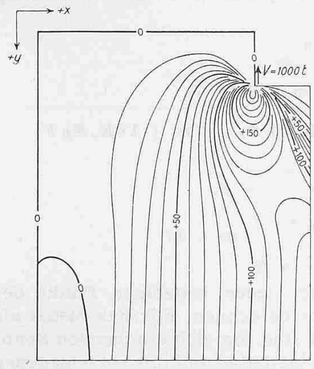


Abb. 19. Hauptspanngn. σ_1 t/m² Abb. 20. Hauptspanngn. σ_2 t/m²
für den Belastungsfall 1



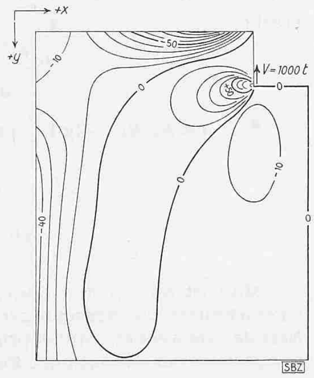
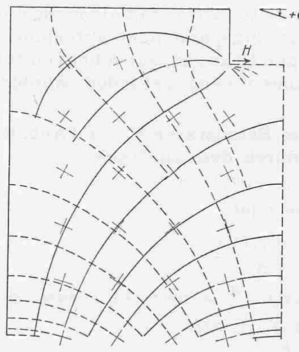


Abb. 21. Hauptspannungen σ_1 t/m² Abb. 22. Hauptspanngn. σ_2 t/m²
für den Belastungsfall 2



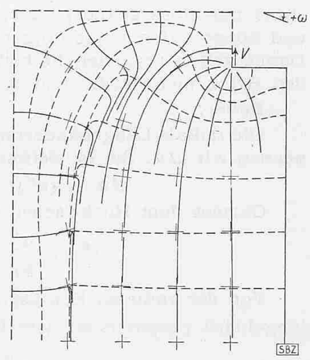


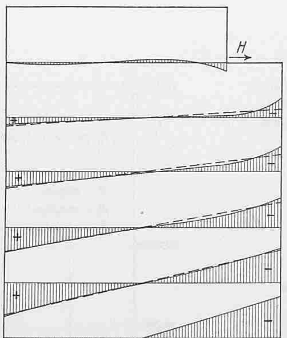
Abb. 23. Belastungsfall 1 Abb. 24. Belastungsfall 2
Trajektorien (Hauptspannungsrichtungen)

system wird dabei am besten tabellarisch zusammengefasst (Tabelle I). Nachher wird dieses Gleichungssystem nach dem abgekürzten Eliminationsverfahren von Gauss aufgelöst und so die gesamte Spannungsfläche ermittelt (Abb. 8, 9, 10, 11).

Aus der Airy'schen Spannungsfunktion erhält man mit Hilfe der Gleichungen (4), (5) und (6) die Spannungen, was mit Hilfe von Differenzen nach Marcus und mit der Bezeichnung der Abb. 12 folgende Beziehungen für die inneren Netzpunkte gibt:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{1}{\Delta s^2}\left(\Phi_{m-3} - 2\,\Phi_m + \Phi_{m+3}\right) \\ \sigma_y &= \frac{1}{\Delta s^2}\left(\Phi_{m-1} - 2\,\Phi_m + \Phi_{m+1}\right) \\ \tau_{xy} &= \frac{1}{4\,\Delta s^2}\left(\Phi_{m-2} + \Phi_{m+2} - \Phi_{m-4} - \Phi_{m+4}\right) \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Die Endtangenten einer Schnittkurve der Airy'schen Spannungsfläche bestimmen die Grösse und die Lage der Schnittresultierenden (Abb. 4). Die Gleichgewichtsbedingungen, durch die Knotenlasten der schon gewonnenen Normalspannungen im Innern der Scheibe ausgedrückt, geben dann die noch fehlenden Normalrandspannungen. Somit sind sämtliche Spannungen bekannt (Abb. 13, 14, 15, 16, 17, 18).



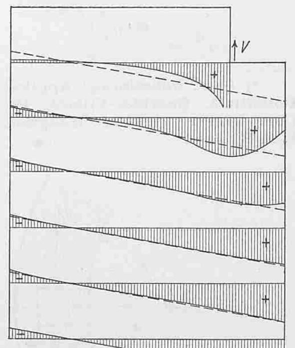


Abb. 25. Belastg. Fall 1 — Normalspannungen — Abb. 26. Belastg. Fall 2
nach Scheibentheorie und nach der klass. Biegungslehre (gestrichelt)

Die Hauptspannungen

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

sind aus den Abb. 19, 20, 21, 22 ersichtlich. Die Gleichung

$$\operatorname{tg} 2\omega = \frac{2\,\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

bestimmt die Richtungen der Hauptspannungen (Trajektorien), die in den Abb. 23 und 24 dargestellt sind.

Die Normalspannungen σ_y sind für die beiden Belastungsfälle in den Abb. 25 und 26 den nach der Navier'schen Theorie berechneten Normalspannungen gegenübergestellt. Daraus ersieht man, dass die Navier'sche Annahme bis zu einer relativ kleinen Entfernung vom Kraftangriffspunkt der konzentrierten Einzellast gute Resultate ergibt. Beim Kraftangriffspunkt selbst gibt die *Boussinesq'sche*[5]) Theorie ebenfalls gute Resultate.

Durch eine einfache Kombination erhält man die Spannungen σ_x, σ_y und τ_{xy} für jede beliebige und beliebig gerichtete Schützenreaktion aus den beiden Belastungsfällen (wobei wie schon gesagt für eine einseitige Schützenreaktion die daraus entstehende Exzentrizität zu berücksichtigen ist), und durch Superposition mit den Spannungen infolge des Eigengewichtes die *totalen* Spannungen σ_x, σ_y und τ_{xy}. Aus diesen Werten können, wie vorher angegeben, die Hauptspannungen einfach berechnet werden, deren Werte die Eisenmenge der Bewehrung, und deren Richtung die Form dieser Bewehrung bestimmen.

Das hier beschriebene Verfahren ist eine angenäherte Untersuchung, wobei gewisse Vereinfachungen absichtlich gemacht wurden, um die Berechnung nicht übertrieben umfangreich zu gestalten. Da hinter der Konsole, d. h. hinter dem Lastangriffspunkt noch Beton vorhanden ist, muss berücksichtigt werden, dass nicht alle Armierungseisen im Lastangriffspunkt zusammenlaufen, sondern ihn teilweise *umschlingen*. Eine genaue Berücksichtigung dieses Umstandes ist mit einfachen Mitteln möglich.

Die Berechnung der Betonauskleidung von Druckstollen

Von Dipl. Ing. OTTO FREY-BAER, Baden (Schluss von S. 179)

Beton gerissen

Wir nehmen an, dass sich am bisher vorausgesetzten Zustand nur eines geändert hat: der Beton weise radiale Risse auf und könne daher keine tangentialen Zugspannungen aufnehmen. Damit gelten natürlich die bisherigen Spannungsgleichungen für den Beton nicht mehr und es müssen neue gefunden werden.

Beton:

Die radiale Längenänderung der Betonstärke $b - a$ (Abb. 8) nennen wir Δu. Sie ist definiert durch den Ausdruck

$$\Delta u = (u^B)^{x=b} - (u^B)^{x=a}$$

Gemäss dem Hooke'schen Gesetz ist

$$\varepsilon_r^B = \frac{\sigma_r^B}{E_B} = \frac{d\,(\Delta u)}{dx}$$

Von der radialen Betonspannung σ_r^B wissen wir, dass sie umgekehrt proportional dem Radius ist, also

$$\sigma_r^B = \frac{K}{x}$$

Mittels der Randbedingung bestimmen wir K:

$$x = a\,; \qquad \sigma_r^B = (\sigma_r^B)^{x=a}$$

Die Funktion für σ_r^B lautet demnach:

$$\sigma_r^B = \frac{a\,(\sigma_r^B)^{x=a}}{x}$$

Damit kann Δu sehr einfach berechnet werden:

$$\varepsilon_r^B = \frac{\sigma_r^B}{E_B} = \frac{a\,(\sigma_r^B)^{x=a}}{E_B}\,\frac{1}{x} = \frac{d\,(\Delta u)}{dx}$$

$$d\,(\Delta u) = \frac{a\,(\sigma_r^B)^{x=a}}{E_B}\,\frac{dx}{x}$$

$$\Delta u = \frac{a\,(\sigma_r^B)^{x=a}}{E_B}\int_a^b \frac{dx}{x} = \frac{a\,(\sigma_r^B)^{x=a}}{E_B}\,(\lg b - \lg a)$$

$$\boxed{\Delta u = \frac{a\,(\sigma_r^B)^{x=a}}{E_B}\,\lg\left(\frac{b}{a}\right)}$$

Für den Felsmantel und die Armierung haben sich die Ausgangsgleichungen nicht geändert.

Fels:

$$\sigma_t^F = \frac{m\,E_F\,C_F}{(m+1)\,x^2} = -\,\sigma_r^F$$

$$u^F = \frac{C_F}{x}$$

Armierung:

$$u^A = \frac{a\,\sigma_e}{E_e}\,; \qquad \sigma_e = \frac{a\,\sigma_r^A}{F_e}$$

$$u^A = \frac{a^2\,\sigma_r^A}{E_e\,F_e}\,; \qquad \sigma_r^A = \frac{E_e\,F_e}{a^2}\left(B_B\,a + \frac{C_B}{a}\right)$$

Damit können wir zur Aufstellung der Randbedingungen schreiten:

$$(\sigma_r^B)^{x=a} - \sigma_r^A = -\,p_i \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

$$u^A + \Delta u = (u^F)^{x=b} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

$$(\sigma_r^F)^{x=b} = (\sigma_r^B)^{x=b} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Mittels dieser Randbedingungen erhalten wir drei Gleichungen mit den Unbekannten $(\sigma_r^B)^{x=a}$, C_F und σ_r^A. Die Auflösung ergibt:

$$(\sigma_r^B)^{x=a} = -$$

$$= -\,\frac{a\,p_i\,m\,E_B\,E_F}{a\,m\,E_B\,E_F + \lg\left(\frac{b}{a}\right) m\,E_e\,E_F\,F_e + (m+1)\,E_e\,E_B\,F_e}$$

$$\sigma_r^A = (\sigma_r^B)^{x=a} + p_i$$

$$C_F = -\,\frac{a\,b\,(\sigma_r^B)^{x=a}\,(m+1)}{m\,E_F}$$

Man ist nun in der Lage, für jeden beliebigen Punkt des Querschnittes die Spannungen zu berechnen. Für das bisher als Beispiel verwendete Stollenprofil sind die sich ergebenden Spannungswerte bei wechselnder Felselastizität und mit verschiedenen Armierungsquerschnitten als Diagramm in den Abb. 9 und 10 aufgetragen. Wie man aus diesen Abbildungen leicht ersehen kann, ist auch bei gerissenem Beton die Armierung nicht ausgenützt, sofern der Felsmantel einige Güte besitzt. Auch die übrigen Spannungen sind klein und können dem Material ohne weiteres zugemutet werden.

[5]) *M. J. Boussinesq:* Applications des Potentiels. Gauthier-Villars, Paris, 1885. (Die Linien gleicher Hauptspannungen sind Kreise).

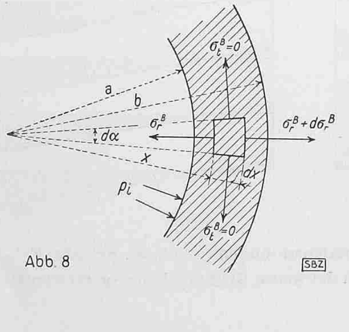


Abb. 8

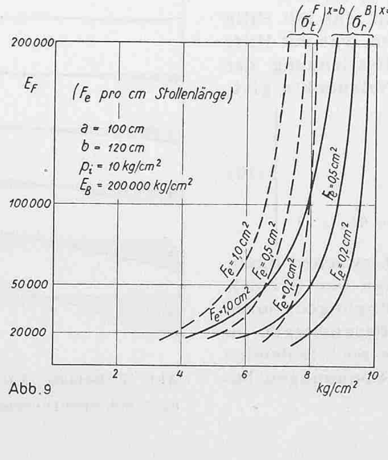


Abb. 9

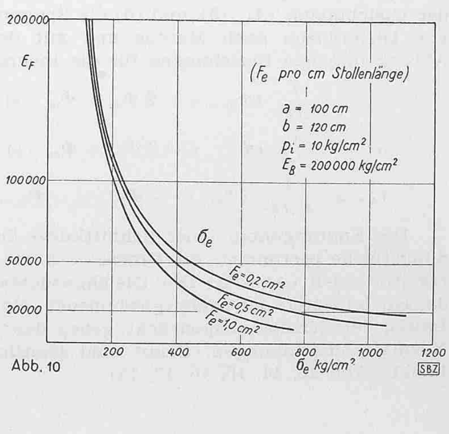


Abb. 10