

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 123/124 (1944)
Heft: 15

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Anwendung von Differenzengleichungen zur Berechnung von Eisenbeton-Wehrpfeilern. — Die Berechnung der Betonauskleidung von Druckstollen. — Wettbewerb für ein Primarschulhaus auf dem Felsberg in Luzern. — Ein neuer Geist. — Napolin-Kondensatoren zur Verbesserung des Leistungsfaktors. — Mitteilungen: Ehrenpromotion und

Wissenschaft. Kurs über Arbeitsanalyse. Statistische Ergebnisse aus dem Heizbetrieb. Institut für angewandte Psychologie. Eidgen. Techn. Hochschule. Volksschule des Kantons Zürich. — Nekrologe: Arnold Frey, Hans Accola. — Wettbewerbe: Ortsgestaltungsplan Frauenfeld. — Vortragskalender.

Band 124

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Verlagsorgane nicht verantwortlich
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet

Nr. 15

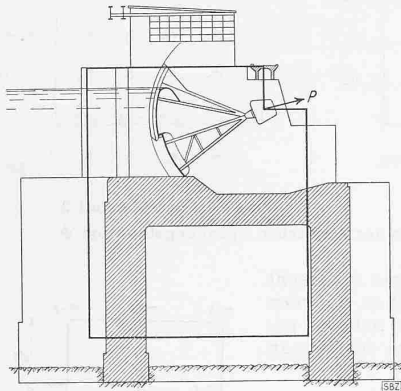


Abb. 1. Pfeilerform Ruppertswil u. «Ersatzscheibe»

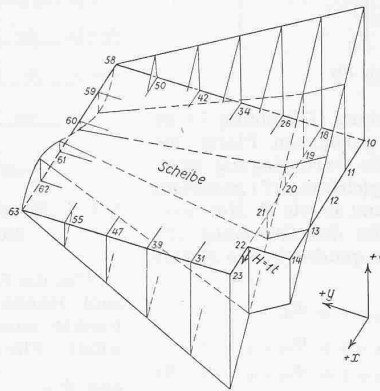


Abb. 2. Belastungsfall 1.

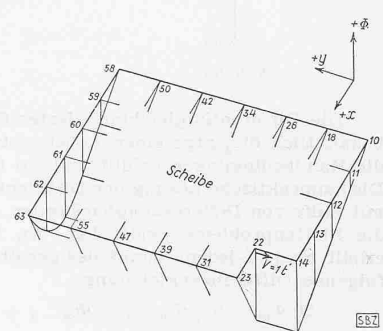


Abb. 3. Belastungsfall 2

Randbedingungen der Spannungsfunktion Φ

Anwendung von Differenzengleichungen zur Berechnung von Eisenbeton-Wehrpfeilern

Von Ing. Dr. sc. techn. C. F. KOLLBRUNNER, Direktor der A.-G. Conrad Zschokke, Stahlbau, Döttingen und Dipl. Ing. CH. DUBAS, Döttingen

Um die Armierung der Eisenbeton-Wehrpfeiler für die neuen *Sektor-Hakenschilden*¹⁾ (Abb. 1) zu berechnen, wird der ganze Pfeiler als Scheibe betrachtet. Für einseitige Schützenreaktion wird die daraus entstehende Exzentrizität berücksichtigt.

Die Betrachtung eines unendlich kleinen, rechteckigen dünnen Elementes liefert bekanntlich für die drei Unbekannten σ_x , σ_y und $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, falls keine Massenkraft vorhanden sind, die zwei Gleichgewichtsbedingungen

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

Unter Berücksichtigung der Formänderungen erhält man als Elastizitätsgleichung

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_x + \sigma_y) = 0 \quad (3)$$

Durch Einführung der Airy'schen Spannungsfunktion Φ , die durch folgende Beziehungen definiert ist:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \quad (4)$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \quad (5)$$

$$\tau_{xy} = - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \quad (6)$$

geht die Elastizitätsgleichung (3) über in die Differentialgleichung vierter Ordnung²⁾

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = 0 \quad (7)$$

Die Gleichgewichtsbedingungen (Gleichungen (1) und (2)) werden durch Einführung der Werte σ_x , σ_y und τ_{xy} nach den Gleichungen (4), (5) und (6) ohne weiteres befriedigt.

Durch Feststellung der Randbedingungen wird die Spannungsfunktion Φ für jedes beliebige Scheibenproblem eindeutig bestimmt. Dabei kann die Grundebene beliebig gewählt werden. Diejenige Lösung der Differentialgleichung vierter Ordnung (Gleichung 7), die die Randbedingungen erfüllt, gibt die gesuchte Spannungsfunktion Φ .

Da bei Pfeilern für *Sektor-Hakenschilden* nur die Armierungen im oberen Pfeilerteil interessieren — im unteren Teil sind infolge des grossen Eigengewichtes vorwiegend Druckspannungen vorhanden — wird als Pfeiler der in Abb. 1 angegebene von gleichbleibender Dicke untersucht. Dieser stimmt im oberen Teil mit der wirklichen Form (Ruppertswil-Auenstein) gut über-

ein. Weil der untere Scheibenrand von der Konsole, auf die sich die Sektor-Hakenschilden abstützen, weit genug entfernt ist, darf der Spannungsverlauf nach der klassischen Biegeltheorie, d. h. geradlinige Verteilung der Normalspannungen σ_y und parabolischer Verlauf der Schubspannungen, angenommen werden. Eine, den elastischen Eigenschaften des Bodens angepasste Spannungsverteilung, hat praktisch keinen Einfluss auf die Spannungen des Oberteils. Das Gleiche gilt auch für die seitlich gegen den Caisson wirkenden Erddrücke, die vernachlässigt werden können.

Die Schützenreaktion wird in ihre waagrechte und lotrechte Komponente H und V zerlegt, die Berechnung für $H = 1$ und $V = 1$ getrennt ausgeführt.

Man weiss, dass die zweite Ableitung des Momentes die spezifische Belastung ist. Die Werte der Airy'schen Spannungsfunktion in den Gleichungen (4) und (5) sind somit die Momente der Schnittspannungen. Da die Randkräfte bekannt und nichts anderes als die Fortsetzung der inneren Spannungen sind, erhält man sofort die Randbedingungen.

Die Momente des mit den Normal-Randkräften belasteten Randes sind die Φ -Randwerte, die Querkraft des mit den Tangential-Randkräften (Randschubspannungen) belasteten Randes geben die Tangentenrichtungen der Airy'schen Spannungsfunktion senkrecht zum Rande. Da senkrecht zu einem freien Rand keine Normalspannungen auftreten, ebenso keine Schubspannungen längs dazu, verläuft die Funktion Φ geradlinig, die Neigung Φ' der Tangente senkrecht zum Rand ist konstant, d. h. die Tangenten sind parallel. Sämtliche Werte der Airy'schen Spannungsfläche, sowie ihre Tangenten, befinden sich somit in der gleichen Ebene (Abb. 2, Abb. 3).

Im Falle einer konzentrischen Einzelkraft P senkrecht zum Rand erhält die Randkurve der Airy'schen Spannungsfläche einen scharfen Knick (Abb. 4) und die Tangente des entstandenen Winkels ist

$$\text{tg } \alpha = P$$

Am unteren Rand kann man rein baustatisch die Φ -Werte (kubische Parabel) mit Hilfe der Knotenlasten der Normalspannungen erhalten.

Für $V = 1$ treten an diesem Rand keine Schubspannungen auf, die Neigungen senkrecht zum Rande sind somit parallel. Für die Φ -Werte im Falle $H = 1$ ist es nicht nötig, die Integration mathematisch oder baustatisch mit Hilfe der Knotenlasten der Schubspannungen durchzuführen: Man ersieht leicht, dass die Verlängerungen der Randtangente $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ die Verbindungsgerade $\Phi_{18} - \Phi_{23}$ schneiden müssen. Dadurch ist die Airy'sche Spannungsfläche in beiden Fällen mit ihren Tangenten vollständig bestimmt (Abb. 2, Abb. 3).

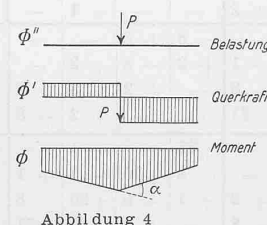


Abbildung 4

¹⁾ C. F. Kollbrunner und J. L. Perrenoud: Die Sektor-Hakenschilden des Kraftwerkes Ruppertswil-Auenstein. SBZ Band 123, Nr. 23, Seite 275*, 3. Juni 1944.

²⁾ Siene z. B.: S. Timoshenko: Theory of Elasticity. Mc. Graw-Hill Book Company, New York and London, 1934, S. 27. — A. und L. Föppl: Drang und Zwang, Bd. I, Oldenbourg, München und Berlin, 1941.