**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

**Band:** 123/124 (1944)

Heft: 9

**Artikel:** Die Verbundwirkung zwischen vorgespanntem und nicht

vorgespanntem Beton und ihre Anwendung auf den Plattenbalkon mit

vorgespanntem Steg

Autor: Soutter, P.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-54002

# Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

## **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Die Verbundwirkung zwischen vorgespanntem und nicht vorgespanntem Beton und ihre Anwendung auf den Plattenbalken mit vorgespanntem Steg. — Wohnhaus eines Musikers in Bern. — Wiederherstellung von gebrauchten Maschinenteilen. — Aus dem Geschäftsbericht für 1943 des Eidg. Post- und Eisenbahn-Departements. - Mitteilungen:

Statische Berechnung von Rohrleitungen. Einführung der Hauptverkehrsstrassen in grosse Städte. «Roter Pfeil» der SBB mit Anhängewagen. Der Schweiz. Wasserwirtschafts-Verband. — Wettbewerbe: Bebauungsplan Sursee. — Nekrologe: Marius Cioc. Fritz Nötzli. — Literatur. teilungen der Vereine.

Der S.I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet Band 124

Nr. 9

# Die Verbundwirkung zwischen vorgespanntem und nicht vorgespanntem Beton und ihre Anwendung auf den Plattenbalken mit vorgespanntem Steg

Von Dipl. Ing. P. SOUTTER, Zürich

Die Verbundwirkung zwischen vorgespanntem und nicht vorgespanntem Beton ist im Ausland schon vor Jahren erforscht und ausgenützt worden. Es sei z.B. neben den französischen Ausführungen von Freyssinet an die deutschen Ausführungen der Neuen Wayss & Freytag A.G. hingewiesen. In Italien sind Verbundkonstruktionen aus vorgespanntem und nicht vorgespanntem Beton auch in Verbindung mit Tonkörpern ausgeführt worden. Die Entwicklung des vorgespannten Betons ist bis jetzt besonders in der Schweiz durch Patentschwierigkeiten verhindert worden. Die Idee des Spannbetons an sich ist nicht patentfähig, da sie seit Jahren in verschiedenen Ländern langsam entwickelt worden ist; patentfähig sind dagegen u. U. bestimmte besondere praktische Verfahren zur Herstellung von vorgespannten Konstruktionen. Insbesondere die Idee der Verbundwirkung von vorgespannten Beton-Elementen mit nachträglich betonierten Konstruktionen ist nicht patentfähig und auch nicht neu. Sie liegt ganz natürlich im Zuge der Entwicklung des vorgespannten Betons. Es ist an der Zeit, dass die Fachleute im Interesse der Entwicklung der Bautechnik ihre berufliche Tätigkeit weniger auf Patentrechte als auf fachliches Können und auf konstruktive Geschicklichkeit aufbauen.

Der Verfasser hat im Jahre 1943 Verbundkonstruktionen mit vorgespannten Beton-Elementen studiert und entsprechende Versuche in Verbindung mit der Firma Locher & Cie. in Zürich durchgeführt. Es sollen nachstehend am Beispiel des Plattenbalkens mit vorgespanntem Steg die auf Grund dieser Studien gemachten Erfahrungen und das Ergebnis der Belastungsprobe eines Versuchsbalkens mitgeteilt werden.

### Die Berechnung des Plattenbalkens mit vorgespanntem Steg

Dieser Fall ist gegenüber andern Verbundkonstruktionen für die Praxis deshalb wichtig, weil er gestattet, die Vorteile der Fertigkonstruktionen auszunützen (keine Schalungen und Stüpperungen am Bau, trockene Bauweise, sichere Ausführung des armierten Steges auf dem Werkplatz u.s.w.). Ebenfalls ist es möglich, im vorgespannten Steg des Plattenbalkens, gleich wie im vorgespannten Balken die Hauptzugspannungen durch die Vorspannungen unschädlich zu machen, was bei andern Verbundquerschnitten oft ohne Zusatzarmierung nicht geht. Diese Lösung ermöglicht auch, einen vollständig rissefreien Eisenbetonbalken herzustellen.

Die Berechnung des vorgespannten Trägers wurde in der Literatur schon mehrfach behandelt 1). Die Theorie ist jedoch vielfach den Bedürfnissen der Praxis wenig angepasst. Das nachstehend beschriebene einfache Berechnungsverfahren kann sinngemäss für den vorgespannten Balken und für jeden beliebigen Verbundquerschnitt angewendet werden.

In der Berechnung sind drei verschiedene Zustände zu unterscheiden. Wir bezeichnen den vorgespannten Träger ohne Belastung als Zustand I. Wird nun der Träger verlegt und mit seinem Eigengewicht, bezw. dem Gewicht der aufbetonierten Platte belastet, so sprechen wir von Zustand II. Nach Erhärten der Platte wirken Träger und Platte zusammen, was wir als Zustand III bezeichnen.

### 1. Biegung

Wir beginnen die Berechnung mit der Ermittlung der äusseren Kräfte (Abb. 1).



1) u. a. Moersch: Der Spannbetonträger. Stuttgart 1943. Dr. P. Lardy: «Schweiz. Bauzeitung» Nr. 20, Band 121, S. 51\* u. 239\* (1943), Band 123, S. 209\* (1944). F. Panchaud: «Bulletin technique de la Suisse Romande» v. 30. Okt. 1943.

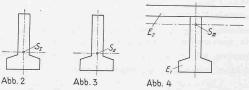
Es werden dann die Querschnittswerte ermittelt und zwar getrennt für die drei Zustände. Das Kriechen, d. h. die plastische Deformation des Betons ist nur beim Zustand I voll zu berücksichtigen, da es einen Abfall der Vorspannung bewirkt. Die Belastung, vor allem die veränderliche Belastung, kann erst später und teilweise oder zeitweise wirken, zum Beispiel wenn ein vorgespannter Balken nach langer Lagerung versetzt wird. Da das Kriechen infolge der Belastung sich entlastend auswirkt, ist es nur teilweise oder sicherheitshalber überhaupt nicht in Rechnung zu setzen. Die Berücksichtigung des Kriechens infolge der Vorspannung erfolgt am zweckmässigsten durch eine passende Wahl der Zahl n. Das Kriechen wird für die vorhandenen Verhältnisse im Mittel dreimal grösser als die elastische Deformation angenommen. Die totale Dehnung beträgt somit

$$\begin{split} \varepsilon_b^{\,\mathrm{Total}} &= \varepsilon_b^{el} + \varepsilon_b^{\,\mathrm{Kriechen}} = 4 \; \varepsilon_b^{el} \quad \mathrm{oder} \quad E_b^{\,\mathrm{Total}} = \frac{1}{4} \; E_b^{el} \\ \mathrm{daraus:} \quad n &= \frac{\mathrm{E}_e}{E_b \, \mathrm{Total}} = \frac{4 \times 2 \, 000 \, 000}{400 \, 000} = 20 \end{split}$$

d. h. mit n=20 gerechnet, ist sowohl die elastische, als auch die plastische Deformation des Betons berücksichtigt.

### Querschnittwerte

Wir führen in der Berechnung die ideellen Festwerte  $F_{
m I}$ ,  $F_{\rm II}$ ,  $F_{\rm III}$  bezw.  $J_{\rm I}$ ,  $J_{\rm II}$ ,  $J_{\rm III}$  wie folgt ein:



$$\begin{array}{ll} \textit{Zustand I, Vorspannung (Abb. 2): } n = 20 \\ F_{\rm I} = F_b + 20 \, F_e & J_{\rm I} = J_b + 20 \, J_c \\ \textit{Zustand II (Abb. 3): } g = g' + g''; \, n = 5 \\ F_{\rm II} = F_b + 5 \, F_e & J_{\rm II} = J_b + 5 \, J_c \end{array}$$

Zustand III: p; n = 5

Um den Unterschied in der Betonqualität vom vorgespannten, auf dem Werkplatz betonierten Steg und von der an Ort und Stelle nachträglich betonierten Druckplatte in Rechnung zu setzen, sind die Festwerte unter Berücksichtigung der verschiedenen E zu ermitteln (Abb. 4)

$$rac{E_2}{E_1} = rac{300\,000}{400\,000} = 0.75$$
 $F_{
m III} = F_{b_1} + 0.75\,F_{b_2} + 5\,F_e$ 
 $J_{
m III} = J_{b_1} + 0.75\,J_{b_2} + 5\,J_e$ 

b) Spannungen infolge der äusseren Kräfte

Dabei ist der Querschnitt voll zu rechnen, da infolge der Vorspannung keine Zugspannungen entstehen.

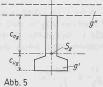
Zustand II (Abb. 5): g = g' + g''

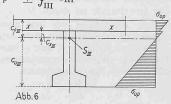
Nach der allgemeinen Spannungsformel erhält man für die Betonspannung im Abstand  $c_{
m II}$  von der Neutralaxe

$$\sigma_g = \pm \, rac{M_g}{J_{
m II}} \, c_{
m II}$$

Zustand III (Abb. 6):

in der Platte: 
$$\sigma_p = + \frac{0.75\,M_p}{J_{
m III}}\,c_{
m III}$$
 im Steg:  $\sigma_p = \pm \frac{M_p}{J_{
m III}}\,c_{
m III}$ 





Die Spannungen von Zustand II und Zustand III sind zu super-

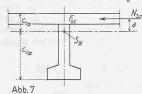
in der Platte: 
$$\sigma_{g+p} = + \frac{0.75 \, M_p}{J_{\rm III}} \, c_{\rm III}$$
  
im Steg:  $\sigma_{g+p} = \pm \left( \frac{M_g}{J_{\rm II}} \, c_{\rm II} \pm \frac{M_p}{J_{\rm III}} \, c_{\rm III} \right)$ 

Für den Balken ohne Druckplatte vereinfachen sich die Ausdrücke wie folgt wenn  ${\it M}_q = {\it M}_{\it g} + {\it M}_p$ 

$$\sigma_q = \pm rac{M_q}{J_{
m II}} \, c_{
m II}$$

#### 2. Schwinden

Die ursprüngliche Vorspannung  $\sigma_e^{v'}$  wird infolge Schwindens des Betonquerschnitts eine Reduktion erleiden. Setzt man nach den S.I.A. Normen  $\varepsilon_s \sim 0,0004$  und für  $E_e = 2000000$  kg/cm², so ergibt sich eine Abminderung der Vorspannung  $\varepsilon_s E_e = 800 \text{ kg/cm}^2$ . Da aber die Druckplatte nach dem Versetzen des Stegs betoniert wird, erfolgt in der Regel zudem ein zeitlich ungleiches Schwinden beider Elemente. Der Verbundquerschnitt schwindet gleichmässig um das Mass des nach dem Betonieren der Platte noch verbleibenden Schwindens des Steges. Nach fertigem Schwinden des Steges schwindet die Druckplatte weiter um das Mass ε s'. Dieses Mehrschwinden der Platte verursacht Zusatzspannungen, die aber durch ein entsprechendes Kriechen reduziert werden.



Der betr. Abminderungsfaktor be-N<sub>Schw</sub> trägt nach Moersch

$$\alpha = \frac{1 - e^{-E_b \epsilon_K}}{E_b \epsilon_K} = 0.46$$

für 
$$E_b = 300\,000 \text{ kg/cm}^2$$
;  $\varepsilon_K = 0,000006 \text{ cm}^2/\text{kg}$ 

Diese Spannungen betragen (Abb. 7):

in der Platte: 
$$\sigma_{\mathrm{Schw}} = 0.46 \left[ 0.75 \left( \frac{N_{\mathrm{Schw}}}{F_{\mathrm{III}}} + \frac{M_{\mathrm{Schw}}}{J_{\mathrm{III}}} c_{\mathrm{III}} \right) - \sigma_{\mathrm{Schw}}^{'} \right]$$
im Steg:  $\sigma_{\mathrm{Schw}} = 0.46 \left[ \frac{N_{\mathrm{Schw}}}{F_{\mathrm{III}}} \pm \frac{M_{\mathrm{Schw}}}{J_{\mathrm{III}}} c_{\mathrm{III}} \right]$ 

wobei 
$$\sigma'_{\mathrm{Schw}} = \varepsilon_s' E_b$$
;  $N_{\mathrm{Schw}} = F_{b2} \sigma'_{\mathrm{Schw}}$ ;  $M_{\mathrm{Schw}} = N_{\mathrm{Schw}} a$ 

Für normale Verhältnisse kann  $\varepsilon_{s'} = 0{,}0001$  eingesetzt werden.

### 3. Dimensionierung der erforderlichen Vorspannung

Wir bezeichnen die Randspannungen im Steg infolge der Vorspannung mit  $\sigma_n^v$  und  $\sigma_n^v$ . Die resultierenden Randspannungen erhalten wir durch die Superposition

$$\sigma_o^r = \sigma_o^v + \sigma_o$$
  $\sigma_u^r = \sigma_u^v + \sigma_u$ 

Man stellt nun an den vorgespannten Beton die Anforderung, dass keine Betonzugspannungen entstehen sollen. Daraus erhalten wir zwei Bedingungsgleichungen

- a) Im Zustand I (reine Vorspannung) muss  $\sigma_o^{\nu}>0$  sein. Um eine gewisse Sicherheit gegen Zugspannungen zu haben, (Transport, Verlegen u.s.w.), wird man für  $\sigma_o \backsim 10~kg/cm^2$  einsetzen. In bestimmten Fällen kann man auf diese Druckspannung verzichten, oder sogar eine kleine Zugspannung zulassen, was die erforderliche Vorspannung entsprechend herabsetzt.
- b) Im Endzustand muss  $\sigma_u^r = \sigma_u^v + \sigma_u > 0$  sein, d. h.  $\sigma_u^v > \sigma_u$  $\sigma_u^v$ wird sicherheitshalber etwa 4 bis 10 kg/cm² grösser gewählt als  $\sigma_u$ .

Aus diesen beiden Bedingungen sind nun die Randspannungen  $\sigma^v$  und  $\sigma^v$  infolge der Vorspannung festzusetzen. Dabei ist jedoch zu beachten, dass auch die Betondruckspannung einen gewissen Wert nicht überschreiten darf. Dies gilt

sowohl bei der Vorspannung 
$$\sigma_u^v \leq \sigma_{b \text{ zul}}$$

als auch im Endzustand 
$$\sigma_o^r \leq \sigma_{b \text{ zul}}$$

als auch im Endzustand  $\sigma_o^r\!\le\!\sigma_{b\ zul}$  Die zulässige Betondruckspannung hängt von der Qualität des Betons ab. Die heutige Technik der Betonherstellung gestattet  $\sigma_{b \text{ zul}} = 200 \text{ kg/cm}^2 \text{ zu setzen.}$ 

Bei der Dimensionierung der Vorspannung haben wir nun zwei Unbekannte: den erforderlichen Eisenquerschnitt und die Verteilung der Eisen. Wir bezeichnen mit og die bleibende Vorspannung der Eiseneinlagen.

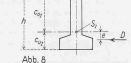
Die Druckkraft ist damit  $D = \sigma_e^v F_e$ 

Ferner bezeichnen wir den Abstand des Schwerpunktes vom ideellen Querschnitt zum Schwerpunkt der Eiseneinlagen mit e. Die beiden Grössen D und e führen wir als Unbekannte in die Rechnung ein. Die Randspannungen berechnen sich nach der allgemeinen Spannungsformel

$$\sigma_o^v = +rac{D}{F_{
m I}} - rac{D\,e}{J_{
m I}}\,c_{
m o_{
m I}} \qquad \sigma_u^v = +rac{D}{F_{
m I}} + rac{D\,e}{J_{
m I}}\,c_{u_{
m I}}$$

Nach der Unbekannten D aufgelöst, erhält man (Abb. 8)

$$D = rac{F_{
m I}}{h} \Big( c_{
m o_{
m I}} \,\, \sigma_u^v + c_{u_{
m I}} \,\, \sigma_o^v \Big)$$



$$\label{eq:first_point} \text{Für} \quad \sigma_o^v = 0 \quad \text{ist} \quad D = \frac{F_{\text{I}} \ \sigma_u^v \ c_{0_{\text{I}}}}{h}$$

Hat man D nach dieser Gleichung ermittelt, so lässt sich auch noch e aus einer der beiden Spannungsformeln berechnen

$$e = \frac{J_{\rm I}}{c_{\rm o_{\rm I}}} \bigg( \frac{1}{F_{\rm I}} - \frac{\sigma_o^v}{D} \bigg)$$

oder umgeformt

$$e = rac{J_{\mathrm{I}}}{F_{\mathrm{I}} \; \hbar} \left( rac{\sigma_u^v - \sigma_o^v}{\sigma_s^v} 
ight)$$

wobei  $\sigma_s^v$  die Vorspannung im Schwerpunkt bedeutet.

Für 
$$\sigma_o^v = 0$$
  $e = \frac{J_{\rm I}}{F_{\rm I} \ c_{\rm o_I}}$ 

Der Eisenquerschnitt selbst ergibt sich aus  $F_e = rac{D}{\sigma_e^v}$ 

$$F_e = \frac{D}{\sigma^v}$$

 $\sigma_e^v$ hat darin die Bedeutung der bleibenden Vorspannung, die wie folgt ermittelt wird:

$$\sigma_e^{\it v} = \sigma_e^{\it v'} - \varepsilon_s \, E_e - \varepsilon_{Ke} \, E_e$$

Zu der Abminderung infolge Schwinden des Betons kommt noch der Spannungsabfall infolge Kriechen des Stahldrahtes selbst

Nach der EMPA kann  $\varepsilon_{Ke} = \left(\frac{\sigma_e^{v'}}{0.45 \, \sigma_s} - 1\right) 0.7$  in  $^{0}/_{00}$  eingesetzt werden  $(\sigma_s = \text{Streckgrenze})$ .

Für  $\sigma_e^{v'}=0.9~\sigma_s$  wird  $\varepsilon_{Ke}=0.0007$  und  $\varepsilon_{Ke}~E_e=1400~{
m kg/cm^2}.$ 

$$\sigma_e^v = \sigma_e^{v'} - 800 \text{ kg/cm}^2 - 1400 \text{ kg/cm}^2 = \sigma_e^{v'} - 2200 \text{ kg/cm}^2$$

unter der für die Praxis zweckmässigen Annahme, dass die mechanische d. h. die ursprüngliche Vorspannung  $\sigma_{_{a}}^{v'}$  90  $_{_{0}}$  der Streckgrenze des hochwertigen Drahtes (Zugfestigkeit>14 t/cm $^2$ ) beträgt.

Es befinden sich gegenwärtig im Handel besonders bearbeitete Drähte mit Einkerbungen, die eine Zugfestigkeit von 14 bis 20 t/cm2 aufweisen. Mit Rücksicht auf den Spannungsabfall infolge Kriechen und Schwinden des Betons sind die Drähte möglichst hoch vorzuspannen, um eine rationelle Ausnützung des Stahls zu erreichen. Da nun die zulässige Vorspannung auf höchstens 75% der Zugfestigkeit festgesetzt werden kann, ist mit einer zulässigen mechanischen Vorspannung von 10 bis 15 t/cm² zu rechnen. Dabei darf die zulässige Vorspannung des Stahls höchstens 90 % der Streckgrenze betragen. Wir haben nun den Eisenquerschnitt und die Lage des Eisenschwerpunktes ermittelt. Damit ist die Dimensionierungsfrage gelöst.

Eine erste ganz grobe Schätzung der erforderlichen Trägerhöhe und des Eisenquerschnitts kann je nach der Form des

Profils in Analogie zu folgender Betrachtung des Rechteckquerschnittes gemacht werden

$$\sigma_u = 0 = \sigma_B - \frac{M_q}{J} c_u = \sigma_B - \frac{6M}{bh}$$

$$h=c\sqrt[3]{M_q}$$
 wobei  $c=\sqrt[3]{rac{6}{\sigma_b\,\lambda}}$  und  $\lambda=rac{b}{h}$ 

Zustand der Vorspannung:

 $\sigma_u=\sigma_B=rac{2D}{b\;h}$   $D=F_e\,\sigma_e=rac{\sigma_e\,b\;h}{2}$   $F_e=rac{\sigma_b\,b\;h}{2\sigma_e}$ 

$$\sigma_u = \sigma_B = rac{2D}{b \ h}$$
  $D = F_e \ \sigma_e = rac{\sigma_e \ b \ h}{2}$   $F_e = rac{\sigma_b \ b \ h}{2\sigma_e}$ 

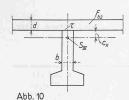
zum Beispiel für  $\sigma_b = 150~{\rm kg/cm^2}$  und  $\lambda = \frac{1}{3}~{\rm oder}~\sigma_b = 200~{\rm kg/cm^2}$ 

und 
$$\lambda = \frac{1}{4}$$

$$h = 0.5 \sqrt[3]{M_q}$$
;  $F_e = \frac{25h}{\sigma_e}$ 

 $h=\backsim 0.5 \sqrt[3]{M_q}~;~F_e=\frac{25h^2}{\sigma_e}$  Für den I-Querschnitt können in erster Annäherung folgende Werte benützt werden:

$$h = \infty \ 0.4 \ \sqrt[3]{M_q} \ ; \ F_e = rac{23h^2}{\sigma_e}$$



#### 4. Schub

Es ist nun aber noch der Nachweis zu erbringen, dass die Schubspannungen den nach den Normen des S.I.A. zulässigen Wert von 5 kg/cm<sup>2</sup> nicht überschreiten. Wirkt der Träger mit der Platte (Abb. 10) zusammen, so ist vor allem die Schubspannung zwischen Platte und Träger zu unter-

suchen. In der allgemeinen Gleichung für die Schubspannung

setzt man für 
$$Q=Q_p$$
;  $S=F_{b_2}\left(c_x+\frac{d}{2}\right)$ ;  $J=J_{\rm III}$ 

(da nur die Verkehrslast Schubspannungen erzeugt), womit sich für die Schubspannung die Beziehung ergibt  $\tau = \frac{Q_p \, F_{b_2}}{J_{\rm III} \, b} \left( c_x + \frac{d}{2} \right)$ 

$$au = rac{Q_p F_{b_2}}{J_{
m III} \ b} \left( c_x + rac{d}{2} 
ight)$$

Der vermindernde Einfluss des Mehrschwindens der Platte wird sicherheitshalber vernachlässigt. Ueberschreitet  $\tau$  nun den zulässigen Wert von 5 kg/cm², so ist die Schubkraft zwischen Träger und Platte durch Bügel aufzunehmen, die zweckmässig unter  $45^{\circ}$  verlegt sind. Die Schubkraft beträgt auf die Länge a $T = \tau \ b \ a$  und die in dem Bügel entstehende Zugkraft

$$Z = \frac{\tau \ b \ a}{\sqrt{2}}$$

sodass wir die folgende Beziehung anschreiben können:  $Z=\sigma_{e_{xul}}\ F_e=\frac{\tau\ b\ a}{\sqrt{2}}$ 

$$Z = \sigma_{e_{\mathrm{zul}}} F_e = rac{ au \ b \ a}{\sqrt{2}}$$

Daraus erhält man

$$a = \frac{\sigma_{e_{\mathrm{zul}}} F_e \sqrt{2}}{\tau \, b} = \frac{\sigma_{e_{\mathrm{zul}}} F_e \sqrt{2}}{Q_p \, F_{b_2}} \, \frac{J_{\mathrm{III}}}{\left( \, c_x + \frac{d}{2} \right)}$$

Diese Gleichung lässt sich nun vereinfacht schreiben als 
$$a = \frac{Q_{p_{\max}}}{Q_p} \times a_{\min} \; ; \; \text{wobei} \; \; a_{\min} = \frac{\sigma_{ezul} \, F_e \, \sqrt[l]{2} \, J_{\text{III}}}{Q_{p_{\max}} F_{b2} \left( c_x + \frac{d}{2} \right)}$$

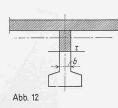
Der Abstand a ist beim Auflager am kleinsten. Gegen die Mitte wird er grösser. Sobald dann \u03c4 den Wert von 5 kg/cm2 unterschreitet, wird man lediglich eine Sicherheitsarmierung vorsehen oder auf eine Anordnung von Eisen überhaupt verzichten können.

Grundsätzlich verschieden von dieser Rechnung ist der Nachweis der schrägen Hauptzugspannungen. Die Schubspannung im Endzustand setzt sich zusammen aus der Schubspannung aus Eigengewicht im Zustand II und der Schubspannung aus Nutzlast im Zustand III. Die Schubspannung ergibt sich wieder aus der Beziehung (Abb. 11)

$$au_{g} = rac{Q_{g}\,S}{J_{\mathrm{II}}\,\,b} \ au_{p} = rac{Q_{p}\,S}{J_{\mathrm{III}}\,\,b} \ au_{p}$$

S ist dabei das statische Moment der schraffierten Fläche in Abb. 12, bezogen auf die Neutralaxe. Es ist jedoch hier zu beachten,





dass die Schubspannung von Druckspannungen überlagert ist. Für die schräge Hauptzugspannung gilt die allgemeine Gleichung der Festigkeitslehre

$$\sigma_{\min} = rac{\sigma}{2} - \sqrt{rac{\sigma}{2}^2 + au^2}$$

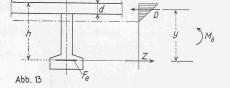
Die Druckspannung  $\sigma$  lässt sich dabei aus D ermitteln. Ueberschreiten die schrägen Hauptzugspannungen den Wert von 5 kg/cm2, so sind sie durch Bügel aufzunehmen.

# 5. Bruchsicherheit

Der Nachweis, dass keine negativen Randspannungen im Träger auftreten, genügt nicht für die Berechnung des Trägers. Es muss auch noch nachgewiesen werden, dass eine gewisse Sicherheit gegen Bruch vorhanden ist. Das Bruchmoment muss dabei mindestens das Doppelte des Moments aus Eigengewicht und Nutzlast, sowie das Dreifache des Moments aus der Nutzlast betragen. Das grössere der Momente sei mit  $M_B$  bezeichnet.

Das Bruchmoment  $M_B$  ist nach der üblichen Berechnungsweise unter Annahme einer Rissbildung mit n=10 zu rechnen. Der Querschnitt ist in diesem Falle auf exzentrischen Druck beansprucht, da die Vorspannung immer noch wirksam bleibt. Die Berechnung erfolgt dabei unter der vereinfachenden Annahme, dass alle

Eisen im Eisenschwerpunkt konzentriert seien. Die Gleichgewichtsbedingungen für den



Querschnitt lauten (Abb. 13):

$$D' \ y = M_B$$
 $D' - Z = D \ ( ext{Vorspannkraft})$ 
daraus:  $M_B = (Z + D) \ \gamma = F_e \ F_{ei} \ y$ 
wobei  $F_{ei} = F_e + rac{D}{\sigma_e}$ 

Es ist klar, dass, falls die Belastung in der Drahtarmierung Zugspannungen erzeugt, die grösser sind als die Vorspannungen, wie z. B. im Bruchzustand, der Querschnitt sich verhält wie ein normaler Eisenbetonquerschnitt.

Für den Plattenbalken mit dünnem vorgespanntem Steg kann näherungsweise  $y=h-\frac{d}{2}$  gesetzt werden. Das Bruchmoment

: 
$$extbf{ extit{M}'} = e eta_{ extit{z}} F_e \left( h - rac{d}{2} 
ight)$$

wobei  $e \beta_z = ext{Zugfestigkeit}$  des Stahldrahtes. Selbstverständlich soll die rechnerische Betondruckspannung kleiner sein als die Würfeldruckfestigkeit des Betons, was für den behandelten Fall des Plattenbalkens meistens zutreffen wird.

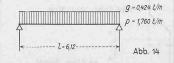
#### 6. Zusammenfassung

Die statische Untersuchung eines Trägers in vorgespanntem Beton hat sich auf drei Hauptprobleme zu beziehen:

- 1. Es ist der Nachweis zu erbringen, dass der Spannbetonträger in keinem Belastungsfall Betonzugspannungen aufweist.
- 2. Es ist der Nachweis zu erbringen, dass die Schubspannungen bezw. die schrägen Hauptzugspannungen den Wert von 5 kg/cm2 nicht überschreiten, bezw. dass höhere Schub- oder Hauptzugspannungen vollständig durch Eisen gedeckt sind.
- 3. Es ist nachzuweisen, dass das Bruchmoment mindestens das Doppelte des Moments aus Eigengewicht und Nutzlast, sowie das Dreifache des Moments aus der Nutzlast allein beträgt.

Der Auflagerung des vorgespannten Balkens ist besondere Aufmerksamkeit zu widmen. Eine teilweise Einspannung, die sich in der Regel beim einfachen Eisenbetonbalken entlastend auswirkt, ist beim einfachen vorgespannten Balken nicht zulässig, da sich im Einspannungsquerschnitt die Spannungen der Belastung zu denjenigen der Vorspannung summieren und die zulässigen Werte u. U. überschreiten. Wenn eine Einspannung oder die Kontinuität im vorgespannten Träger aus irgendwelchen Gründen z.B. konstruktiver Natur erforderlich ist, dann muss sie auch statisch und konstruktiv erfasst und berücksichtigt werden. Entweder kann der vorgespannte Träger wie bei vorgespannten Eisenbahnschwellen so geformt werden, dass die Vorspannung im Einspannungsquerschnitt oben bestimmte Druckund unten Zugspannungen hervorruft, also umgekehrt wie im Mittelquerschnitt, oder es kann ein Teil der Drähte gegen den oberen Rand des Auflagerquerschnittes gezogen werden, oder eine zusätzliche Armierung in der Platte für die Deckung des negativen Momentes und gegebenenfalls eine Voute im Träger für die entsprechende Ermässigung der Druckspannungen angebracht werden. Je nachdem das vorhandene Einspannungsmoment vom Steg allein oder vom Verbundquerschnitt aufgenommen wird, ist eine Fuge in der Platte über dem Auflager erforderlich oder nicht.

### Beispiel mit Probebelastung



### 1. Belastungen, Momente

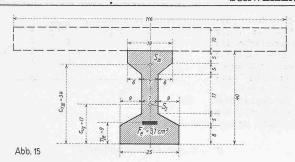
$$Mg = g \, rac{l^2}{8} = 2,0 \, ext{mt}$$
 $Mp = p \, rac{l^2}{8} = 8,24 \, ext{mt}$ 

### 2. Dimensionierung

Die Faustformel liefert die ersten Anhaltspunkte:

$$h = \sim 0.40 \sqrt[3]{Mq} = 0.40 \sqrt[3]{200000 + 824000} = \sim 40 \text{ cm}$$

$$Fe = \sim \frac{23 \ h^2}{\sigma_{e^v}} = \frac{23.40^2}{11800} = \sim 3.1 \text{ cm}^2$$



Der Querschnitt wird festgelegt gemäss Abb. 15. Bei der Dimensionierung wird die Lage des Eisenschwerpunktes geschätzt:  $\eta_e=\backsim 9$  cm. Im vorliegenden Fall ist der Bauvorgang derart, dass das Eigengewicht erst dann wirkt, wenn die Platte aufbetoniert und erhärtet ist. Aus diesem Grunde fällt der Zustand II ausser Betracht (Tabelle I).

Tabelle I: Querschnittwerte

Tollandra (Sept. 18 to 18 cm) and the	Zustand I (ohne Platte) $n=20$	Zustand III (mit Platte) $n=5$ $n_{Pl}=0.75$	
and the survey of the survey o	621 cm <sup>2</sup>	1445 cm <sup>2</sup>	
J	104130 cm <sup>4</sup>	368 000 cm <sup>4</sup>	
O.K. Steg	23 cm	6 cm	
U.K. Steg $c_u$	17 cm	34 cm	

Spannungen infolge äusserer Kräfte:

Eigengewicht: Nutzlast:

O.K. Steg:  $\sigma_g = +$  3,3 kg/cm<sup>2</sup> O.K. Steg:  $\sigma_p = +$  13,4 kg/cm<sup>2</sup> U.K. Steg:  $\sigma_p = -$  76,0 kg/cm<sup>2</sup>

Spannungen infolge Mehrschwinden der Platte:

 $\varepsilon_{s}' = 0,0001$ ;  $E_{2} = 300000 \text{ kg/cm}^{2}$ ;

 $\sigma'_{\text{Schw}} = 0.0001 \times 300000 = 30 \text{ kg/cm}^2; \quad F_{b_2} = 1160 \text{ cm}^2;$ 

 $N_{\text{Sdw}} = 1160 \times 30 = 34800 \text{ kg}$ ; Exzentrizität a = 45 - 34 = 11 cm;

 $M_{\rm Schw} = a N_{\rm Schw} = 11 \times 34800 = 382800 \text{ kg};$ 

Abminderungsfaktor = 0,46;

O.K. Steg:  $\sigma_{Schw} = +14 \text{ kg/cm}^2$  U.K. Steg:  $\sigma_{Schw} = -5 \text{ kg/cm}^2$ 

Dimensionierung der erforderlichen Vorspannung:

Die untere Randspannung infolge äusserer Kräfte und Mehrschwindens beträgt

 $\sigma_u = -18.5 - 76.0 - 5.0 = -99.5 \text{ kg/cm}^2$ 

Nun werden die Vorspannungen gewählt:

$$\sigma_u v = +103 \text{ kg/cm}^2$$
;  $\sigma_o v = 0 \text{ kg/cm}^2$ 

Erforderliche Druckkraft:

$$D = \frac{F_{\rm I} \,\, \sigma_{u^v} \,\, c_{o{
m I}}}{h} = \frac{621 \times 103 \times 23}{40} = 36,8 \,\, {
m t}$$

Zulässige mechanische Vorspannung:  $\sigma_{e^{\nu'}}\!=\!14\,000~kg/cm^2$  Effektiv wirksame Vorspannung:

 $\sigma_{e^{v}} = \sigma_{e^{v'}} - (\varepsilon_{s} + \varepsilon_{Ke}) E_{e} = 14000 - 2200 = 11800 \text{ kg/cm}^{2}$ 

Erforderlicher Eisenquerschnitt:

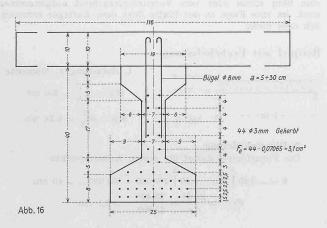
$$F_e = \frac{D}{\sigma_{e^v}} = \frac{36\,800}{11\,800} = 3,1$$
 cm<sup>2</sup>

Exzentrizität e der Druckkraft:

$$e = \frac{J_{\rm I}}{F_{\rm I} c_{o_{\rm I}}} = \frac{104 \, 130}{621 \times 23} = 7.3 \, \, {\rm cm}$$

Abstand  $\eta_e$  des Eisenschwerpunktes von U.K. Träger:

$$\eta_e = c_{u_1} - e = 9.7$$
 cm



#### 3. Spannungsnachweis

Auf Grund der Dimensionierung wird der endgültige Querschnitt gemäss Abb. 16 und Tabelle II gewählt.

Tabelle II: Querschnittwerte

	Zustand I (ohne Platte) n=20	Zustand III (mit Platte) $n = s$ $n_{pl} = 0.75$	
F	621 cm <sup>2</sup>	1445 cm <sup>2</sup>	
J	108000 cm <sup>4</sup>	368 000 cm <sup>4</sup>	
O.K. Platte $c_o$		15,9 cm	
O. K. Steg	23 cm	5,9 cm	
U.K. Steg $c_u$	17 cm	34,1 cm	

Eisenschwerpunkt  $\eta_e = 9,48$  cm

Exzentrizität  $e=7,52~\mathrm{cm}$ 

Vorspannungen:

Druckkraft  $D = F_e o_e v = 3.1 \times 11800 = 36700 \text{ kg}$ Moment  $M = e D = 7.52 \times 36700 = 276000 \text{ cm/kg}$ 

O.K. Steg 
$$\sigma_{v}=rac{D}{F_{
m I}}-rac{M}{J_{
m I}}\,c_{o_{
m I}}=0\,$$
 kg/cm $^{2}$ 

U. K. Steg 
$$\sigma_v = \frac{D}{F_1} + \frac{M}{J_1} c_{u_1} = 103 \text{ kg/cm}^2$$

Spannungen infolge äusserer Kräfte:

Spannungen infolge Mehrschwinden der Platte:

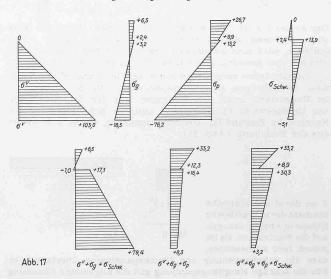
Druckkraft:  $N_{\rm Schw} = F_{b_2} \sigma'_{\rm Schw} = 1160 \times 30 = 34800 \text{ kg}$ 

Exzentrizität  $a \equiv 10,9$  cm

 $M_{
m Schw} = a \ N_{
m Schw} = 10.9 \times 34800 = 379000 \ {
m cmkg}$ 

O.K. Platte  $\sigma_{\rm Sdw}=0~{\rm kg/cm^2}$  O.K. Steg  $\sigma_{\rm Sdw}=13.9~{\rm kg/cm^2}$  U.K. Platte  $\sigma_{\rm Sdw}=-3.4~{\rm kg/cm^2}$  U.K. Steg  $\sigma_{\rm Sdw}=-5.1~{\rm kg/cm^2}$ 

Zusammenstellung der Spannungen: Siehe Abb. 17



### 4. Vergleich mit den Ergebnissen der Probebelastung

Es werden nur die hauptsächlichsten Ergebnisse der verschiedenen, von der EMPA besorgten Messungen wiedergegeben.

Das Alter bei der Entspannung betrug 3 Wochen, die Platte wurde nach 4 Wochen aufbetoniert, und das Alter des Versuchsbalkens bei der Prüfung war 67 Tage. Die Versuchsanordnung erhellt aus Abb. 18. Die Anordnung der Lasten ist so gewählt, dass sich die Momentenflächen aus Nutzlast und Versuchslast möglichst gut decken.

Die der Nutzlast p=1,760 t/m entsprechende Versuchslast beträgt:

$$P = \frac{M_p}{2.04} = \frac{8.24}{2.04} = 4.04 \text{ t}$$

Rissmessung

Mit Hilfe dieser Messung lässt sich die Druckvorspannung im Beton direkt kontrollieren. Der Balken wird belastet, bis der erste Haarriss an der Unterkante im Mittelfeld entsteht ( $P_{\rm Riss}=7.0$  t). Beim Entlasten schliesst sich der Riss wieder vollständig, die Vorspannung der Eisen wirkt immer noch voll. Dem

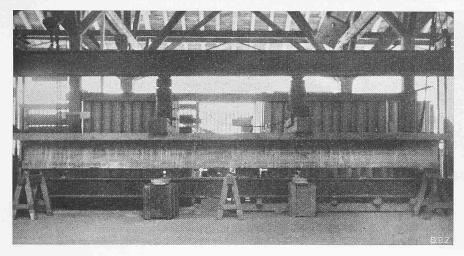
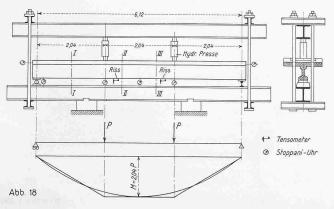


Abb. 22. Versuchsbalken unmittelbar vor der Belastungsprobe



zum Neuöffnen des Risses notwendigen Moment  $\mathcal{M}_{R'}$  entspricht die Druckvorspannung im Beton.

Die rechnerische Druckvorspannung beträgt nach Abzug der Zugspannungen aus Schwinden und Eigengewicht:

 $\sigma^v + \sigma_g + \sigma_{Schw} = 79.4~kg/cm^2$  Die Rissbeobachtung ergab eine Last von 4,07  $\div$  4,40 t (Abb. 19), d. h. ein Moment:

$$M_{R'} = 2.04 (4.07 \div 4.40) = 8.30 \div 8.98 \text{ mt}$$

Daraus folgt die Vorspannung zu

$$\sigma = \frac{M_{R'}}{J_{\rm III}} c_{u_{\rm III}} = 77 \div 83 \text{ kg/cm}^2$$

Die Uebereinstimmung von Messung und Rechnung ist befriedigend.

Durchbiegung in Balkenmitte

Rechnerische Durchbiegung mit Berücksichtigung der Querkräfte ( $G= 0.45~E_b;~F'= 0.27~F$ ):

$$y_m = 22.5 \frac{P}{E_b}$$
;  $y_m$  in cm;  $P$  in kg;  $E$  in kg/cm<sup>2</sup>

Messergebnis:

für  $P=4040~{
m kg}\colon y_m=2.17\,{
m mm}=0.217~{
m cm}$  Elastizitätsmodul durch Vergleich mit der Rechnung:

$$E_b = \frac{22.5 \ P}{y_m} = \frac{22.5 \times 4040}{0.217} = 420000 \ \text{kg/cm}^2$$

Elastizitätsmodul aus Festigkeitsproben:

Würfelfestigkeit:  $weta d_{68}=642~{
m kg/cm^2}$ 

Prismenfestigkeit:  $p_{\beta}d_{68}=\sim$  0,8  $w_{\beta}d_{68}=$  510 kg/cm² nach der EMPA-Formel:

$$E = 600\,000\,rac{peta d}{180+peta d} = 600\,000\,rac{510}{690} = 444\,000\,\,\mathrm{kg/cm^2}$$

Die Durchbiegung (Abb. 20) unter der Nutzlast beträgt nur  $\frac{1}{2820}$  L

 $\label{eq:local_problem} \begin{array}{llll} \textit{Dehnungsmessungen}. & (\text{Je 10 Tensometer in den Schnitten IIII und IIIIII, Abb. 18). Für die der Nutzlast ungefähr entsprechende Laststufe $P=4,04$ t wurden die Dehnungen gemäss Abb. 21 und Tabelle III gemessen. Die aus der Messung ermittelten Spannungen sind durchwegs etwas kleiner als die rechnerischen Werte. Die Uebereinstimmung zwischen Probebelastung und statischer Berechnung ist befriedigend. \\ \end{array}$ 

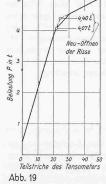


Abb. 23. Bruchstelle des Balkens Zerstörung durch Zerreissen der Stahldrähte

Risslast P. = 7,00 C

Abb. 20

Bruchlast PBR = 12,80 t



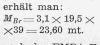


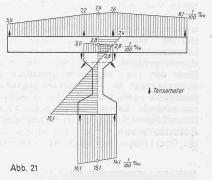
Bruchlast  $P_{Br} = 12,80 \text{ t}$ Bruchmoment  $M_{Br} = 2,04 \times 12,80 + M_g = 26,1 + 2,0 = 28,1 \text{ mt}$ 

Rechnerisches Bruchmoment; nach der vorgeschlagenen Formel:

MR.—e. & F. u.

 $M_{Br} = e\beta_z F_e y;$ mit  $F_e = 3.1 \text{ cm}^2;$   $e\beta_z = 19.5 \text{ t/cm}^2;$ y = 39 cm (n = 10)





Anfangslast bei Begini Durchbiegungsmessung P<sub>0</sub> = 0,41 č

Durchbiegung in mm.

nach der EMPA-Formel:

$$M_{Br} = \mu \ b \ h^2 \ e \beta_z \left(1 - \frac{8}{15} \ \frac{e \beta_z}{b \beta_{dp}} \ \mu\right);$$

mit  $\mu = 0.066\,^{\circ}/_{\circ}$ ; b = 116 cm; h = 40.5 cm;  $e\beta_z = 19.5$  t/cm²;  $b\beta_{dp} = 546$  kg/cm² folgt:

$$M_{Br} = 0.066 \times 1.16 \times 40.5^{2} \times 19.5 \left(1 - \frac{8}{15} \frac{19500}{546} 0.00066\right) = 24.20 \text{ mt}$$

Das Bruchmoment liegt also etwas höher, als die Rechnung erwarten liess. Die Rissesicherheit, bezogen auf eine Steigerung der Nutzlast beträgt  $\sim 1,8$ . Die Bruchsicherheit, bezogen auf

Tabelle III: Dehnungen und Spannungeu

	Platte		Steg		
	0. K.	U.K.	O. K	. U.K.	
Gemessene Dehnungen	THE				
(Axe) $\varepsilon =$	7,4	2,8	2,8	15,10	$\frac{1}{100}$ $^{0}/_{00}$
Elastizitätsmoduli			-		100 /
$(E_2 = 0.75 E_b)$	315	000	4:	20 000	kg/cm <sup>2</sup>
Spannungen					
aus Messung $\sigma = \varepsilon \; E$	23,4	8,8	12,0	64,0	kg/cm <sup>2</sup>
Rechnerische Spannungen	26,7	9,9	13,2	76,2	kg/cm <sup>2</sup>



Abb. 3. Haupteingang

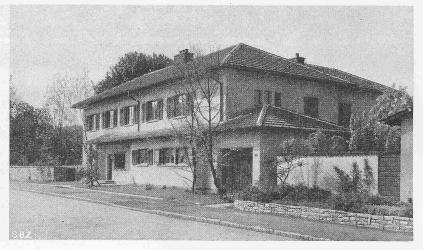


Abb. 2. Ansicht von der Strasse her

eine Steigerung der Nutzlast beträgt  $\odot$  3,1. Auf eine Wiedergabe des Nachweises der Schub- und Hauptzugspannungen wird hier verzichtet. Der Probebalken (Abb. 22 u. 23, S. 107) wies auch im Bruchzustand keine aus diesen Beanspruchungen entstandenen Risse auf. Ein zweiter, zu gleicher Zeit hergestellter identischer Plattenbalken hat sich bei einer inzwischen erfolgten dynamischen Probebelastung ebenfalls durchaus bewährt.

# Wohnhaus eines Musikers in Bern

Architekten MULLER & FREYTAG, Thalwil, Mitarb. W. ALTHAUS, Bern

Eine besonders reizvolle Aufgabe war den Architekten gestellt im Bau des Wohnhauses für den Berner Münsterorganisten. Es handelte sich um Schaffung von Räumen für geselliges Verweilen in einem grossen Musikzimmer, an dessen 4,5 m breiter Rückwand eine Orgel eingebaut ist, anstossend Wohn- und Esszimmer; weiterhin folgen die Küche samt Zubehör und zuletzt ein grosses Kinder-Spielzimmer. Dieses war vom Musikzimmer möglichst entfernt anzuordnen, damit jegliche Geräuschestörung vermieden werde. Diese Anforderungen erklären die Grundrissbildung im Erdgeschoss, in dem das Musikzimmer im strassenseitigen Südostflügel, die Kinderregion dagegen am Ende des dazu senkrecht gestellten sonnigen Südwestflügels untergebracht ist, im Garten angrenzend Planschbecken und Sandplatz (Abb. 1 und 2). Im Gelenkpunkt beider Flügel liegt das zentrale Esszimmer, in guter Verbindung mit der Küche. Bemerkenswert ist die Einordnung eines respektablen Stübli, als Aufenthaltsraum für das Dienstpersonal, das von hier aus durch ein Guckfensterchen auch den Hauseingang für die Besucher

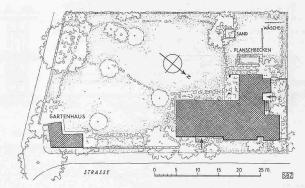


Abb. 1. Lageplan

Masstab 1:800

übersieht. Personal und Kinder können den Nebeneingang an der Nordwestseite benützen, sodass die Forderung des Bauherrn nach gegenseitiger Tremnung bestens erfüllt ist. Im Westflügel führt die nur von der Familie benützte Treppe nach dem Obergeschoss (Abb. 13, S. 111). Da das Musikzimmer höher ist als die übrigen Erdgeschossräume, ergaben sich im Obergeschoss nach dem Elternschlafzimmer mit Bad und Ankleideraum drei Differenztritte. Im Uebrigen erklären sich die Grundrisse selbst, desgleichen der Gartenplan. Das Aeussere des Hauses ist verputzt und in Altleinen getönt, was in ruhigem Einklang mit den braunen Klappläden steht. Die Gemüsepflanzung zwischen Haus und Gartenhaus ist natürlich kriegsbedingt.

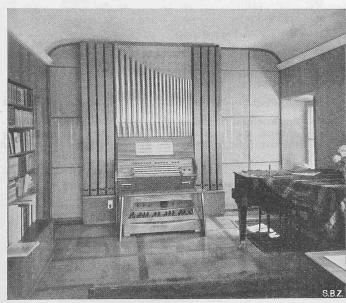


Abb. 7. Orgel im Musikzimmer



Abb. 8. Südecke des Musikzimmers