

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 123/124 (1944)
Heft: 18

Artikel: Eisenbetonkonstruktionen mit eingebetteten, vorgespannten Elementen als Armierung
Autor: Lardy, Pierre
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-53937>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Eisenbetonkonstruktionen mit eingebetteten, vorgespannten Elementen als Armierung. — Personenanhänger mit Vierradlenkung für Postautokurse. — Das Sofortprogramm für Arbeitsbeschaffung der SBB. — L'urbanisme contemporain en France. — Die «Civitas»-Publikationen als Beiträge zum Wiederaufbau. — Siedlungshäuser im Hinterried in Biel. — Prof. Dr. L. Zehnder 90 Jahre. — Mitteilungen: Parkierungsflächen. Das Stadion des «Club Atlético Boca Juniors» in Buenos Aires.

Erweiterung der Eidg. Materialprüfungs- und Versuchsanstalt. Automatische Parallelschaltanrichtung. Holz für Lokomotivfeuerung. Volkshochschule des Kantons Zürich. Kraftwerk an der Sarner Aa. Persönliches. — Wettbewerbe: Zwei eidg. Verwaltungsgebäude in Bern. Erweiterung des Bezirkspitals Dorneck. Ueberbauung des Schiltwiesenareals Winterthur. Schulhaus Jonschwil. — Nekrologe: Otto Straub. Max Hablützel. Alexander Legany. Carl Probst. — Literatur.

Band 123

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Verlagsorgane nicht verantwortlich
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet

Nr. 18

SCHWEIZER MUSTERMESSE IN BASEL, NOCH BIS 2. MAI

Eisenbetonkonstruktionen mit eingebetteten, vorgespannten Elementen als Armierung

Von Ing. Dr. PIERRE LARDY, Zürich

Diese Arbeit enthält die Berechnungsgrundlagen eines neuartigen Konstruktionsverfahrens, das sich durch geringe Baukosten, grosse Eisensparnis und Rissfreiheit der Plattenuntersicht auszeichnet, und das von Herrn Dipl. Ing. A. Zuppinger, Zürich, bereits zum Patent angemeldet wurde. Ausgeführt wird es bisher einzig von der Neuen Granito-Bau A.-G. in Zürich.

Im ersten Teil folgt eine Beschreibung des neuen Verfahrens, im zweiten werden die Berechnungsgrundlagen aufgestellt und durch ein numerisches Beispiel beleuchtet.

I. Beschreibung und Vorteile des neuen Verfahrens

a. Theoretische Gesichtspunkte

Die Idee besteht darin, dass an Ort und Stelle montierte, bereits vorgespannte Eisenbetonträger einbetoniert werden, mittels der Haftung einen Verbundquerschnitt bilden und unter den äusseren Belastungen (Eigengewicht, Nutzlast) zusammenwirken. Dank der Vorspannungen im eingebetteten Träger werden auf diese Weise nach dem Superpositionsgesetz die Zugspannungen des Verbundquerschnittes weitgehend ausgeschaltet. Dabei funktionieren der vorgespannte Träger als «Armierung» und der eingebrachte Beton als Druckplatte.

Die wesentliche Voraussetzung für das Zusammenwirken des vorgespannten Trägers und dem auf der Baustelle selbst eingebrachten Beton als Verbundquerschnitt bildet die Haftung zwischen beiden Teilen; es muss konstruktiv dafür gesorgt werden, dass die Haftung auf ein Höchstmass gebracht wird (siehe unter b, Konstruktive Gesichtspunkte). Nur dann ist es möglich, diese Konstruktion im Sinne der Statik als «Verbundquerschnitt» zu bezeichnen.

Der eingebettete, vorgespannte Träger kann als Ersatz für die Armierung, wie sie bei gewöhnlichen Eisenbetonkonstruktionen üblich sind, aufgefasst werden und bewirkt dank seiner Vorspannung, dass die so gebildete Verbundkonstruktion eine «Reserve an Druckspannungen» aufweist, die den maximalen Zugspannungen aus Eigengewicht und Nutzlast entgegenwirkt.

Dieses Verfahren eröffnet neue, weitreichende Möglichkeiten, auch was die statisch unbestimmten Systeme anbelangt. Die verschiedenen Zugzonen können auf die oben beschriebene Art «armiert» werden. Die Realisierung weiterer zahlreicher Konstruktionen, die der Bauweise des vorgespannten Betons bisher kaum oder nur schwer zugänglich waren, kann jetzt ins Auge gefasst werden.

Die theoretische Behandlung muss das Schwinden des auf der Baustelle eingebrachten Betons gegenüber dem vorgespannten Element (bei dem der Schwindvorgang als grösstenteils abgeschlossen angesehen werden kann) berücksichtigen. Dies, sowie die vorgängige Berechnung des vorgespannten Elementes, geschieht nach der Theorie der Eigenspannungen¹⁾. Ferner muss in Betracht gezogen werden, dass der Elastizitätsmodul des eingebrachten Betons von demjenigen des vorgespannten Trägers im allgemeinen verschieden ist und die Berechnungen beeinflusst (sehr hochwertiger Beton für das vorgespannte Element, normaler bis hochwertiger Beton auf der Baustelle).

b. Konstruktive Gesichtspunkte

Die konstruktiven Vorteile des neuen Verfahrens liegen auf der Hand. Die vorgespannten Träger, die in verschiedener Form ausgebildet sein können, werden fabrikmässig hergestellt, wodurch eine vorspannungs- und materialtechnisch hohe Qualität gewährleistet ist. Der Transport der, relativ zur endgültigen Konstruktion, leichten Vorspannträger bedeutet einen wichtigen Vorteil gegenüber andern Trägerarten, da man quasi nur «einen Teil der späteren Zugzone» zu befördern hat und dadurch eine wesentliche Ersparnis an transportiertem Gewicht erzielt. Auf der Baustelle werden die Träger schalungslos eingerüstet und

hernach wird der Beton eingebracht. Mit andern Worten: Die Zugzone der Konstruktion wird in der Fabrik, die Druckzone aber auf der Baustelle selbst angefertigt.

Die Haftung zwischen beiden Elementen, als wesentliche Voraussetzung für die Verbundwirkung, ist durch verschiedene konstruktive Massnahmen gewährleistet. Die Bügel der vorgespannten Elemente werden nach oben ausserhalb des Trägers verlängert und in die eingebrachte Betonmasse verankert. Die Kontaktoberfläche der Vorspannelemente mit dem eingebrachten Beton ist nicht glatt, sondern zeigt Buckel und Vertiefungen, was eine Verzahnung der beiden Elemente zur Folge hat. Durchgehende Quereisen, die in regelmässigen Abständen angeordnet sind, erhöhen die Verbundwirkung. Schliesslich trägt noch die natürliche Rauigkeit des Betons dazu bei, die Haftung zu erhöhen.

Die eingelegten Quereisen bringen noch einen weiteren Vorteil mit sich, indem sie den Zusammenhalt der vorgespannten Elemente in der Querrichtung bedingen, was für die Querbiegung der Konstruktion wichtig ist; die Quereisen verhindern, dass sich die Trennungsfugen zwischen den vorgespannten Elementen öffnen.

Auf diese Weise entsteht eine saubere, glatte und, was besonders wichtig ist, wegen der vorgespannten Zugzone eine rissfreie Untersicht. Es spielt keine Rolle, dass ein Teil des eingebrachten Betons gerissen ist; denn nach unten ist die Konstruktion durch das rissfreie Vorspannelement geschützt. Die Ersparnis an Eisen trägt ferner dazu bei, die Wirtschaftlichkeit dieser Konstruktion zu erhöhen.

Damit dürften wir gezeigt haben, dass die Anwendung dieser «teilweise vorgespannten» Träger, die die oben angedeuteten zahlreichen Vorteile aufweist, einen Fortschritt in der Realisierung der vorgespannten Bauweise bedeutet.

II. Theorie und Berechnungsgrundlagen

In der Folge seien der vorgespannte Träger kurz «Vorspannelement» und der Baustellenbeton «Füllbeton» genannt. Durch die Verbundwirkung bildet das Vorspannelement einen integrierenden Bestandteil des ganzen Querschnittes in dem Sinne, dass er die Deformationen «mitmacht». Dies führt zur Superposition der drei Spannungszustände, die wir der Reihe nach behandeln:

1. Zustand kurz nach dem Einbetonieren auf der Baustelle (Konstruktion eingerüstet und unbelastet): die Spannungen im Füllbeton sind = 0, diejenigen des Vorspannelementes bleiben un geändert und seien bereits berechnet.

2. Schwindzustand des Füllbetons im Verbundquerschnitt: Berechnung der Spannungen in beiden Elementen nach der Theorie der Eigenspannungen (siehe Fussnote).

3. Belastungszustand infolge Eigengewicht und äusserer Lasten: Berechnung der Spannungen nach der allgemeinen Biegelehre für inhomogene Querschnitte mit verschiedenen Elastizitätsmoduli (zurückgeführt auf die allgemeine Spannungsformel, siehe Fussnote 1).

Als Resultat der Berechnungen folgt die Superposition der drei Spannungszustände.

Wir führen die Bezeichnungen der Abb. 1 ein. Sämtliche Grössen bezügl. des Füllbetons sind mit einem Akzent versehen; diejenigen des Vorspannelementes sind ohne Akzent. Es bedeuten:

a) Für das Vorspannelement:

$$F_e = \sum F_{e_i} = \text{Fläche der vorgespannten Eisen in cm}^2$$

$$F_b = \text{Betonfläche in cm}^2$$

$$J_b = \text{Trägheitsmoment der Betonfläche in cm}^4, \text{bezogen auf die Axe durch den ideellen Schwerpunkt } S_{i,d} \text{ des Verbundquerschnittes}$$

$$E_b = \text{Elastizitätsmodul des Betons in kg/cm}^2$$

$$E_e = \text{Elastizitätsmodul der vorgespannten Eisen in kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = \text{Betonspannung in kg/cm}^2$$

$$\sigma_e = \text{Eisenspannung in kg/cm}^2$$

¹⁾ Siehe Dr. P. Lardy: «Eigenspannungen und vorgespannter Beton», SBZ Bd. 121, S. 51* (30. Januar 1943).

Dr. P. Lardy: «Allgemeine Dimensionierung und Spannungsberechnung vorgespannter Eisenbetonträger», SBZ Bd. 121, S. 239* (15. Mai 1943).

Der Plastizitätsfaktor k ist bei der Berechnung der Vorspannungen schon berücksichtigt.

β) Für den Füllbeton:

F'_b = Betonfläche in cm^2

J'_b = Trägheitsmoment der Betonfläche in cm^4 , bezogen wie oben

E'_b = Elastizitätsmodul des Betons in kg/cm^2 (Druckzone)

E'_z = Elastizitätsmodul des Betons in kg/cm^2 (Zugzone)

ϵ'_s = Spezifisches Schwindmass

σ'_b = Betonspannung in kg/cm^2

Ferner ist:

$$\frac{E_e}{E_b} = n_1 \quad \frac{E_b}{E'_b} = n_2 \quad \frac{E_e}{E'_b} = n_1 \cdot n_2$$

Die Berechnung der Schwindspannungen (sowie auch der Vorspannungen) erfolgt nach der allgemeinen Eigenspannungsgleichung, siehe Literaturangabe in Fussnote¹⁾.

$$\frac{\sigma}{E} + \epsilon = \frac{N}{(EF)} + z \cdot \frac{M}{(EJ)} \quad \dots \quad (1)$$

Darin bedeuten:

σ = Spannungen in der Faser z , wo die Ordinate z auf die ideale Schweraxe bezogen ist ($\int E z dF = 0$); (Druckspannungen > 0 , Zugspannungen < 0)

ϵ = Spezifisches Schwindmass der Faser z (> 0 bei Verkürzung)

$N = \int \epsilon \cdot E dF = \sum \epsilon_i E_i F_i$ = Fiktive Normalkraft

$M = \int \epsilon \cdot E z dF = \sum \epsilon_i E_i z_i F_i$ = Moment von N bzgl. der

Schweraxe durch S_{id}

$$(EF) = \int E dF = \sum E_i F_i$$

$$(EJ) = \int E z^2 dF = \sum E_i J_i$$

Gleichung (1) erlaubt, sämtliche Fälle übersichtlich zu behandeln. Zur Kontrolle dienen die beiden Gleichgewichtsbedingungen $\int \sigma dF = 0$ und $\int \sigma z dF = 0$

Bevor wir den allgemeinen Biegungsfall behandeln, betrachten wir den einfacheren «zentrischen» Fall. Er ist konstruktiv bedeutungslos, dient hier jedoch lediglich zur Illustrierung der Berechnung und zur Einführung in den komplizierteren allgemeinen Biegungsfall.

A. Der zentrische Fall

Gegeben sei ein freiaufliegender Träger mit Querschnitt nach Abb. 2. Das Vorspannelement sei «zentrisch» vorgespannt und der Füllbeton sei zugfähig.

1. Bauzustand

Es ist: $\sigma'_b = 0$; σ_b und σ_e sind aus der vorgängigen Berechnung des Vorspannelementes berechnet und bekannt.

2. Schwindzustand

Der Füllbeton schwindet mit $\epsilon'_s \neq 0$, das Vorspannelement schwindet nicht, $\epsilon_s = 0$. In unserem Falle ist $N = \epsilon'_s E'_b F'_b$, $M = 0$ (weil zentrisch) und $(EF) = E'_b F'_b + E_b F_b + E_e F_e$. Aus Gleichung (1) folgen die Spannungen:

$$\frac{\sigma}{E} + \epsilon = \frac{\epsilon'_s E'_b F'_b}{(EF)} \quad \dots \quad (2)$$

Spannungen im Füllbeton:

Hier ist $E = E'_b$, $\epsilon = \epsilon'_s \neq 0$ und $\sigma = \sigma'_b$. Aus (2) folgt:

$$\frac{\sigma'_b}{E'_b} + \epsilon'_s = \frac{\epsilon'_s E'_b F'_b}{E'_b F'_b + E_b F_b + E_e F_e}$$

und nach einigen Umformungen, mit

$$\lambda = \frac{F'_b}{n_2 (F_b + n_1 F_e)}$$

folgt:

$$\sigma'_b = -\epsilon'_s E'_b \frac{1}{1 + \lambda} \quad (\text{Zugspannung}) \quad (3)$$

Falls $F_b = F_e = 0$ («freies» oder unbehindertes Schwinden) wird $\lambda = \infty$ und $\sigma'_b = 0$, wie bekannt.

Spannungen im Vorspannelement:

Hier ist $E = E_b$ für die Berechnung von σ_b , $E = E_e$ für diejenige von σ_e und $\epsilon = 0$ für beide.

Aus (2) folgt:

$$\sigma_b = \epsilon'_s E_b \frac{\lambda}{1 + \lambda} \quad (4)$$

$$\sigma_e = \epsilon'_s E_e \frac{\lambda}{1 + \lambda} \quad (\text{Druckspannungen}) \quad (5)$$

Zur Kontrolle können die Gleichungen (4) und (5) analog der Gleichung (3) anhand von Spezialfällen diskutiert werden.

Aus dieser Berechnung folgt, dass im zentrischen Fall die Vorspannungen durch das Schwinden nicht abgebaut, sondern im Gegenteil erhöht werden; dafür bekommt der Füllbeton Zugspannungen. Die Kontrolle mit $\int \sigma \cdot dF = \sigma'_b F'_b + \sigma_b F_b + \sigma_e F_e = 0$ ist hier, wie man sich leicht überzeugt, erfüllt.

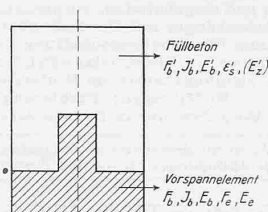


Abb. 1

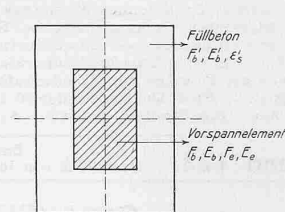


Abb. 2

3. Belastungszustand

Die Belastung sei hier eine äussere Zugkraft Z . Mittels der Gleichgewichtsbedingung $\sigma'_b F'_b + \sigma_b F_b + \sigma_e F_e = Z$ und der Elastizitätsbedingungen, die aussagen, dass sämtliche Verlängerungen in F'_b , F_b und F_e gleich sein müssen, können die Spannungen berechnet werden. Einfacher ist die Anwendung der Spannungsformel (1) auch für äussere Belastungen, wenn darin $\epsilon = 0$ und N sowie M keine fiktiven, sondern die gegebenen äusseren Kräfte sind. Hier ist $N = Z$ und $M = 0$; es folgt aus (1):

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{N}{(EF)} = \frac{Z}{(EF)} \quad \dots \quad (6)$$

und die entsprechenden Spannungen:

$$\sigma'_b = \frac{E'_b Z}{(EF)}, \quad \sigma_b = \frac{E_b Z}{(EF)}, \quad \sigma_e = \frac{E_e Z}{(EF)} \quad \dots \quad (7)$$

Die Superposition der drei Spannungszustände führt zum Endergebnis.

B. Der allgemeine Biegungsfall

Wir gehen aus vom Querschnitt nach Abb. 3.

1. Bauzustand

Es ist $\sigma'_b = 0$ und σ_b und σ_e sind berechnete, bekannte Werte (im Speziellen auch die Randspannungen σ_0 und σ_u des Vorspannelementes).

2. Schwindzustand

Die Berechnung erfolgt auf Grund der Gleichung (1), wo jetzt $M \neq 0$ ist. Zuerst muss die Lage x des Schwerpunktes S_{id} des gesamten ideellen Querschnittes bestimmt werden nach der Gleichung:

$$\int E z dF = E'_b F'_b z'_s + E_b F_b z_s + E_e \sum F_{ei} z_{ei} = 0 \quad (8)$$

In Abb. 3 sind die Schwerpunkte S'_b und S_b der Betonflächen F'_b und F_b eingezeichnet; ferner bestehen die Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} z'_s &= x - l' \\ z_s &= x - l \\ z_{ei} &= x - h_i \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (9)$$

die, in Gleichung (8) eingeführt, eine lineare Gleichung für x ergeben, womit S_{id} bestimmt und die entsprechende Bezugsaxe für z , J_b , J'_b und M bekannt ist.

In Gleichung (1) sind folgende Grössen einzusetzen:

$$\left. \begin{aligned} N &= \epsilon'_s E'_b F'_b & M &= \epsilon'_s E'_b F'_b z'_s \\ (EF) &= E'_b F'_b + E_b F_b + E_e F_e \\ (EJ) &= E'_b J'_b + E_b J_b + E_e J_e \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (10)$$

(F_e und J_e bzgl. aller Eisenquerschnitte).

Die Spannungen können jetzt berechnet werden.

Spannungen im Füllbeton:

Es ist $z = z'_b$, $\sigma = \sigma'_b$, $\epsilon = \epsilon'_s \neq 0$, $E = E'_b$; damit folgt:

$$\frac{\sigma'_b}{E'_b} + \epsilon'_s = \frac{\epsilon'_s E'_b F'_b}{(EF)} + z'_b \frac{\epsilon'_s E'_b F'_b z'_s}{(EJ)} \quad \dots \quad (11)$$

wo z'_b das ganze Gebiet von F'_b durchläuft.

Spannungen im Vorspannelement:

Hier ist: $\sigma = \sigma_b$, $z = z_b$ und $E = E_b$ für den Beton

$\sigma = \sigma_{ei}$, $z = z_{ei}$ und $E = E_e$ für die Eisen

$\epsilon = 0$ für Beton und Eisen

Es folgt dann:

$$\frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{\epsilon'_s E'_b F'_b}{(EF)} + z_b \frac{\epsilon'_s E'_b F'_b z'_s}{(EJ)} \quad \dots \quad (12)$$

$$\frac{\sigma_{ei}}{E_e} = \frac{\epsilon'_s E'_b F'_b}{(EF)} + z_{ei} \frac{\epsilon'_s E'_b F'_b z'_s}{(EJ)} \quad \dots \quad (13)$$

Für die Formeln (11) bis (13) können explizite Ausdrücke gewonnen werden, worauf wir hier verzichten. Wir verweisen auf die Kontrolle der Berechnung mittels der erwähnten beiden Gleichgewichtsbedingungen, in denen die Ausdrücke (11) bis (13) eingesetzt werden.

Ähnlich wie im zentrischen Fall wird hier durch das Schwinden das Vorspannelement im wesentlichen auf Druck beansprucht, also günstig beeinflusst. Nur liegen die Verhältnisse hier komplizierter, da die durch das Schwinden «induzier-

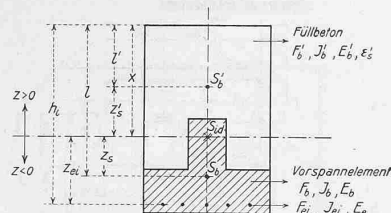


Abb. 3

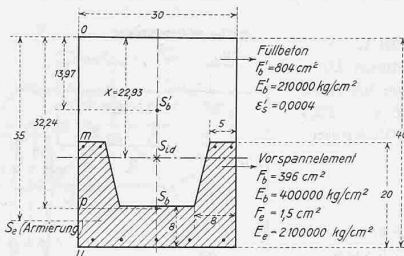


Abb. 4

ten» Spannungen nicht konstant, sondern linear verteilt sind und, je nach Form und Grösse der beiden Querschnitte F_b und F'_b , im untersten Teil des Vorspannelementes Zugspannungen auftreten können. Dadurch geht ein Teil der Vorspannung gerade in derjenigen Zone des Vorspannelementes verloren, wo die Vorspannung am notwendigsten ist. Darauf muss besonders Rücksicht genommen werden, auch wenn i. A. diese Schwindspannungen klein sind. Es kann aber auch vorkommen, dass infolge Schwinden nur Druckspannungen auftreten, was dann für die Verbundkonstruktion eindeutig günstig ist.

3. Belastungszustand durch ein Biegemoment

Wie schon angedeutet, erfolgt die Spannungsberechnung nach der Gleichung (1), wo $\varepsilon = 0$ gesetzt wird und N und M nicht mehr fiktive, sondern die äusseren Kräfte bedeuten. Im Falle der reinen Biegung, wie er hier vorausgesetzt werden soll, ist auch $N = 0$, sodass die Gleichung (1) übergeht in

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{M_0}{(EJ)} \quad (14)$$

wo M_0 das gegebene äussere Biegemoment ist.

Eine Komplikation entsteht dadurch, dass im Füllbeton infolge des Biegemomentes Zugspannungen auftreten; für dieses Gebiet des Füllbetons ist der Elastizitätsmodul mit $E'_z \neq E_b$ bezeichnet (in praktischen Fällen aus Sicherheitsgründen meist $E'_z = 0$). Damit ändert sich aber der Schwerpunkt des ideellen Querschnittes. Wir spalten die Fläche F'_b des Füllbetons in zwei Teilflächen: F'_{b1} mit E'_b oberhalb und F'_{b2} mit E'_z unterhalb der Nulllinie durch S_{id} . Sinngemäss bedeuten dann z'_{s1} und z'_{s2} die Abstände der Schwerpunkte S'_{b1} und S'_{b2} der beiden Teilflächen von der Nulllinie. Führt man entsprechend den früheren Betrachtungen die Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} z'_{s1} &= x - l'_1 \\ z'_{s2} &= x - l'_2 \\ z_s &= x - l \\ z_{ei} &= x - h_i \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

in die Gleichung $\int E z dF = 0$ für S_{id} ein, so entsteht wieder eine Beziehung für x , womit die Nulllinie bestimmt ist. Die Berechnung gestaltet sich umständlicher, weil hier F'_{b1} , F'_{b2} , l'_1 und l'_2 auch Funktionen von x sind. In nicht ganz einfachen Fällen löst man die Gleichung für x am einfachsten durch direktes Probieren.

Der Ausdruck (EJ) hat sich ebenfalls geändert und wird jetzt:

$$(EJ) = E'_b J'_{b1} + E'_z J'_{b2} + E_b J_b + E_e J_e \quad (16)$$

wo J'_{b1} und J'_{b2} entsprechend zu F'_{b1} und F'_{b2} gehören und auf die Nulllinie bezogen sind. Aus Gleichung (14) entspringen die Spannungen für die verschiedenen Zonen, falls die entsprechenden Werte für z und E eingesetzt werden.

Füllbeton oberhalb der Nulllinie:

$$\sigma'_{b1} = E'_b z'_{b1} \frac{M_0}{(EJ)} \quad (z'_{b1} \text{ in } F'_{b1})$$

Füllbeton unterhalb der Nulllinie:

$$\sigma'_{b2} = E'_z z'_{b2} \frac{M_0}{(EJ)} \quad (z'_{b2} \text{ in } F'_{b2})$$

Vorspannelement:

$$\text{Für den Beton ist } \sigma_b = E_b z_b \frac{M_0}{(EJ)} \quad (z_b \text{ in } F_b)$$

$$\text{Für die Eisen } \sigma_{ei} = E_e z_{ei} \frac{M_0}{(EJ)} \quad (z_{ei} \text{ bzgl. } F_{ei})$$

(17)

Der endgültige Spannungszustand entsteht aus der Superposition der drei betrachteten Zustände infolge Vorspannung, Schwinden und äusserer Belastung.

Die numerische Berechnung ist einfacher, als es aus den abgeleiteten Formeln den Anschein haben könnte. Die Anwendung der Spannungsgleichung (1) ist übersichtlich und ermöglicht die Behandlung sowohl der Eigenspannungen (Vorspannung und Schwinden) wie auch der allgemeinen Biegelehre für inhomogene Querschnitte. Auch erhöhen die zahlreichen Kon-

trollen mittels der Gleichgewichtsbedingungen die Sicherheit der Berechnungen.

Es können in vielen Fällen vereinfachende Annahmen getroffen werden. So kann meistens bei der Berechnung von S_{id} der Eisenquerschnitt $\sum F_{ei}$ vernachlässigt werden. Bei

der Berechnung der Trägheitsmomente dürfen beispielsweise Trapeze in flächengleiche Rechtecke verwandelt werden. Auch kann die Tatsache benützt werden, dass in vielen Fällen die ideellen Schwerpunkte der verschiedenen Spannungszustände nahe beieinander liegen, sodass aus dem ersten die Lage des zweiten leicht geschätzt werden kann. Andere Vereinfachungen ergeben sich von Fall zu Fall.

C. Numerisches Beispiel

Wir gehen aus vom Querschnitt in Abb. 4.

Die Daten sind:

$$\text{Füllbeton: } F'_b = 804 \text{ cm}^2, E'_b = 210\,000 \text{ kg/cm}^2, E'_z = 0$$

$$\varepsilon'_s = 0,0004$$

$$\text{Vorspannelement: } F_b = 396 \text{ cm}^2, E_b = 400\,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_e = 1,5 \text{ cm}^2, E_e = 2\,100\,000 \text{ kg/cm}^2$$

Die Lage der Schwerpunkte S_b und S'_b ist in Abb. 4 angegeben.

1. Bauzustand

Füllbeton: $\sigma'_b = 0$

Vorspannelement: Dieser sei so vorgespannt und dimensioniert, dass die Randspannungen die Werte $\sigma_u = 160 \text{ kg/cm}^2$ und $\sigma_m = 10 \text{ kg/cm}^2$ haben.

2. Schwindzustand

S_{id} wird bestimmt nach der Gleichung

$$E'_b F'_{b1} z'_{s1} + E'_z F'_{b2} z'_{s2} + E_b F_b z_s + E_e F_e z_{ei} = 0$$

mit den Beziehungen der Abb. 4.

$$z'_{s1} = x - 13,97 \text{ cm}$$

$$z'_{s2} = x - 32,24 \text{ cm}$$

$$z_s = x - 35 \text{ cm}$$

$$x = 22,93 \text{ cm} \quad (S_{id})$$

Es folgt

Ferner wird:

$$(EF) = E'_b F'_{b1} + E'_z F'_{b2} + E_b F_b + E_e F_e = 3,304 \cdot 10^8 \text{ kg}$$

$$(EJ) = E'_b J'_{b1} + E'_z J'_{b2} + E_b J_b + E_e J_e = 4,50 \cdot 10^{10} \text{ kgcm}^2$$

(alle J bezogen auf die Horizontale durch S_{id})

Die fiktiven Kräfte sind, mit den gegebenen Grössen

$$N = \varepsilon'_s E'_b F'_b = 6,75 \cdot 10^4 \text{ kg}$$

$$M = \varepsilon'_s E'_b F'_b z'_s = 6,05 \cdot 10^5 \text{ cmkg}$$

Schwindspannungen:

Im Füllbeton: In Gleichung (1) ist $E = E'_b = 210\,000 \text{ kg/cm}^2$

und $\varepsilon = \varepsilon'_s = 0,0004$ zu setzen. Dann folgt, mit $\sigma_b = \sigma'_b$ und $z = z'_b$:

$$\frac{\sigma'_b}{210\,000} + 0,0004 = \frac{6,75 \cdot 10^4}{3,304 \cdot 10^8} + z'_b \frac{6,05 \cdot 10^5}{4,50 \cdot 10^{10}}$$

oder

$$\sigma'_b = -41,1 + 2,82 z'_b \quad (\text{in kg/cm}^2)$$

Obere Randspannung: $z'_b = z'_0 = 22,93 \text{ cm}$ und $\sigma'_0 = 23,5 \text{ kg/cm}^2$

Spannung im Punkte m :

$$z'_b = z'_m = 2,93 \text{ cm} \text{ und } \sigma'_m = -32,8 \text{ kg/cm}^2$$

Spannung im Punkte p :

$$z'_b = z'_p = -9,07 \text{ cm} \text{ und } \sigma'_p = -66,7 \text{ kg/cm}^2$$

Im Vorspannelement:

Hier ist in Gl. (1) $E = E_b = 400\,000 \text{ kg/cm}^2$ und $\varepsilon = 0$ zu setzen. Dann wird:

$$\frac{\sigma_b}{400\,000} = \frac{6,75 \cdot 10^4}{3,304 \cdot 10^8} + z_b \frac{6,05 \cdot 10^5}{4,50 \cdot 10^{10}}$$

oder

$$\sigma_b = 81,6 + 5,37 z_b$$

Spannung im Punkte m : $\sigma_m = 97,4 \text{ kg/cm}^2$

Spannung im Punkte p : $\sigma_p = 32,9 \text{ kg/cm}^2$

Untere Randspannung: $z_u = -17,07 \text{ cm}$ und $\sigma_u = -10 \text{ kg/cm}^2$

Spannung im Eisen: Hier ist $E = E_e = 2\,100\,000 \text{ kg/cm}^2$, $\varepsilon = 0$ und $z_e = -12,07 \text{ cm}$. Es folgt:

$$\sigma_e = 90 \text{ kg/cm}^2$$

Die Kontrolle mit den Gleichgewichtsbedingungen bestätigen obige Rechnungen.

3. Aeussere Biegung

Gegeben sei das Biegemoment $M_0 = 8,75 \text{ m/t}$. Wir wählen $E'_z = 0$. Zuerst wird die Lage von S_d durch Probieren bestimmt, unter der Annahme, dass beide ideellen Schwerpunkte nahe beieinander liegen. Man findet $x = 22,4 \text{ cm}$. (EJ) für die Nulllinie wird $(EJ) = 4,4 \cdot 10^{10} \text{ kgcm}^2$. Die Spannungsformel lautet

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{M_0}{(EJ)}$$

Füllbeton: $E = E'_b = 210000 \text{ kg/cm}^2$ für die Druckzone.

Obere Randspannung: $\sigma'_0 = 22,4 \text{ cm}$ und $\sigma'_0 = 93,5 \text{ kg/cm}^2$

Spannung im Punkte m : $\sigma'_m = 2,4 \text{ cm}$ und $\sigma'_m = 10,0 \text{ kg/cm}^2$

Für die Zugzone ist $E = E'_z = 0$ und $\sigma'_b = 0$

Vorspannelement: $E = E_b = 400000 \text{ kg/cm}^2$

Spannung im Punkte m : $\sigma_m = 19,1 \text{ kg/cm}^2$

Spannung im Punkte p : $\sigma_p = -76,3 \text{ kg/cm}^2$

Untere Randspannung: $\sigma_u = -140 \text{ kg/cm}^2$

Eisenspannung: $E = E_e = 2100000 \text{ kg/cm}^2$

und $\sigma_e = -526 \text{ kg/cm}^2$

Die Superposition liefert das Endergebnis:

Füllbeton:

Obere Randspannung: $\sigma'_0 = 23,5 + 93,5 = 117 \text{ kg/cm}^2$

Spannung im Punkte m : $\sigma'_m = -32,8 + 10 = -22,8 \text{ kg/cm}^2$

Vorspannelement:

Spannung im Punkte m : $\sigma_m = 10 + 97,4 + 19,1 = 126,5 \text{ kg/cm}^2$

Untere Randspannung: $\sigma_u = 160 - 10 - 140 = 10 \text{ kg/cm}^2$

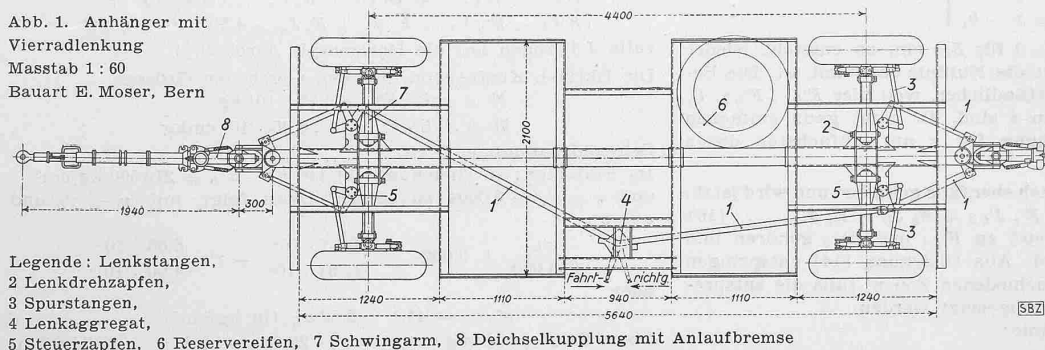
In der Praxis können die Spannungsberechnungen in den Zwischenpunkten wegfallen, da nur die Randspannungen, vor allem σ_u , für die Beurteilung der Konstruktion wichtig sind.

Personenanhänger mit Vierradlenkung für Postautokurse

Die PTT hat zu Versuchszwecken einige vierrädrige Beiwagen an verschiedene Bauanstalten¹⁾ in Auftrag gegeben, für die die Vierradlenkung und die Verwendungsmöglichkeit im Zweirichtungsbetrieb gefordert wurden. Abb. 1 zeigt die von E. Moser, mechanische Werkstätte, Bern, entwickelte Bauart im Grundriss, Abb. 2 im Schnitt und Abb. 3 in der Draufsicht.

¹⁾ Vgl. den Anhänger für den Berner Trolleybus auf S. 58* ffd. Bds., von dessen Bauart auch die PTT Exemplare im Versuchsbetrieb haben.

Abb. 1. Anhänger mit Vierradlenkung
Masstab 1:60
Bauart E. Moser, Bern



Legende: Lenkstangen,

2 Lenkdrehzapfen,

3 Spurstangen,

4 Lenkaggregat,

5 Steuerzapfen, 6 Reservereifen, 7 Schwingarm, 8 Deichselkupplung mit Anlaufbremse

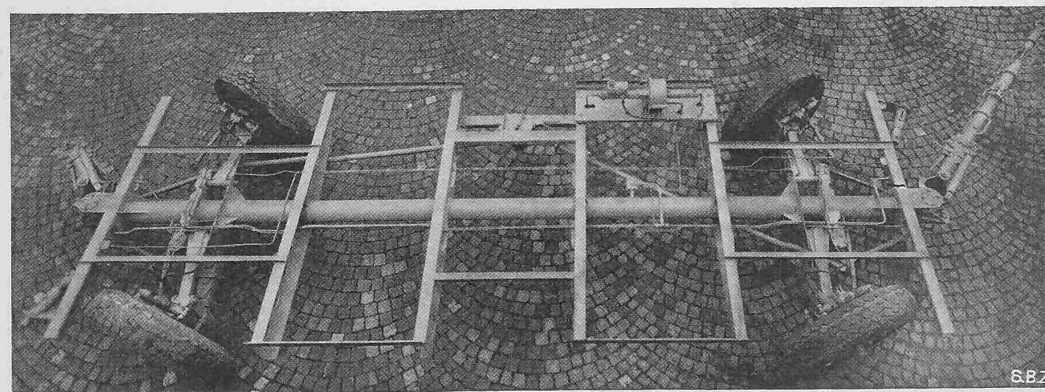


Abb. 3. Draufsicht auf das Gestell des Autoanhängers mit Vierradlenkung Bauart E. Moser, Bern

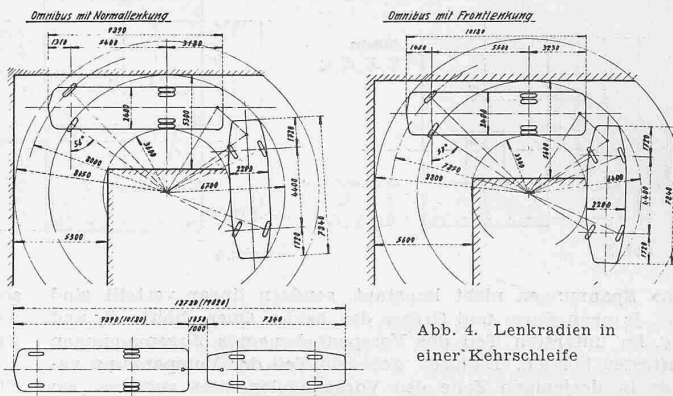


Abb. 4. Lenkradien in einer Kehrmaschine

Die Hauptdaten des Anhänger-Fahrzeuges sind:

Eigengewicht	3900 kg	Länge	7840 mm
Nutzlast	4500 kg	Breite	2250 mm
Chassisgewicht	1800 kg	Höhe	2700 mm
Sitzplätze	28	Bodenhöhe	700 mm
Stehplätze	32	Radstand	4,4 m
		Reifen	9,75 x 20 einfach

Ein gezogenes Stahlrohr von 160 mm Durchmesser dient als Hauptträger und Druckluftbehälter für die Türschliessvorrichtungen, sowie für die Bremse. Die Kastenaufbauten stützen sich über sechs aus Blech gebogene und durch Ausschnitte erleichterte Querträger auf das Zentralrohrchassis. Gleichzeitig dienen diese Träger zur Abstützung der in Fahrzeugmitte gelegenen Einstiegstufen und zur Aufnahme der Ersatzreifen. Die vier (+GF+) Trilexträder sind je paarweise an einer kräftigen Blattfeder angelenkt und werden durch oben liegende Lenker so geführt, dass innerhalb des Federspiels keine Veränderung der Spurweite, wohl aber eine kleine Aenderung im Sturz der Räder eintritt. Als Kupplung zwischen Anhänger und Kraftwagen dient eine Deichsel, die einerseits die übliche Oese aufweist, andererseits mit einer konischen Zentrierung in den Lenkkopf des Anhängers eingepasst wird und durch ein zweifaches Spansschloss festgehalten wird. Diese Deichsel enthält eine regelbare Oeldämpfungseinrichtung, die erst nach erschöpftem Spiel auf die Oelbremse des Anhängers einwirkt. Nebst dieser regelbaren und automatischen Bremse sind an beiden Wagenenden von Hand bedienbare Oelbremsen und eine durchgehende Druckluft-Oelbremse vorhanden. Die letzte gibt dem Drucköl Zutritt zu den Bremskolben, sobald die Luft aus der Hauptleitung entweicht, also z. B. bei der Trennung des Zuges. Die beiden Lenkköpfe sind in nachstellbaren konischen Rollenlagern gelagert. Zwei Lenkstangen mit normalen Faudi-Gelenken und zwischengebauten Uebersetzungen steuern jedes einzelne Rad in Abhängigkeit des Deichselausschlages genau in die radiale Lage ein. Zwischen das Steuergerüst der Vorder- und Hinterachse ist ein je nach Fahrtrichtung umzustellendes Lenkaggregat eingebaut. Dieses sorgt dafür, dass bei kleinen Ausschlägen der Deichsel die Räder der hintere