

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 121/122 (1943)
Heft: 4

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.02.2026

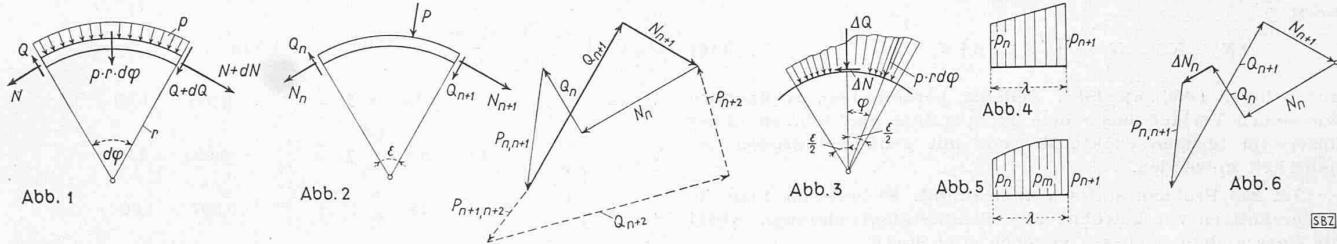
ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Graphische Statik der Formänderungsprobleme. — Bestimmung des Bremsgewichtes der mit Druckluftbremse ausgerüsteten Eisenbahnfahrzeuge. — Ein Hallenbau aus Eisenbeton-Elementen. — Wettbewerb kathol. Kirche St. Gallen-Ost. — Mitteilungen: Akustischer Landehöhenmesser für Flugzeuge. Persönliches. Ein Baugrundarchiv

für Zürich. Das «Gleis» statt Geleise. — Wettbewerbe: Erweiterungsbau des Zürcher Kunsthause. Ortsgestaltungsplan der Gemeinde Rüschlikon. Neugestaltung der Munotzinne Schaffhausen. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine.

Band 122 Der S.I.A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet

Nr. 4



Graphische Statik der Formänderungsprobleme

Von Dipl. Ing. E. AMSTUTZ, Eisenbaugesellschaft Zürich

Die klassische Statik setzt bekanntlich die Formänderungen der Tragwerke als so klein voraus, dass sie bei der Bestimmung der Schnittkräfte vernachlässigt werden können. Bei der heutigen Tendenz, die Tragwerke leicht und damit biegsam zu gestalten, wird es sich aus Sicherheitsgründen als unbedingt notwendig erweisen bei gedrückten Bauteilen den Einfluss der Formänderungen zu berücksichtigen.

Das Biegemoment M eines unter der Druckkraft S stehenden Stabes¹⁾ mit der Biegesteifigkeit EJ und der Querbelastung p ist gegeben durch

$$M'' + \frac{M}{r^2} = -p \quad \text{mit} \quad r = \sqrt{\frac{EJ}{S}} \quad \dots \quad (1)$$

Die Lösung der Differentialgleichung (1) führt auf Kreisfunktionen. Für die praktische Anwendung ist die mathematische Behandlung jedoch zu umständlich, da im Allgemeinen Unstetigkeiten in der Belastung p oder dem «Steifigkeitsradius» r vorkommen und die Belastung p beliebig veränderlich sein kann. Bei der Lösung kommt uns nun der glückliche Umstand zu statthen, dass wir ein Problem, das einer entsprechenden Differentialgleichung gehorcht, mit dem elementarsten baustatischen Mittel, nämlich dem Kräftepolygon, beherrschen. Ich denke an die Ermittlung der Schnittkräfte in einem ringförmigen Träger, der radial belastet ist.

Um zur Differentialgleichung dieses Problems zu gelangen, stellen wir die Gleichgewichtsbedingungen an einem kleinen Element mit dem Zentriwinkel $d\varphi$ auf. Als äußere Belastung wirkt die Radialbelastung p , die die Elementresultierende $p dx = p r d\varphi$ ergibt. Die Schnittkräfte bestehen aus den Normalkräften N und den Querkräften Q , ferner tritt ein Biegemoment hinzu, das aber für unsere Zwecke ausser Betracht fällt.

Nach Abb. 1 leiten wir folgende Komponentengleichungen ab:

$$\text{tangential} \quad dN - Q d\varphi = 0 \quad \text{also} \quad Q = \frac{dN}{d\varphi} \quad \dots \quad (2)$$

$$\text{radial} \quad N d\varphi + dQ + p r d\varphi = 0 \quad \dots \quad (3)$$

Die Elimination von Q liefert

$$N + \frac{d^2N}{d\varphi^2} = -pr \quad \dots \quad (4)$$

Um Gleichung (4) mit (1) vergleichen zu können, ersetzen wir den Zentriwinkel φ durch die Bogenabwicklung x , also

$$d\varphi = \frac{dx}{r} \quad \dots \quad (5)$$

$$\text{somit} \quad \frac{dN}{d\varphi} = \frac{dN}{dx} \frac{dx}{d\varphi} = r \frac{dN}{dx} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad \dots \quad (6)$$

$$\text{und} \quad \frac{d^2N}{d\varphi^2} = r \frac{d}{dx} \left(r \frac{dN}{dx} \right) \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad \dots \quad (6)$$

Gleichung (4) geht damit über in

$$\frac{N}{r} + \frac{d}{dx} \left(r \frac{dN}{dx} \right) = -p \quad \dots \quad (7)$$

und Gleichung (2) in

$$Q = r \frac{dN}{dx} \quad \dots \quad (8)$$

Im Falle $r = \text{konst}$. nimmt (7) die Form an

$$\frac{(rN)}{r^2} + (rN)'' = -p \quad \dots \quad (7')$$

¹⁾ Graphische Methode für gezogene Stäbe siehe: E. Amstutz: «Erweiterte Theorie des Seilpolygons zur Berechnung von Hängebrücken», Abhandlungen der Int. Ver. f. Brückenbau und Hochbau, Bd. 6.

$$\text{und (8)} \quad Q = \frac{d}{dx} (rN) \quad \dots \quad (8')$$

Stellen wir Formänderungsproblem (1) und Kreisringgleichnis (7') einander gegenüber, so erkennen wir: Das Biegungsproblem des gedrückten Stabes hat das Biegungsproblem des Kreisringes als Gleichnis. Dem Biegemoment M entspricht das Zentrumsmoment rN der Normalkraft N in Bezug auf das Ringzentrum, die Bedeutung von Querkraft und Belastung stimmen überein. Der Radius des Kreisringes ist gleich dem «Steifigkeitsradius» gegeben durch Formel (1).

Wir gehen nun dazu über, das Kreisringproblem graphisch zu behandeln. Wir teilen den Ring in eine Anzahl Segmente mit beliebigen Öffnungswinkeln ε ein und formulieren das Gleichgewicht eines Segmentes durch das sich schliessende Kräfte-Polygon seiner Schnittkräfte und äussern Belastungen (Abb. 2). P ist die Resultierende der auf das Segment entfallenden Belastung p .

Die Kräftepolygone aufeinanderfolgender Segmente reihen sich zu einem Kräfteplan aneinander wie in Abb. 2 durch das gestrichelte Polygon angedeutet. Auf diese Art lassen sich, ausgehend von bekannten Anfangswerten Q_0 und N_0 , alle nachfolgenden Werte schrittweise konstruieren. Ist einer der Anfangswerte, z. B. Q_0 , nicht bekannt, dafür aber ein Endwert Q_z oder N_z , so konstruiert man vorerst den Kräfteplan mit beliebigem Anfangswert Q_0 — z. B. $Q_0 = 0$ — und ermittelt zudem eine «Schlusslinie» mit $Q_0 = 1$, $M_0 = 0$ und bei fehlender Belastung p . Diese ist in solchem Maßstab zu superponieren, dass die Randbedingung am Trägerende — z. B. $M_z = 0$ — erfüllt ist.

Es bleibt uns noch die Aufgabe zu lösen, die Teilbelastung eines Ringsegmentes zur Resultierenden P zu summieren. Zweckmässig bestimmen wir die Komponenten von P parallel und senkrecht zur Winkelhalbierenden des Segmentes, die wir mit ΔN und ΔQ bezeichnen wollen. Nach Abb. 3 erhält man:

$$\Delta Q = \int p r \cos \varphi d\varphi \quad \dots \quad (9)$$

$$\Delta N = \int p r \sin \varphi d\varphi \quad \dots \quad (10)$$

Im Falle linearer Belastung p (Abb. 4) wird speziell:

$$\Delta Q = \lambda (p_n + p_{n+1}) \frac{\sin(\frac{\varepsilon}{2})}{\varepsilon} \cong \lambda \frac{p_n + p_{n+1}}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{24} \right) \quad (11)$$

$$\Delta N = \lambda (p_{n+1} - p_n) \left[\frac{\cos(\frac{\varepsilon}{2})}{\varepsilon} + 2 \frac{\sin(\frac{\varepsilon}{2})}{\varepsilon^2} \right] \cong \lambda (p_{n+1} - p_n) \frac{\varepsilon}{12} \quad (12)$$

Im Falle parabolischer Belastungsverteilung (Abb. 5) integriert man zweckmässigerweise mit Hilfe der Simpson'schen Flächenregel:

$$\Delta Q \cong \frac{\lambda}{6} \left(p_n \cos \frac{\varepsilon}{2} + 4 p_m + p_{n+1} \cos \frac{\varepsilon}{2} \right) \quad \dots \quad (13)$$

$$\Delta N \cong \frac{\lambda}{6} (p_{n+1} - p_n) \sin \frac{\varepsilon}{2} \cong \lambda (p_{n+1} - p_n) \frac{\varepsilon}{12} \quad (14)$$

Bis jetzt haben wir vorausgesetzt, dass der «Steifigkeitsradius» r , bzw. der Radius des Ersatzringes konstant sei. Diese Voraussetzung ist auch dann noch erfüllt, wenn sich r an einer