

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 121/122 (1943)
Heft: 20

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 29.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Allgemeine Dimensionierung und Spannungsberechnung vorgespannter Eisenbetonträger. — Start und Landung hochbelasteter Flugzeuge. — Wasserkirche und Helmhaus in Zürich. — Mitteilungen: Technische Hygiene. Photozellen-Reibungswaage. 2200 PSe-Dieselmotor

für Schleppboote. Die Verarbeitung von Steinkohlen und Braunkohlen-leichtölen. Tarnscheinwerfer und luftschuttsichere Arbeitsplatzbeleuchtung. Eidg. Technische Hochschule. — Nekrologe: Alfred Sachs. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Vortragskalender.

Band 121

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet

Nr. 20

Allgemeine Dimensionierung und Spannungsberechnung vorgespannter Eisenbetonträger

Von Ing. Dr. PIERRE LARDY, Zürich

In einem Aufsatz: «Eigenspannungen und vorgespannter Beton»¹⁾ hat der Verfasser eine allgemeine, vereinfachte Theorie der Eigenspannungen mit Hilfe fiktiver Kräfte und als wichtigste Anwendung davon die Berechnung der vorgespannten Eisenbetonbalken unter voller Berücksichtigung des Schwindens und der Plastizität des Betons erläutert. Wir wollen die dort gewonnenen Spannungsgleichungen für den praktischen Gebrauch etwas umformen und an einem Beispiel zeigen, wie einfach und übersichtlich die Spannungsberechnung damit wird. Sodann wird als Hauptproblem dieser Arbeit das Dimensionierungs- oder Bemessungsproblem von vorgespannten Eisenbetonträgern behandelt. Dazu gehen wir von der allgemeinen Spannungsgleichung für Eigenspannungen [siehe Fussnote 1)] sowie den Gleichgewichtsbedingungen aus und gelangen zu bemerkenswert einfachen Dimensionierungsformeln, die auch in komplizierten, praktisch vorkommenden Fällen eine rasche und genaue Dimensionierung erlauben und sich daher für die Praxis gut eignen dürften. Das Dimensionierungsproblem ist u. W. bis heute noch nicht gelöst worden²⁾; eine Lösung im Sinne der bisher üblichen Berechnungsweise würde an der verwinkelten und kaum zu bewältigenden Rechenarbeit scheitern.

Nach der Behandlung des allgemeinen Dimensionierungs-Problems, das durch ein Beispiel illustriert wird, führen wir noch einige Spezialfälle an.

I. Die Spannungsberechnung

Bezeichnet in einem symmetrischen Querschnitt z die Ordinate, gemessen von der ideellen Schweraxe aus ($\int E z dF = 0$), $\varepsilon(z)$ das Schwindmass, $E(z)$ den Elastizitätsmodul (beide mit z variierend) und σ die Eigenspannung in der Faser z , so folgt aus den Gleichgewichtsbedingungen

$$\int \sigma dF = 0 \quad (1) \quad \text{und} \quad \int \sigma z dF = 0 \quad (2)$$

sowie aus der Navier-Bernoulli'schen Hypothese des Ebenbleibens der Querschnitte folgende Spannungsgleichung:

$$\frac{\sigma}{E} + \varepsilon = \frac{N}{(EF)} + z \frac{M}{(EJ)} \quad (I)$$

Darin ist N eine fiktive Normalkraft: $N = \int \varepsilon E dF = \sum \varepsilon_i E_i F_i$, M das Moment von N bezogen auf die ideelle Schweraxe: $M = \int \varepsilon E z dF = \sum \varepsilon_i E_i F_i z_i$; die Nennergrößen bedeuten: $(EF) = \int E dF = \sum E_i F_i$, $(EJ) = \int E z^2 dF = \sum E_i J_i$. Sämtliche Integrale erstrecken sich über den ganzen Querschnitt (Stadium 1).

$\frac{N}{(EF)} = \varepsilon_i$ ist die «spezifische» Axdehnung und $\frac{M ds}{(EJ)} = d\varphi$ die Winkeldrehung des Querschnittes. Mit Hilfe der Gl. (I) können beliebig komplizierte Verhältnisse einfach behandelt werden.

Für die Anwendung auf den vorgespannten Beton ist es zweckmässig, Gl. (I) etwas umzuformen. Das Schwindmass ε für die vorgespannten Eisen F_{ei} (es können mehrere Lagen mit verschiedenen Vorspannungen vorhanden sein) wird definiert als:

$$\varepsilon_{ei} = - \frac{\sigma_{ei}^v}{E_e} \quad (\sigma_{ei}^v < 0)$$

Unter Berücksichtigung des Schwindens im Beton ist $\varepsilon_b = \varepsilon_s$. Damit folgt für die fiktiven Kräfte:

$$N = \varepsilon_s E_b F_b - \sum_i \sigma_{ei}^v F_{ei}$$

$$M = \varepsilon_s E_b F_b z_s - \sum_i \sigma_{ei}^v F_{ei} z_{ei}$$

(z_s = Abstand von S_{id} und S_b , $z_s = -kn \sum \mu_i z_{ei}$).

Darin berücksichtigt das erste Glied das Schwinden, das zweite die Vorspannungen. Die Plastizität des Betons kommt im Verhältnis $\frac{E_e}{E_b} = kn$ zur Geltung (k = Plastizitätsfaktor). Werden obige Ausdrücke in Gl. (I) eingesetzt, so ergeben sich daraus

¹⁾ SBZ vom 30. Januar 1943, Bd. 121, S. 51*.

²⁾ E. Mörsch gibt im «Spannbetonträger» am Schlusse einige Kurven-Tafeln an, die jedoch nur für einen ganz bestimmten Querschnitt des Trägers mit bestimmten Armierungen gelten.

die Betonspannung σ_b in der Faser z_b und die Eisenspannung σ_{ei} in der Faser z_{ei} :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_b &= -\varepsilon_s E_b + \frac{N}{F_{id.}} + z_b \frac{M}{J_{id.}} \quad (3) \\ \sigma_{ei} &= \sigma_{ei}^v + kn \frac{N}{F_{id.}} + kn z_{ei} \frac{M}{J_{id.}} \quad (4) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Allgemeine} \\ \text{Gleichungen} \\ \text{des} \\ \text{Spannungs-} \\ \text{problems} \end{array}$$

$$\text{mit: } N = \varepsilon_s E_b F_b - \sum_i \sigma_{ei}^v F_{ei}$$

$$M = \varepsilon_s E_b F_b z_s - \sum_i \sigma_{ei}^v F_{ei} z_{ei}$$

$$F_{id.} = F_b + kn \sum_i F_{ei}$$

$$J_{id.} = J_b + kn \sum_i J_{ei}$$

z , $J_{id.}$ und M bzgl. der ideellen Schweraxe

$\sigma > 0$: Druck, $\sigma < 0$: Zug.

Mit diesen aus Gl. (I) entstandenen Gleichungen ist das Spannungsproblem des vorgespannten Betons gelöst. Zur Kontrolle der Berechnung muss Gl. (1) erfüllt sein:

$$\int \sigma_b dF_b + \sum_i \sigma_{ei} F_{ei} = 0$$

Beispiel:

Gegeben sei ein Rechteckquerschnitt 12×20 cm, mit den Armierungen und Vorspannungen:

$$F_{e1} = 5 \varnothing 6 = 1,414 \text{ cm}^2, \mu_1 = 0,590 \text{ ‰}, \sigma_{e1}^v = -14\,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_{e2} = 3 \varnothing 6 = 0,850 \text{ cm}^2, \mu_2 = 0,354 \text{ ‰}, \sigma_{e2}^v = -14\,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_{e3} = 3 \varnothing 4 = 0,377 \text{ cm}^2, \mu_3 = 0,157 \text{ ‰}, \sigma_{e3}^v = -6\,000 \text{ kg/cm}^2$$

Ferner wird angenommen: $E_e = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $kn = 20$, also $E_b = 1,05 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$. $\varepsilon_s = 0,0004$.

Aus Abb. 1 und aus dem Flächenmoment für S_b folgt:

$$(E_b F_b + E_e \sum F_{ei}) z_s = E_e \sum F_{ei} (h_i - 10)$$

$$\text{oder} \quad z_s = kn \frac{\sum F_{ei} (h_i - 10)}{F_{id.}} = 0,858 \text{ cm}$$

und daraus nach Definition:

$$F_{id.} = 292,8 \text{ cm}^2, \quad J_{id.} = 10\,500 \text{ cm}^4$$

Die fiktiven Kräfte sind:

$$N = N_s + N_e = 10\,080 + 33\,960 = 44\,040 \text{ kg}$$

$$M = M_s + M_e = -161\,960 \text{ cm kg}$$

Eingesetzt folgt:

$$\sigma_b = -42 + \frac{44\,040}{292,8} - z_b \frac{161\,960}{10\,500} = 108,5 - 15,42 z_b$$

und für die Randspannungen σ_u ($z_u = -9,142 \text{ cm}$) und σ_o ($z_o = +10,858 \text{ cm}$):

$$\sigma_u = +249,5 \text{ kg/cm}^2 \text{ Druck}, \quad \sigma_o = -58,8 \text{ kg/cm}^2 \text{ Zug.}$$

Die Eisenspannungen ergeben:

$$\sigma_{ei} = \sigma_{ei}^v + 20 \frac{44\,040}{292,8} - 20 \frac{161\,960}{10\,500} z_{ei} = \sigma_{ei}^v + 3010 - 308,4 z_{ei}$$

und daraus:

$$\sigma_{e1} = -8790 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_{e2} = -9713 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_{e3} = -5720 \text{ kg/cm}^2$$

Die Kontrolle bestätigt obiges Resultat:

$$\int \sigma_b dF_b + \sum_i \sigma_{ei} F_{ei} = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2} F_b + \sum_i \sigma_{ei} F_{ei} = 22\,870 \text{ kg} - 22\,860 \text{ kg} \approx 0$$

Es dürfte noch von Interesse sein, den Einfluss des Schwindens getrennt zu bestimmen. Dafür setzen wir $\varepsilon_s = 0$, d. h. wir bekommen den Zustand der «reinen» Vorspannung. Es wird:

$$N = 33\,960 \text{ kg}, \quad M = -170\,600 \text{ cm kg}$$

$$\sigma_b = 116 - 16,25 z_b \text{ und daraus: } \begin{cases} \sigma_u = 264,6 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_o = -60,3 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$$

$$\sigma_{ei} = \sigma_{ei}^v + 2320 - 325 z_{ei} \text{ und: } \begin{cases} \sigma_{e1} = -9\,360 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{e2} = -10\,334 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{e3} = -6\,560 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$$

Sämtliche Spannungen sind in diesem Falle grösser; ein Teil der Vorspannung geht durch das Schwinden verloren.

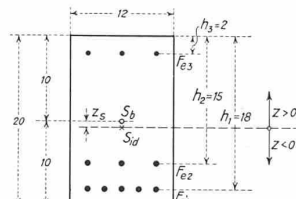


Abb. 1