Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 119/120 (1942)

Heft: 15

Inhaltsverzeichnis

Band 119

Nr. 15

Reglerschwingungen und schiefwinklige Vektor-Diagramme

Von Dipl. Ing. ALBERT LÜTHI, Zürich

Die rechnerische Behandlung von Reglerproblemen führt, wenn von Diskontinuitäten, wie Reibungen und toten Spielen, abgesehen wird und gegebenenfalls nur kleine Abweichungen von einem Gleichgewichts-, bzw. Bezugszustande untersucht werden, auf lineare homogene Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten. Es sei einleitend für einen einfachen Fall eine solche Gleichung hergeleitet. Gegeben sei eine in Abb. 1 schematisch dargestellte Turbine mit mittelbar wirkendem Drehzahlregler; T ist die Turbine, G der Generator.

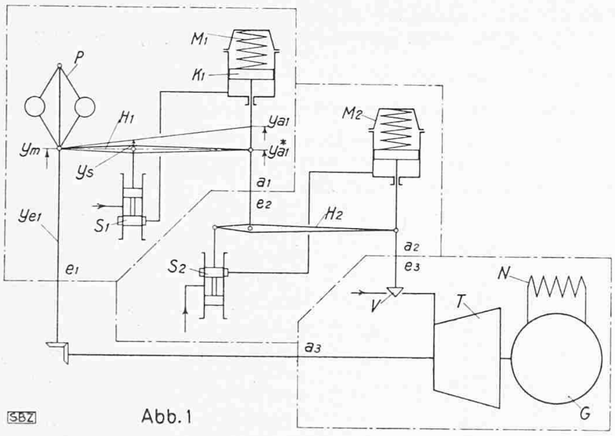

Abb. 1

Wir unterscheiden verschiedene «Glieder», die wir mit strichpunktierten Linien umsäumt haben. Deren erstes bestehe u. a. aus einem Drehzahlpendel P und einem Steuerschieber S_1, der den Oelfluss von und zu einem Servomotor M_1 beherrscht. Ein Rückführhebel H_1 sei an der Muffe des Pendels, am Steuerschieber und an der Stange des federbelasteten Servokolbens K_1 angelenkt. Das Pendel sei stabil, reibungs- und trägheitslos; dann entspricht innerhalb des Hubbereiches der Muffe jeder Drehzahl eine Muffenstellung. Können die Rückwirkungen des zweiten Gliedes im Vergleich zu den Stellkräften des Kolbens K_1 vernachlässigt werden, so entspricht jeder «festen» Muffenstellung eine «feste» Stellung des Servokolbens. Unter «fest» verstehen wir, dass die Muffe, bzw. der Kolben im Momente der Betrachtung und schon lange Zeit vorher bewegungslos waren. Bewegt sich die Muffe, so weicht der Steuerschieber von seiner Mittellage ab und der Kolben K_1 gerät in Bewegung. Wir sprechen dann von flüchtigen Stellungen und Hüben, die nur durch Momentanmessungen festgestellt werden können. Im folgenden seien y_{e1}, y_m, y_s, y_{a1} die flüchtigen kleinen Abweichungen der Pendeldrehzahl, des Muffen-, Schieber- bzw. Kolbenhubes, y_{e1}^*, y_m^*, y_{a1}^* dagegen die entsprechenden festen Abweichungen von einer festen Bezugsstellung. Aus Abb. 1 folgt dann, dass die Schieberabweichung y_s proportional $y_{a1} - y_{a1}^*$ ist. Ferner sei die Servokolbengeschwindigkeit $\dot y_{a1}$ proportional y_s. Dann folgt, wenn Z_1 eine positive Konstante ist:

$$-Z_1 \dot y_{a1} = y_{a1} - y_{a1}^*$$

Nun ist, da für feste Abweichungen der Steuerschieber in Mittellage steht und daher der Hebel H_1 beim Uebergang in eine andere Stellung um einen festen Punkt der Schieberaxe gedreht wird, y_{a1}^* proportional y_m^*. Ferner ist mit Rücksicht auf die das Pendel betreffenden Voraussetzungen und unter Annahme, dass die Rückwirkungen des Hebels H_1 auf die Pendelmuffe vernachlässigt werden können, $y_m^* = y_m =$ Konstante y_{e1}[1]). Hieraus folgt

$$c'_1\, y_{a1}^* = y_{e1}$$

wobei c'_1 eine negative Konstante ist. Aus den obigen zwei Gleichungen folgt schliesslich die Bewegungsgleichung des ersten Gliedes:

$$y_{e1} = c'_1\,(Z_1 \dot y_{a1} + y_{a1}) \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Hierin hat die Konstante Z_1 die Dimension einer Zeit, da andernfalls die rechtsseitige Klammer unhomogen wäre. Die reelle Konstante c'_1 nennen wir «feste» Uebersetzung, da für feste Abweichungen $\dot y_{a1}$ verschwindet und daher das «Hebelgesetz» $y_{e1}^* = c'_1\, y_{a1}^*$ gilt.

Uebergehend zum zweiten Gliede mit dem Steuerschieber S_2, dem Servomotor M_2 und dem Rückführhebel H_2 erkennt man die gleichen Gesetzmässigkeiten wie beim ersten Gliede. Wieder soll die Rückwirkung des dritten Gliedes, genauer, des Turbinen-Einlassventiles V, gegenüber der Stellkraft des Servomotors M_2 vernachlässigbar sein. Man erhält die Bewegungsgleichung:

$$y_{e2} = c'_2\,(Z_2 \dot y_{a2} + y_{a2}) \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Die Konstante c'_2 ist infolge der anderen Schieberanordnung diesmal positiv. Wir betrachten schliesslich das letzte Glied bestehend aus der Turbine T mit Einlassventil V, Generator G und Netz N. Der dem Turbinenrotor zugeführte Leistungsüberschuss ΔL_e sei proportional der flüchtigen Ventilhubabweichung y_{e3}. Das heisst es sei $\Delta L_e = k_e y_{e3}$. Der vom elektrischen Netze aufgenommene Leistungsüberschuss sei proportional der flüchtigen Drehzahlabweichung y_{a3}, d. h. es gelte $\Delta L_a = k_a y_{a3}$. Für die Beschleunigung $\dot y_{a3}$ des Rotors lässt sich dann schreiben:

$$Z_b\, \dot y_{a3} = \Delta L_e - \Delta L_a = k_e\, y_{e3} - k_a\, y_{a3} \quad \ldots \quad (3\text{v})$$

oder wenn wir setzen:

$$Z_b \frac{1}{k_a} = Z_3, \quad \text{und} \quad c'_3 = \frac{k_a}{k_e}$$

$$y_{e3} = c'_3\,(Z_3 \dot y_{a3} + y_{a3}) \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Hält man den Eingang der Glieder in der Bezugsstellung fest, wobei $y_{eg} = 0$ $(g = 1, 2, 3)$ zu setzen ist, so ist der Ausgang dennoch einer «Eigenbewegung» fähig, denn die verbleibende homogene Gleichung hat die Lösung:

$$y_{ag} = a\, e^{-\frac{z}{Z_g}}$$

wobei e die Basis der natürlichen Logarithmen ist. Z_g ist daher die Zeit, die verstreicht, bis eine Auslenkung y_{ag} auf den e-ten Teil abgeklungen ist. Wir nennen sie «Folgezeit», da sie darüber Auskunft gibt, wie rasch der Ausgang den Bewegungen des Einganges folgt. Für Z_1 und Z_2 sind die Ausdrücke Schluss- oder Stellzeit gebräuchlich. Nun seien Y_{eg} und Y_{ag} die Masse, die die Bezugsstellung festlegen. Teilen wir die Gleichungen 1, 2, 3 beidseitig durch Y_{eg} und klammern rechts Y_{ag} aus, so erhalten wir das Gleichungssystem:

$$x_{eg} = c_g\,(Z_g \dot x_{ag} + x_{ag}) \qquad g = 1, 2, 3 \quad \ldots \quad (4)$$

Hierin ist $c_g = c'_g\, Y_{ag}/Y_{eg}$ eine dimensionslose Konstante. Auch die Grössen $x_{eg} = y_{eg}/Y_{eg}$, $x_{ag} = y_{ag}/Y_{ag}$ sind dimensionslos. Wir nennen sie, wie üblich, «bezogene Abweichungen». Ergänzen wir die Gleichungen (3a) durch die Bedingungen $x_{a1} = x_{e2}$, $x_{a2} = x_{e3}$, $x_{a3} = x_{e1}$ und eliminieren die überzähligen Unbekannten, so erhalten wir die Regulier-Differentialgleichung dritter Ordnung mit:

$$a_0 x_{e1} + a_1 \dot x_{e1} + a_2 \ddot x_{e1} + a_3 \dddot x_{e1} = 0 \quad \ldots \quad (5)$$

$$a_0 = 1 - \frac{1}{c_1 c_2 c_3}$$

$$a_1 = Z_1 + Z_2 + Z_3$$

$$a_2 = Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3$$

$$a_3 = Z_1 Z_2 Z_3$$

wobei die Punkte Ableitungen nach der Zeit bedeuten. Man bemerkt sofort, dass die Koeffizienten dieser Gleichung symmetrische Funktionen der Konstanten der Glieder sind. Es ist daher für den zeitlichen Verlauf der Abweichungen gleichgültig, in welcher Reihenfolge die Glieder geschaltet werden, oder in welcher Reihenfolge drei gegebene Zeitgrössen als Folgezeiten oder drei dimensionslose Grössen als Konstante auf die Glieder verteilt werden.

Wir nennen eine Anordnung von Gliedern nach Abb. 1, wo ein Glied an das andere gereiht ist und schliesslich das letzte

[1]) Besteht zwischen y_{e1} und y_m keine lineare Beziehung, so ersetzen wir näherungsweise, wie üblich, die Kurve der Beziehung zwischen beiden Grössen durch deren Tangente im Bezugspunkte. Hiervon machen wir ständig Gebrauch ohne darauf zurückzukommen. Die Berechtigung hierzu schöpfen wir unter Beschränkung auf genügend kleine Abweichungen aus dem Reihenentwicklungssatze von Taylor.