Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 117/118 (1941)
Heft: 9

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Die Knicklast gegliederter Stäbe. — Verleihung der Watt-Medaille an Professor Stodola. — Aus der neuesten Entwicklung des Textilmaschinenbaues in der Schweiz. — L'Urbaniste. — Mitteilungen: Erfahrungen mit den Einschränkungen im Heizungsbetrieb im Winter 1940/41. Das Brücken-Freiluftmuseum St. Gallen. Photoelektrische Enthärtungskontrolle. Betriebserfahrungen mit einem Rippenrohrverdampfer. Vereisungsmelder für Flugzeuge. Kurvenausbildung nach Fahrspuren. Arbeitsbeschaffung für Ingenieure und Architekten. Feinmesstagung in Wien. 22. Schweiz. Comptoir in Lausanne. — Nekrologe: Charles Hoch. Alfred Vallette. Otto Casparis. — Literatur. — Vortrags-Kalender.

Band 118 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich Nr. 9
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet

Die Knicklast gegliederter Stäbe

Von Dipl. Ing. ERNST AMSTUTZ, Mitarbeiter von Prof. Dr. F. Stüssi, Zürich

Zur Knickstabilität gegliederter Stäbe, hauptsächlich der zweiteiligen Stäbe mit Vergitterung oder Laschenbindungen, hat sich seit ungefähr drei Jahrzehnten, nachdem das Problem durch einige Einstürze aktuell geworden war, eine umfangreiche Literatur angesammelt. Im folgenden soll auf möglichst kurze und leicht verständliche Art eine prägnante, allgemein für alle gegliederten Stäbe gültige Formel (15) abgeleitet werden, die es dem praktisch tätigen Statiker mit elementaren baustatischen Mitteln ermöglicht, jeden Sonderfall rasch und sicher zu lösen. Im Anschluss werden nebst Ableitung bereits bekannter Formeln einige Einflüsse näher untersucht, die bisher m. W. ausser acht gelassen wurden, obwohl sie die Knicklast bedeutend herabsetzen können.

1. Die allgemeinen Grundbeziehungen

Der ungünstige Einfluss der Unterteilung eines Stabes auf seine Knicklast beruht auf zusätzlichen, durch die Querkräfte verursachten Verformungen. Beim Vollstab bleiben diese Verformungen so klein, dass sie dort praktisch ohne Belang sind. Zur Ableitung der Grundformeln gehen wir am sichersten direkt von dieser Erkenntnis aus, indem wir in der Differentialgleichung der ausgebogenen Stabaxe diesen Einfluss berücksichtigen. (In der Literatur finden sich auch Ableitungen mit Hilfe von Energiebetrachtungen.)

Die elastische Durchbiegung η_M eines Balkens infolge von Momenten M ist bekanntlich gegeben durch

$$\eta''_M = -\frac{M}{B} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

worin $B = EJ$ die Biegesteifigkeit (Elastizitätsmodul $\times$ Trägheitsmoment) bedeutet (Abb. 1).

Die Querkräfte Q erzeugen Verzerrungen, die eine zusätzliche Neigung der elastischen Linie

$$\eta'_Q = \frac{Q}{S} = \frac{M'}{S} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

erzeugen (Abb. 2). S sei als Schubsteifigkeit bezeichnet; sie ist diejenige Querkraft, die bei unbeschränkter Proportionalität die Neigung $\eta'_Q = 1$ (45°) erzeugen würde. Aus (2) gewinnt man durch Differentiation

$$\eta''_Q = \frac{Q'}{S} = \frac{M''}{S} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wobei konstante Schubsteifigkeit vorausgesetzt wird, eine Annahme, die meist genau, sonst aber angenähert erfüllt sein wird. Die Gesamtverformung ist also gegeben durch

$$\eta'' = \eta''_M + \eta''_Q = -\frac{M}{B} + \frac{M''}{S} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Wir betrachten nun den Knickstab (Abb. 3). Bei Erreichen der Knicklast P_{kr} wird sich eine bei den üblichen Voraussetzungen (gerade Stabaxe, zentrische Belastung, homogenes Material) vorerst noch unendlich kleine Ausbiegung η einstellen. Durch die Verwölbung der Stabaxe hat der Stab die quer gerichteten Ablenkungskräfte

$$-h = +P_{kr}\eta'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

aufzunehmen (Abb. 4). Diese sind die Ursache der im Stabe wirkenden Biegemomente M:

$$-h = +M'' = +P_{kr}\eta'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Durch Einsetzen dieser Gleichgewichtsbedingung in die Verformungsbedingung (4) gewinnen wir die Differentialgleichung des Knickproblems:

$$\eta'' = \frac{M''}{P_{kr}} = -\frac{M}{B} + \frac{M''}{S}; \quad \underline{P_{kr}M + \left(1 - \frac{P_{kr}}{S}\right) B M'' = 0} \quad (7)$$

Für den Vollstab ($S = \infty$) ergibt dies speziell:

$$P_{0kr}M + B M'' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Lösungen dieser Gleichungen sind bekanntlich nur für ausgesuchte Werte von P_{0kr} möglich, wovon uns hier nur der niederste — die Euler'sche Knicklast — interessiert, die unter der Voraussetzung B = konst. bekanntlich folgenden Wert hat:

$$P_{0kr} = \frac{\pi^2 B}{l^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Der Vergleich von Gleichung (7) und (8) zeigt, dass für den gegliederten Stab eine verminderte Biegesteifigkeit $B\left(1 - \frac{P_{kr}}{S}\right)$ einzuführen ist. Im übrigen ist die Lösung die selbe, insbesondere ist auch das Moment, wenn B = konst., durch eine Sinuslinie dargestellt. Die Knicklast ergibt sich also für den gegliederten Stab aus

$$P_{kr} = P_{0kr}\left(1 - \frac{P_{kr}}{S}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

zu

$$P_{kr} = \frac{P_{0kr}}{1 + \frac{P_{0kr}}{S}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

oder

$$\underline{\frac{1}{P_{kr}} = \frac{1}{P_{0kr}} + \frac{1}{S}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Diese Formel ist — wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird — als Gebrauchsformel nicht geeignet; sie ist hier nur ihres klaren Aufbaues wegen wiedergegeben.

2. Der unelastische Bereich

Die Biegesteifigkeit B darf mit dem Werte EJ nur eingesetzt werden, solange die Knickspannung $\sigma_{kr} = \frac{P_{kr}}{F}$ die Proportionalitätsgrenze nicht überschreitet. Im plastischen Bereich ersetzt man den Elastizitätsmodul E durch den Knickmodul T_k, dessen Sinn in Abb. 5 als Modul einer ideellen linearen Spannungsverteilung (Abb. 5b) zum gleichwertigen Ersatz des wirklichen Spannungsbildes (Abb. 5a) in Erinnerung gerufen wird.

Mit $B = T_k J$ bleiben die bisherigen Ableitungen gültig. Die Formel (12) ist gleichwohl im plastischen Bereich nicht verwendbar, da der Wert P_{0kr} mit dem zu P_{kr} gehörenden Wert T_k zu berechnen wäre, dieser aber noch nicht bekannt ist. Da ferner in der Praxis die Bestimmung der Knicklast im plastischen Bereich direkt auf Versuchsergebnisse (Tetmajer'sche Formel) gegründet wird, die die kritische Spannung in Funktion des Schlankheitsgrades λ (Knicklänge l_k: Trägheitsradius i) ausdrücken, ist es zweckmässig und üblich, für gegliederte Stäbe (wie auch bei andern Stabilitätsproblemen) eine ideelle Schlankheit λ_{id} einzuführen, mit der die Knicklast wie für einen Vollstab zu berechnen ist.

Die für den plastischen Bereich erweiterte Euler'sche Formel lautet:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 T_k}{\lambda_{id}^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Für den Gliederstab gemäss (11):

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 T_k}{\lambda^2\left(1 + \frac{P_{0kr}}{S}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Die ideelle Schlankheit λ_{id} ist also gegeben durch

$$\boxed{\lambda_{id}^2 = \lambda^2\left(1 + \frac{P_{0kr}}{S}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Dies ist die Grundformel für alle gegliederten Stäbe.

3. Der Gitterstab

Gitterstäbe haben meist eine Ausfachung nach Abb. 6. Vorausgesetzt sei gelenkiger Anschluss der Füllstäbe und Zentrierung auf die Schweraxe der Gurtung. Zur Berechnung der Schubsteifigkeit betrachten wir die Verformung δ eines Stabfeldes (Abb. 7) unter der Querkraft Q. Die Anwendung der

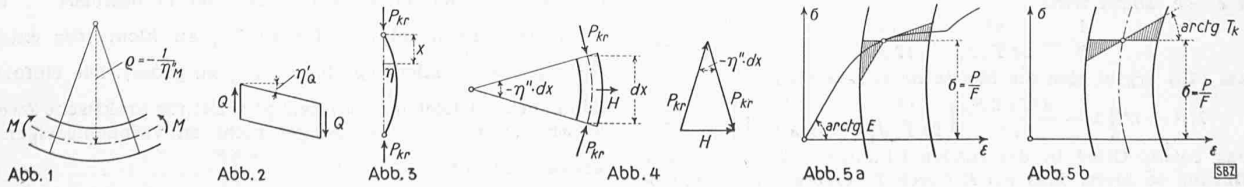

Abb. 1 Abb. 2 Abb. 3 Abb. 4 Abb. 5a Abb. 5b