

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizerische Bauzeitung
<b>Herausgeber:</b>	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
<b>Band:</b>	117/118 (1941)
<b>Heft:</b>	6
<b>Artikel:</b>	Eine neue Methode zur Bestimmung der Stabilität von Regulierungen
<b>Autor:</b>	Feiss, René
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-83499">https://doi.org/10.5169/seals-83499</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

**INHALT:** Eine neue Methode zur Bestimmung der Stabilität von Regulierungen. — Wettbewerb für eine neue Bahnhofbrücke in Olten. — Das Problem Schiene/Strasse. — Mitteilungen: Vereinigung schweizerischer Strassenfachmänner. Balkenbemessung trümmersicherer Luftschutzräume. Selbstätigtes Wiedereinschalten von Ueberlandleitungen. Feinst-

messtechnik. Das Kunstlicht im Innenraum. Einheitsstrassenbahnenwagen. Infrarotlampen für Heizung und Trocknung. In einer Nut geleimte Holzbalken. Persönliches. Das Jenner Kinderspital in Bern. — Nekrolog: Dr. h. c. Sidney W. Brown. — Literatur. — Gesellschaft Ehemaliger Studierender der Eidgen. Technischen Hochschule.

## Eine neue Methode zur Bestimmung der Stabilität von Regulierungen

Von Ing. Dr. RENÉ FEISS, Winterthur

Die Bestimmung der dynamischen Stabilität von mittelbaren Regulierungen anhand des Kriteriums von Hurwitz führt zu oft unübersichtlichen Determinanten-Ungleichungen<sup>1)</sup>. Es wurde daher schon verschiedentlich versucht, das Ziel auf eine anschaulichere Art, mit mechanischen<sup>2) 3) 4)</sup> oder elektrischen<sup>5)</sup> Modellen, zu erreichen. Die im nachfolgenden Aufsatz dargelegte Methode erlaubt unter Anwendung der Regenerationstheorie, mit Hilfe des Vektorbildes der Regelung deren Stabilität zu bestimmen<sup>6)</sup>.

Wirkt in einem Regulierungssystem der zu regulierende Energiefluss auf die Regulierung zurück, d. h. ist das Regulierungssystem in sich geschlossen, so kann dieses System entweder stabil oder unstabil sein. Als stabil wird das System dann bezeichnet, wenn eine kleine einmalige Initialstörung, die in das System hineingebracht wird, eine abklingende Reaktionsschwingung des Systems hervorruft. Unstabil heisst ein System, dessen Reaktionsschwingung sich aufschaukelt oder auch harmonisch weiterschwingt. Im letzten Falle heisst dies, dass die zugeführte Energie gerade ausreicht, um die Schwingung zu erhalten. Um das Problem zu vereinfachen, bedienen wir uns der Analogie zwischen den Regelungen und den in jüngster Zeit in der Hochfrequenz- und Schwachstromtechnik viel besprochenen, gegengekoppelten Verstärkersystemen<sup>7) 8)</sup>, deren Stabilitätsproblem in allgemeiner Form von Nyquist<sup>9) 10) 11)</sup> theoretisch untersucht worden ist.

Der Anschaulichkeit halber soll die neue Methode anhand eines praktischen Beispiels erläutert werden, nämlich der Druckregulierung (Isobarregulierung) eines Zwangsdurchlaufkessels moderner Bauart, wie er in vielen Ausführungen im Betrieb ist (Abb. 1).

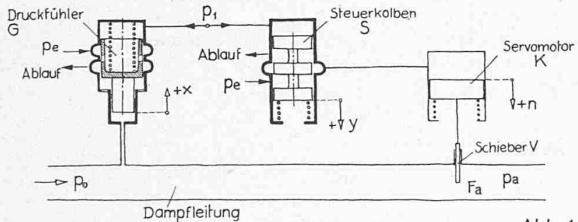


Abb. 1

Schema der Druckregulierung eines Zwangsumlaufkessels

Die Wirkungsweise des Reglers ist in kurzen Zügen die folgende: Steigt der Druck  $p_0$  in der Dampfleitung zufolge veränderter Dampfverarbeitung seitens des Verbrauchers, so steigt der Kolben des Druckfühlers G. Drucköl tritt unter dem Druck  $p_e$  so lange über den Kolben, bis der Druck  $p_1$  dem veränderten Druck  $p_0$  das Gleichgewicht hält. Unter dem Einfluss des steigenden Druckes  $p_1$  bewegt sich der Steuerkolben S nach unten und öffnet den Oelabfluss des Servomotorkolbens K. Dieser

<sup>1)</sup> A. Stodola: Ueber die Regulierungen von Turbinen, «SBZ» Bd. 22 (1893), S. 113/17, 121/22, 126/28, 134/35 und Bd. 23 (1894), S. 108/12 und 115/17.

<sup>2)</sup> J. v. Freudenreich: Untersuchung der Stabilität von Regeleinrichtungen. In: E. Honegger, Stodola-Festschrift, Zürich 1929, S. 172/79.

<sup>3)</sup> S. P. Grison: A mechanical analogy to the problem of transmission stability, «Electr. J.» Bd. 23 (1926), S. 230.

<sup>4)</sup> M. Darrieus: Les modèles mécaniques en électrotechnique, leur application aux problèmes de stabilité, «Bull. Soc. Franç. Electr.» Bd. 9 (1929), S. 794/809.

<sup>5)</sup> R. Feiss: Regenerationstheorie und Stabilität von Regulierungen, «SBZ» Bd. 115 (1940), Nr. 9, S. 97/99.

<sup>6)</sup> R. Feiss: Untersuchung der Stabilität von Regulierungen anhand des Vektorbildes, Diss. E. T. H. Zürich 1939.

<sup>7)</sup> H. Bartels und F. Schierl: Die Arbeitsweise gegengekoppelter Verstärker, «Telefunkenzg.» Bd. 18 (1937), Nr. 77, S. 9/23.

<sup>8)</sup> B. D. H. Tellegen: Gegenkopplung, «Philips Techn. Rundschau», Bd. 2 (1937).

<sup>9)</sup> H. Nyquist: Regeneration theory, «Bell Syst. Techn. J.» Bd. 11 (1932), S. 126/47 und «Ann. Postes Télégr. Téléph.» Bd. 23 (1934), S. 1010/16.

<sup>10)</sup> E. Peterson, J. G. Kreer und L. A. Ware: Regeneration theory and experiments, «Proc. Inst. Radio Engrs.» Bd. 22 (1934), S. 1191/1210 und «Bell System Techn. J.» Bd. 13 (1934), S. 680/700.

<sup>11)</sup> D. G. Reid: Necessary conditions for stability (or selfoscillation) of electrical circuits, «Wireless Engrs.» Bd. 14 (1937), S. 588/96.

geht unter dem Einfluss der Feder nach oben und vergrößert den Querschnitt  $F_a$  des Schiebers in der Dampfleitung, wodurch der Druck  $p_0$  absinkt. Der Regelvorgang ist beendet, sobald der Steuerkolben in seiner Mittellage verharrt, was dann der Fall ist, wenn der Druck  $p_0$  seinen ursprünglichen Wert angenommen hat.

Jede Regulierung besteht aus Schwingungsgliedern und Kopplungsgliedern. Als Schwingungsglieder bezeichnet man jene Regulierungsbestandteile, denen eine bestimmte Funktion zugewiesen ist, und an denen Massen-, Reibungs- oder Federkräfte einzeln oder gemeinsam wirksam sind. Im vorliegenden Fall unterscheiden wir folgende Schwingungsglieder: 1. Druckfühler, 2. Kraftgetriebe (Steuerschieber S, Servomotor K, Schieber V), 3. Rohrstrang zwischen Druckfühler und Schieber V. Als Kopplungsglieder bezeichnet man die Verbindung zwischen den einzelnen Schwingungsgliedern; schwingungstechnisch sind sie meist ohne Bedeutung. Kopplungsglieder sollen Regelinimpulse nur in einer Richtung übertragen, um störende Rückwirkungen zu vermeiden; solche Verbindungen bezeichnet man als einseitige Kopplungen. In der Praxis hat sich wiederholt gezeigt, dass gegen seitige Kopplungen zwischen einzelnen Schwingungsgliedern eine Regulierung unbrauchbar machen können<sup>12)</sup>. Wird diese zu wenig beachtete Tatsache beim Entwurf berücksichtigt, so kann man die Vorgänge leicht überblicken und insbesondere bei Unstabilität im Betrieb sofort Abhilfe schaffen, indem keine Sekundäreffekte zufolge örtlicher Rückkopplung auftreten können.

Wir treten an die Analyse der einzelnen Bestandteile der Regulierung heran, indem wir uns bei der Aufstellung der Gleichungen an die im Werk von Tolle angegebenen Grundsätze halten<sup>13)</sup>.

1. Der Druckfühler G besteht aus einem sog. Glockenkolben, der mit Masse behaftet ist. Von aussen wirken auf ihn ein: die Reibungskraft, die Federkraft und der Oeldruck. Seine Bewegungsgleichung lautet daher:

$$m_1 \frac{d^2x}{dt^2} + k_1 \frac{dx}{dt} + \alpha x = \Delta p_0 F_0 - \Delta p_1 F_1 \dots (1)$$

Dabei bedeuten:  $x$  die Auslenkung des Glockenkolbens aus der Mittellage;  $F_0$  bzw.  $F_1$  die Fläche des Kolbens, auf die  $p_0$  bzw.  $p_1$  wirkt;  $\Delta p_0$  bzw.  $\Delta p_1$  die momentane Abweichung des Druckes von  $p_0$  bzw.  $p_1$ ;  $m_1$ ,  $k_1$ ,  $\alpha$  drei die Trägheit, flüssige Reibung und Federkraft kennzeichnende Koeffizienten;  $\Delta p_0 F_0$  bzw.  $\Delta p_1 F_1$  ist die Kraft, herrührend von der Oeldruckabweichung am Kolben. Ist die auf der rechten Seite von (1) stehende Störkraft harmonisch, von der Kreisfrequenz  $\omega$ , und  $x(t)$  eine harmonische Schwingung der selben Frequenz, so kann man bekanntlich sowohl die Störkraft, als auch jeden der drei linksstehenden Terme durch einen Vektor darstellen. Der dritte der drei letztgenannten Vektoren ist gegen den zweiten, dieser gegen den ersten um  $90^\circ$  verdreht; ihre Resultierende ist nach Gl. (1) dem die Störkraft darstellenden Vektor gleich. Projiziert man das ebene Vektorpolygon, das die der Gl. (1) entsprechende Vektorgleichung veranschaulicht, auf eine mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  in der Ebene des Polygons rotierende Zeitaxe, so erhält man zwischen den bezüglichen Vektorkomponenten den durch (1) ausgedrückten Zusammenhang.

2. Das Kraftgetriebe besteht zunächst aus dem Steuerkolben S, der mit Masse behaftet ist. An äusseren Kräften wirken auf ihn: die Reibungskraft, die Federkraft und der Oeldruck. Der Kolben bewegt sich gemäss der Gleichung:

$$m_2 \frac{d^2y}{dt^2} + k_2 \frac{dy}{dt} + \beta y = \Delta p_1 F_2 \dots (2)$$

Dabei bedeuten:  $y$  die Abweichung des Steuerschiebers aus der neutralen Lage;  $m_2$ ,  $k_2$ ,  $\beta$  wiederum drei die Trägheit, flüssige Reibung und Federkraft kennzeichnende Koeffizienten;  $F_2$  die Fläche des Steuerkolbens, auf den der Druck  $p_1$  wirksam ist. Der Servomotorkolben K bewegt sich proportional der zu- bzw. abfließenden Oelmenge, die ihrerseits proportional der Auslenkung des Steuerschiebers aus der Mittellage ist. Die Oelabflussgleichung lautet:

$$-(y/y_{\max}) Q_{\max} = (V_{\max}/u_{\max}) dn/dt$$

<sup>12)</sup> M. Lang: Regeltheoretische Untersuchung über die Selbststeuerung von Wärmesystemen, «Wärme» Bd. 60 (1937), S. 8/13 und 23/26.

<sup>13)</sup> M. Tolle: Die Regelung der Kraftmaschinen, Berlin 1921, S. 756/63.

und kann generell zusammengefasst werden zu

$$-Ay = B \frac{dn}{dt} \dots \dots \dots \quad (3)$$

3. Druckfühler und Kraftgetriebe sind durch eine Leitung verbunden, die die Funktion des Kopplungsgliedes übernimmt. Die Oelflussgleichung bestimmt das Abhängigkeitsverhältnis der Bewegung beider Schwingungsglieder; sie lautet z. B. für sinkenden Druck  $\Delta p_1$ : das unter dem Steuerkolben freiwerdende Öl fliesst einerseits unter den Glockenkolben, anderseits strömt es durch die Öffnung am Glockenkolben aus. Setzen wir die ausfliessende Oelmenge proportional dem Hub  $x$ , so sind:

$$F_1 \frac{dx}{dt} + Dx + F_2 \frac{dy}{dt} = 0 \dots \dots \dots \quad (4)$$

4. Die Gleichung der Dampfleitung findet sich aus den folgenden Zusammenhängen: Bei Beharrung sei der Hub des Schiebers  $V$  gleich  $n_0$  und die Ausflussmenge  $G_0$ . Zur Zeit  $t$  soll die Vergrösserung des Servomotorhubes, gegenüber der Beharrung,  $n$  betragen; die dadurch bedingte Vergrösserung von  $F_a: G' = (k G_{\max}) n/n_{\max}$ , wenn  $G_{\max}$  und  $n_{\max}$  die grössten Werte der Durchflussmenge bzw. des Servomotorhubes darstellen. Die Folge wird eine Druckabsenkung um  $\Delta p_0$  sein, die ihrerseits eine Verminderung des Dampfabflusses bewirkt um:  $G'' = G_{\max} \Delta p_0 / p_{0 \max}$ , sofern der Dampfabfluss proportional der Druckabsenkung angenommen wird und  $p_{0 \max}$  den Höchstwert in der Leitung darstellt. Es strömt also mehr Dampf durch den Schieber  $V$  ab als der Leitung zufließt, nämlich:  $G = G' - G''$ . Geschieht dies in der Zeit  $dt$  und ändert sich dabei  $\gamma$  um  $\Delta \gamma$ , so ist  $G dt = V d\gamma$ , wenn  $V$  das Volumen der Leitung ist. Mit  $D$  als sekundlich zufließender Dampfmenge wird  $G dt = (D/\gamma) dy$ , oder zufolge Proportionalität zwischen Druck und spez. Gewicht:  $G dt = (D/p) dp$ . Die Gleichung der Dampfleitung lautet demnach:

$$(D/p_{0 \max}) dp/dt + G_{\max} \Delta p_0 / p_{0 \max} = k G_{\max} n/n_{\max}$$

Führen wir die Anlaufzeit  $T_e = D/G_{\max}$  ein, so geht vorstehende Gleichung über in:

$$(T_e/p_{0 \max}) dp/dt + \Delta p/p_{\max} = k n/n_{\max} \dots \dots \quad (5)$$

oder generell:  $E dp/dt + H \Delta p_0 = J n$ .

Im folgenden sind  $x$ ,  $y$ ,  $n$ ,  $\Delta p_0$ ,  $\Delta p_1$  (und damit die Ableitungen dieser Größen) als kleine harmonische Schwingungen von der nämlichen Kreisfrequenz  $v$  vorausgesetzt, beispielsweise:

$$\dot{y} = a \sin v t, \quad y = \frac{a}{v} \sin \left( v t - \frac{\pi}{2} \right), \quad \ddot{y} = a v \sin \left( v t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\Delta \dot{p}_1 = b \sin (v t + \gamma), \quad \Delta p_1 = \frac{b}{v} \sin \left( v t + \gamma - \frac{\pi}{2} \right) \dots \dots$$

Die z. B. aus Gl. (2) durch Einsetzen dieser Werte entstehende Gleichung zwischen Skalaren kann man, wie oben ange deutet, durch eine Gleichung zwischen Vektoren ersetzen. Die die Skalaren  $y$ ,  $\dot{y}$ ,  $\ddot{y}$  darstellenden Vektoren bezeichnen wir gleichfalls mit  $y$ ,  $\dot{y}$ ,  $\ddot{y}$  (analog die übrigen Vektoren); sie sind um je  $\frac{\pi}{2}$  gegeneinander verdreht. Die «Multiplikation» eines

Vektors mit dem «Operator»  $i$  soll seine Drehung um  $+\frac{\pi}{2}$  bedeuten, die «Division» des Vektors durch  $i$  seine Drehung um  $-\frac{\pi}{2}$ . Es ist also beispielsweise

$$y = \frac{1}{i v} \dot{y}, \quad \dot{y} = i v \ddot{y}, \quad \Delta p_1 = \frac{1}{i v} \Delta \dot{p}_1$$

Dann lautet z. B. die der Gl. (2) entsprechende Vektorgleichung:

$$m_2 i v \dot{y} + k_2 \dot{y} + \frac{\beta}{i v} \ddot{y} = \frac{F_2}{i v} \Delta \dot{p}_1$$

Hierin sind also  $m_2$ ,  $v$ ,  $k_2$ ,  $\beta$ ,  $F_2$  Skalare,  $\dot{y}$  und  $\Delta \dot{p}_1$  Vektoren, und  $i$  der besagte Operator. Schreiben wir abkürzend

$$i v = \omega$$

so erhalten wir aus (1) bis (5) das folgende vektorielle Gleichungssystem:

$$m_1 \dot{x} \omega + k_1 \dot{x} + \alpha \dot{x}/\omega = F_0 \Delta \dot{p}_0/\omega - F_1 \Delta \dot{p}_1/\omega \quad (1^*)$$

$$m_2 \dot{y} \omega + k_2 \dot{y} + \beta \dot{y}/\omega = F_2 \Delta \dot{p}_1/\omega \dots \dots \dots \quad (2^*)$$

$$A \ddot{y}/\omega = -B \dot{n} \dots \dots \dots \dots \dots \quad (3^*)$$

$$F_1 \dot{x} + D \dot{x}/\omega + F_2 \dot{y} = 0 \dots \dots \dots \dots \dots \quad (4^*)$$

$$T_e \Delta \dot{p}_0 + \Delta \dot{p}_0/\omega = (k p_{0 \max} / n_{\max}) \dot{n}/\omega \dots \dots \dots \quad (5^*)$$

Erläutern wir dieses Gleichungssystem an einem numerischen Beispiel. Es handelt sich um einen Hochdruck-Zwangsdurchlaufkessel von 18 t Stundenleistung und 100 atü Enddruck. Die einzelnen Werte beziehen sich auf Vollast.

1. Druckfühler. Glockenkolben: Masse  $m_1 = 0,04 \text{ kg s}^2 \text{ m}^{-1}$ ; Durchmesser 30 mm;  $F_1 = 7,06 \text{ cm}^2$ ;  $F_0 = 5,4 \text{ cm}^2$ ; max. Hub  $x_{\max} = 15 \text{ mm}$  entsprechend  $\Delta p_0 = 10 \text{ at}$ ; Steueröldruck:  $\Delta p_1 = 2 \text{ at}$  entsprechend  $x_{\max}$ ; Federkonstante  $\alpha = 2670 \text{ kg/m}$ ; Reibungskonstante  $k_1 = 6 \text{ s kg m}^{-1}$ , entsprechend der Kataraktzeit  $T_{B1} = 0,00113 \text{ s}$ .

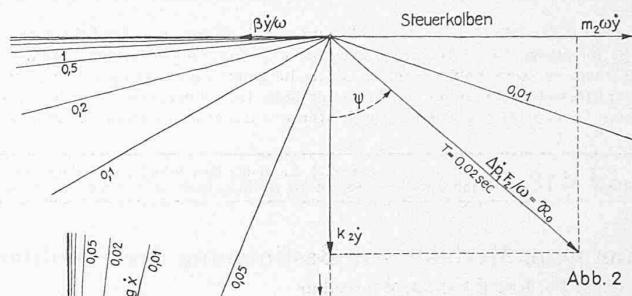


Abb. 2

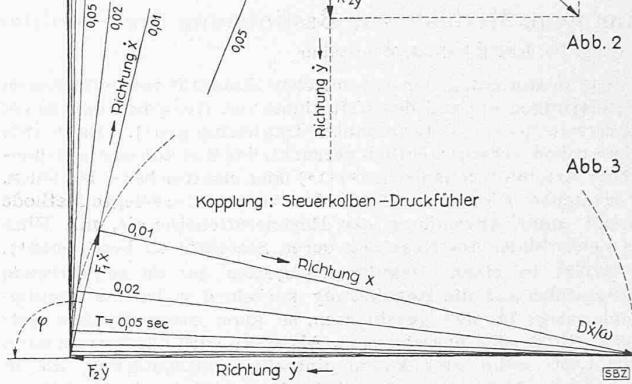


Abb. 3

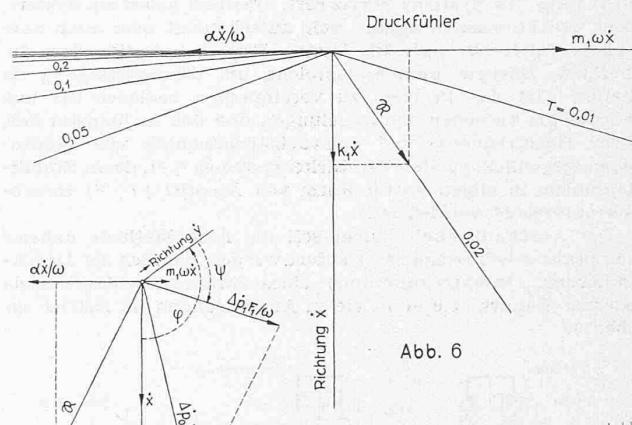


Abb. 6

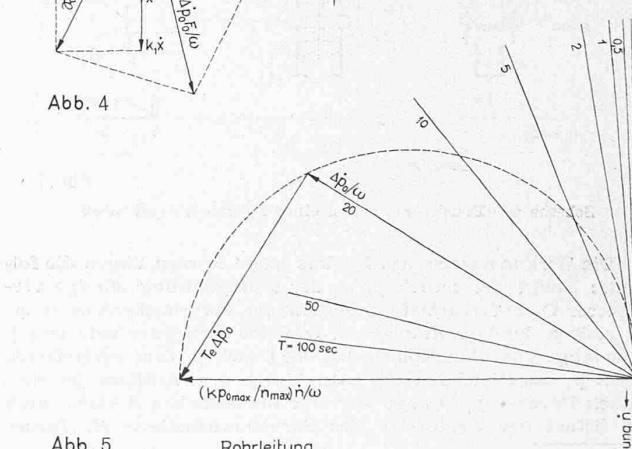


Abb. 4

Rohrleitung

Abb. 2 bis 6. Vektoriendiagramme zu den Gleichungen 1\* bis 5\*

2. Steuerkolben: Masse  $m_2 = 0,03 \text{ kg s}^2 \text{ m}^{-1}$ ; Durchmesser = 20 mm;  $F_2 = 3,14 \text{ cm}^2$ ; max. Hub  $y_{\max} = 8 \text{ mm}$ ; Federkonstante  $\beta = 785 \text{ kg/m}$ ; Reibungskonstante  $k_2 = 6 \text{ s kg m}^{-1}$ , sodass  $T_{B2} = 0,00382 \text{ s}$ .

3. Servomotor: Schliesszeit  $T_s = 5 \text{ s}$ ; max. Hub  $n_{\max} = 5 \text{ cm}$ .

4. Kopplung-Steuerkolben-Druckfühler: Legen wir einen Druck von 7 atü und eine rechteckige Ausflussöffnung des Glockenkolbens von der Breite  $b = 5 \text{ mm}$  der Berechnung zugrunde, so wird die Ausflussmenge:  $G = x D = x b \varphi (2 g \Delta p / \gamma)^{1/2} = x \cdot 0,005 \cdot 0,96 (19,6 \cdot 7 \cdot 10^4 / 900)^{1/2} = 1,873 x$ .

5. Rohrstrang: Füllzeit des Rohrstranges  $T_e = 2 \text{ s}$ ; max. Druck im Rohr  $p_{0 \max} = 100 \text{ at}$ ; für Vollast sei ferner  $k = 1$ .

Die das Gleichungssystem (1\*) bis (5\*) veranschaulichenden Vektoriendiagramme beziehen sich auf diese numerischen Werte.

Der Betrag des Vektors  $\dot{y}$  ist zu 1 m/s angenommen. Je nach der vorausgesetzten Schwingungsperiode  $T = 2\pi/\nu$  ergeben sich verschiedene Diagramme; der (für die verschiedenen Diagramme verschieden gewählte) Wert von  $T$  in s ist jeweils aus der Abbildung ersichtlich. Im Gegensatz zu den Diagrammen liegt dem nachfolgenden Gedankengang die Voraussetzung einer bestimmten, gemeinsamen Kreisfrequenz  $\nu$  zugrunde.

Abb. 2 illustriert die Vektorgl. (2\*); sie liefert den Steuer-Oeldruckvektor  $\mathfrak{R}_0 = \Delta p_0 F_2/\omega$  und seine Phasenverschiebung  $\psi$  gegenüber  $\dot{y}$ . Anhand der Kopplungsgleichung (4\*) lässt sich die Geschwindigkeit  $\dot{x}$  nach Grösse und Richtung ermitteln, da  $F_2 \dot{y}$  bekannt ist und  $F_1 \dot{x}$  mit  $D \dot{x}/\omega$  einen rechten Winkel bilden muss (siehe Abb. 3). Gl. (1\*) erlaubt nun mit den bis jetzt gewonnenen Vektoren die Bestimmung der Grösse und Richtung des am Druckfühler wirkenden Vektors  $\Delta p_0 F_0/\omega$  (siehe Abb. 4).

Die dem Steuerkolben erteilte Geschwindigkeit  $\dot{y}$  hat eine Bewegung des Servomotors zur Folge, die sich aus Gl. (3\*) ermitteln lässt. Der durch den Servomotor betätigte Schieber V in der Rohrleitung bewirkt in dieser eine Druckschwankung  $\Delta p_0$ ; deren Grösse liefert Gl. (5\*), während ihre Lage aus Abb. 5 hervorgeht, indem  $(kp_{0,\max}/n_{\max}) n/n_{\max}$  bekannt ist und  $T_e \Delta p_0$  mit  $\Delta p_0/\omega$  einen rechten Winkel bilden muss. Der in Abb. 6 konstruierte Störkraft-Vektor ist nach Gl. (1\*)  $\mathfrak{R} = F_0 \Delta p_0/\omega$ .

Wie man sich durch Ausführung dieser Konstruktionen leicht überzeugt, stimmt der so aus Abb. 4 ermittelte Vektor  $\Delta p_0$  im allgemeinen nicht mit dem aus Abb. 5 hervorgehenden Vektor  $\Delta p_0$  überein. Die Annahme einer beliebigen Kreisfrequenz  $\nu$  ist damit ad absurdum geführt; nur bei Wahl von ganz bestimmten Kreisfrequenzen, den sog. Eigenfrequenzen, ergibt sich Uebereinstimmung; harmonischer Schwingungen von anderer Frequenz ist das System nicht fähig.

Nachdem wir nun die Druckregelung in ihre Elemente zerlegt haben, kommen wir zu dem hier schon früher<sup>5)</sup> angewandten Kriterium von Nyquist<sup>6)</sup>, das uns die Mittel in die Hand geben soll, auf Grund des schwingungstechnischen Verhaltens die Stabilität eines Regulierungssystems zu beurteilen.

Jede Regulierung kann dynamisch als System gekoppelter Schwingungskreise aufgefasst werden, indem diese Kopplung durch Massenkräfte, Reibungskräfte oder durch elastische Kräfte erfolgen kann, sofern keine direkte Verbindung besteht. Genau dieselben Verhältnisse trifft man auch bei elektrischen Schwingungskreisen, die miteinander induktiv, galvanisch oder kapazitiv gekoppelt sein können. Man kann daher ganz allgemein sagen: Wird ein mechanisches Schwingungsgebilde oder ein elektrischer Schwingungskreis durch eine temporäre externe Störung aus der Gleichgewichtslage gebracht und sich selbst überlassen, so wird das System in seine ursprüngliche Lage zurückkehren oder nicht, je nachdem diese Lage stabil war oder nicht.

Fasst man die Regulierung als Glied einer Kette von Gliedern im vorstehend erwähnten Sinne auf, so lautet das Kriterium auf unsern Fall angewendet: Schneide das geschlossene System an einer geeigneten Stelle auf und bestimme das Kraftübertragungsverhältnis zwischen Eingang und Ausgang des Schwingungsgebildes unter Berücksichtigung der Phasenänderung, über alle Frequenzen von 0 bis  $\infty$ . Schliesst der so gewonnene Kurvenzug des Ortsvektors den Punkt (1,0) der komplexen Zahlenebene ein, so ist das System unstabil; wird er dagegen nicht umschlossen, so ist das System stabil. An Stelle des Verhältnisses der Kraftübertragung können wir auch jenes der Geschwindigkeitsübertragung unserer Betrachtung zu Grunde legen, da es bei der Anwendung des Kriteriums lediglich darauf ankommt, dass gleichartige Größen miteinander verglichen werden.

Denken wir uns nun, in Befolgung der Vorschrift von Nyquist, die Dampfleitung im Schema der Regulierung Abb. 1 zwischen Druckfühler und Servomotor unterbrochen, so ergibt die oben beschriebene Konstruktion der Vektordiagramme Abb. 2 bis 6 unter Annahme einer willkürlichen Schwingungsfrequenz keinen Widerspruch mehr: Der aus Abb. 4 gefundene Vektor  $\Delta p_0$  stellt jetzt die Druckschwankung am Eingang des Systems  $\Delta p_0$  ein, der aus Abb. 5 ermittelte Vektor  $\Delta p_0$  hingegen die Druckschwankung  $\Delta p_0$  aus am Ausgang des Systems; da dieses jetzt aufgeschnitten ist, braucht nicht mehr  $\Delta p_0$  ein  $= \Delta p_0$  aus zu sein.

Fasst man die soeben genannten Vektoren als Ortsvektoren komplexer Zahlen auf, so ist nach Nyquist in der Gauss'schen Zahlenebene die Kurve zu bestimmen, die von der Spitze des Ortsvektors des Druckübertragungsverhältnisses  $\Delta p_0$  aus/ $\Delta p_0$  ein  $= \Delta p_0$  aus/ $\Delta p_0$  ein beschrieben wird, wenn die angenommene Kreisfrequenz zwischen 0 und  $\infty$  variiert. Aus der praktischen Erfahrung weiß man aber, dass die Eigenschwingungsdauer einer

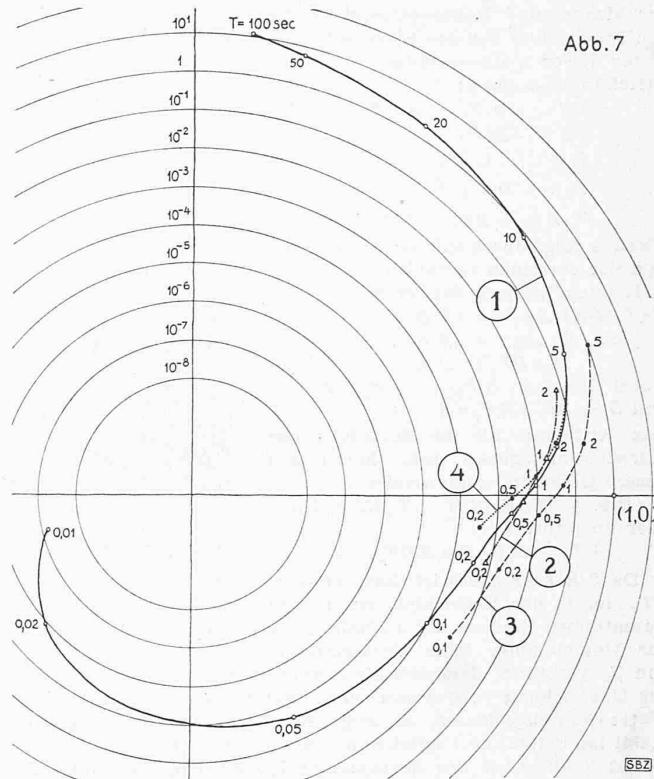


Abb. 7. Ortskurven des komplexen Uebertragungsfaktors, logarithmisch dargestellt

Druckregulierung der vorliegenden Ausführung, in Verbindung mit einem Kessel, zwischen 0,1 und 10 s liegt. Allgemein ist die Eigenschwingungsdauer einer Regulierung nicht weit von der Anlauf- bzw. Füllzeit der Maschine bzw. Leitung entfernt. Man wird also in diesem Gebiet einzelne Frequenzen näher untersuchen, um den Verlauf des Ortsvektors des Uebertragungsfaktors in der Nähe der positiven reellen Axe der komplexen ZahlenEbene zu erhalten.

Auf die geschilderte, durch die Abb. 2 bis 6 veranschaulichte Art wurde der (komplexe) Uebertragungsfaktor  $\Delta p_0$  aus/ $\Delta p_0$  ein für verschiedene, zwischen 0,01 und 100 s gelegene Perioden  $T$  berechnet; die so erhaltenen Punkte der komplexen Zahlenebene liegen auf der in Abb. 7 in logarithmischer Darstellung wiedergegebenen Kurve. Aus der Tatsache, dass die Ortskurve des Druckschwankungs-Uebertragungs-Verhältnisses den Punkt (1,0) nicht umschließt, geht hervor, dass die untersuchte Regulierung mit den vorstehend angenommenen Dimensionen der Organe stabil ist.

#### *Diskussion der Stabilität der Regulierung*

Nacheinander sollen nun die Einflüsse der einzelnen charakteristischen Größen auf die dynamische Stabilität der Regulierung untersucht werden.

a) *Füllzeit der Dampfleitung  $T_e$ .* Am einfachsten gestaltet sich diese Untersuchung, wenn wir die Änderung verfolgen, die z. B. durch eine zweimalige Verkürzung von  $T_e$  hervorgerufen wird. Praktisch entspricht dies einer doppelten Dampfgeschwindigkeit bzw. Dampfdurchflussmenge im Rohrstrang. Betrachten wir Abb. 5, so folgt der Verkürzung von  $T_e$  eine solche des Vektors  $T_e \Delta p_0$ , verglichen mit  $\Delta p_0/\omega$ ; dadurch aber wandert  $\Delta p_0/\omega$  im Gegenseigersinn, während  $\Delta p_0$  zunimmt. Die Grösse dieser Änderung ergibt sich aus dem Vektordiagramm und ist aus Abb. 7 ersichtlich, indem Kurve 1 in Kurve 2 übergeht. Massgebend für die Wirkung der Variation einer Grösse auf die Stabilität der Regelung ist die Grösse des Radius des Berührungs-Kreises an die betreffende Kurve mit dem Punkt (1,0) als Zentrum. Aus dem Vergleich der beiden vorliegenden Kurven zieht man den Schluss, dass die Variation der Füllzeit der Dampfleitung wenig Einfluss auf die Stabilität der Regelung hat, ferner, dass die Verkürzung von  $T_e$  stabilisierend wirkt.

Zur Ueberprüfung der Richtigkeit dieses Ergebnisses wollen wir das Kriterium von Hurwitz heranziehen, das uns, bei Vernachlässigung gewisser Größen im Schwingungssystem, prinzipielle Schlüsse auf die Stabilität der Regelung erlaubt. Die Vereinfachungen, die wir bei unserem Druckregelsystem anbringen wollen, beschränken sich auf die allgemein üblichen: Annahme

der Masse- und Reibungslosigkeit für den Druckfühler und den Steuerschieber. Unter dieser Voraussetzung lauten die Gleichungen 1 bis 5:

$$\alpha x = \Delta p_0 F_0 - \Delta p_1 F_1 \quad \dots \quad (1)$$

$$\beta y = \Delta p_1 F_2 \quad \dots \quad (2)$$

$$A y = -B \dot{n} \quad \dots \quad (3)$$

$$F_1 x + D x + F_2 \dot{y} = 0 \quad \dots \quad (4)$$

$$T_e \Delta p_0 + \Delta p_0 = K n \quad \dots \quad (5)$$

Hieraus folgt durch sukzessive Elimination der einzelnen Variablen die Druckänderungsgleichung für den Rohrstrang:

$$(T_e R / K) \Delta p_0''' + (R / K + S T_e / K) \Delta p_0'' + (D F_0 / \alpha) \Delta p_0 = 0 \quad \dots \quad (6)$$

wobei  $R = [(F_1^2 \beta / F_2 \alpha) - (F_2)] B / A$

und  $S = D F_1 \beta B / F_2 \alpha A$

Das Kriterium für die Stabilität, das Hurwitz angegeben hat, lautet auf unsere Gleichung angewendet:

$$(R / K + S T_e / K) S / K > T_e R D F_0 / K \alpha$$

oder umgeformt

$$(1/T_e + S/R) S \alpha / K D F_0 > 1.$$

Da  $S/R$  sehr gross ist, hat der Wert  $1/T_e$  der in der Regel klein ist, keinen wesentlichen Einfluss auf die linke Seite der Ungleichung. Eine Verkleinerung von  $T_e$  verstärkt demnach die Stabilität, indem die linke Seite der Ungleichung vergrössert wird. Setzt man die numerischen Werte des Beispiels ein, so zeigt sich, dass die Regelung sehr stabil ist, indem die Ungleichung lautet:  $10^4 > 1$ .

b) Schliesszeit des Servomotors  $T_s$ . Wird in Gleichung (3) der Wert  $B$  verkleinert, so entspricht dies auch einer Verkleinerung von  $T_s$ , da  $B = (y_{\max} / n_{\max}) T_s$ . Praktisch bedeutet dies, dass der Schieber  $V$  den Bewegungen des Steuerschiebers schneller folgt;  $\dot{n}$  wird also grösser. Eine Winkeländerung tritt im Vektorbild nicht ein, da  $y$  und  $\dot{n}$  in Gegenphase bleiben. Aus Gleichung (5) folgt, dass  $\Delta p_0$  proportional mit  $\dot{n}$  zunimmt. Wird also z.B.  $T_s$  fünfmal kleiner, so kann in Abb. 7 der Ortsvektor, für jede Frequenz, um den log 5 verlängert werden. Dies hat eine Verkleinerung der Stabilität zur Folge: Kurve 1 geht über in Kurve 3. Dies ist prinzipiell auch aus dem Gleichen von Hurwitz ersichtlich, wenn unter Voraussetzung der Massen- und Reibungslosigkeit, für  $R$  und  $S$  die entsprechenden Werte eingesetzt werden. Die Ungleichung lautet dann vereinfacht:

$$(1/T_e + D F_1 \beta / M F_2 \alpha) B F_2 \beta / A F_0 K F_2 > 1$$

Wird  $B$  kleiner, so wird auch die Ungleichung schwächer, was einer Abnahme der Stabilität entspricht.

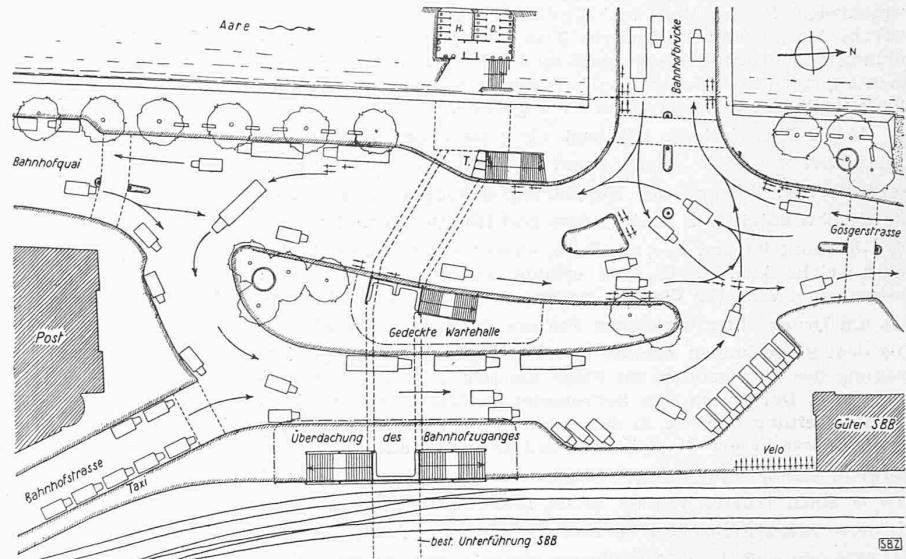
c) Kataraktzeit des Steuerkolbens  $T_{B_2}$ . Halbieren wir die Kataraktzeit, die zu  $k_2$  proportional ist, so tritt, wie aus Abb. 2 ersichtlich ist, eine Winkelveränderung ein, indem zufolge Verkleinerung von  $k_2$ , im Bereich  $0,08 < T < \infty$ , der Vektor  $\Re_0$  im Zeigersinn gedreht wird. Diese Drehung beträgt ungefähr die Hälfte des ursprünglichen Winkels zwischen  $\Re_0$  und  $y$  bzw.  $\beta y / w$ . Die Länge des Vektors wird dabei leicht verkürzt, sodass Kurve 1 übergeht in Kurve 4. Die Verkleinerung der Reibung im Steuerkolben wirkt also stabilisierend auf das System.

d) Kataraktzeit des Glockenkolbens  $T_{B_1}$ . Der Einfluss dieser charakteristischen Grösse ist verschwindend klein (siehe Abb. 6), da die Resultierende  $\Re$  im Bereich der Eigenschwingungsdauer das Schlussergebnis nicht beeinflusst.

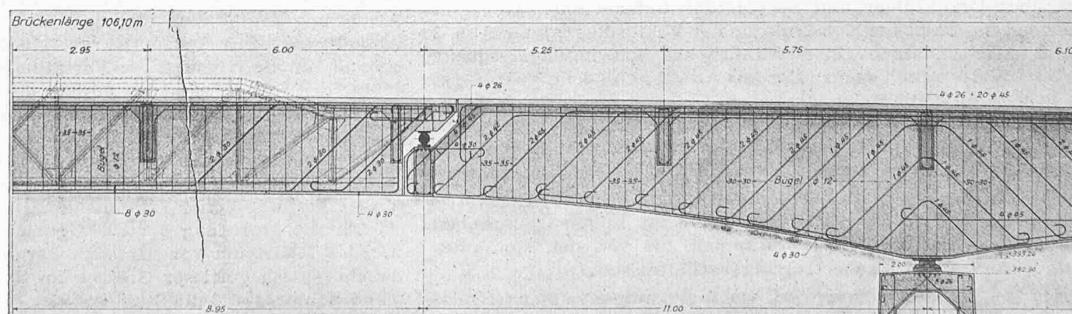
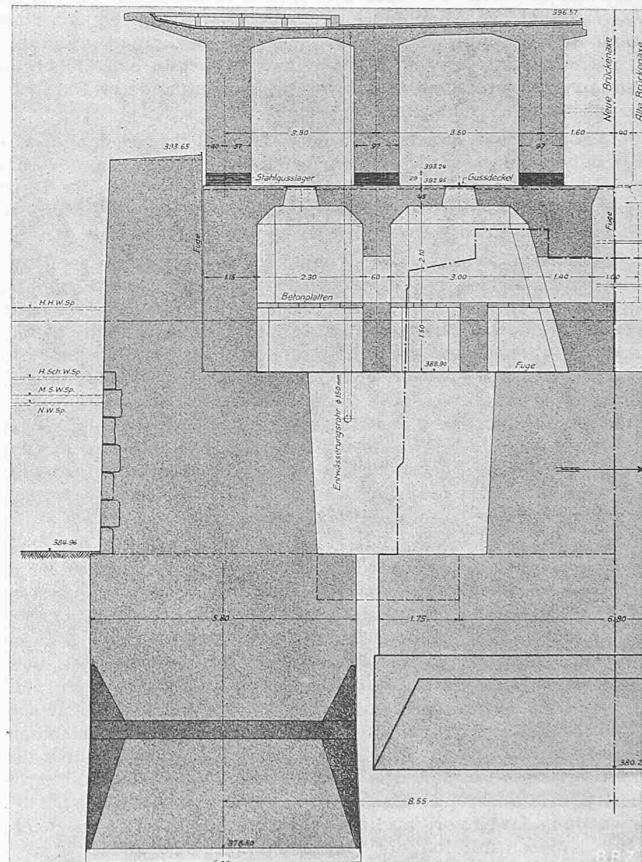
e) Fallzeit des Steuer- und des Glockenkolbens. Die Massenwirkung beider Kolben verschwindet im Bereich der Eigenschwingungsdauer, wie sich aus den Abb. 2 und 6 ergibt.

Aus dieser Untersuchung ziehen wir den Schluss, dass bei der analytischen Untersuchung nach Hurwitz der Einfluss der Massen ohne Fälschung des Ergebnisses sehr wohl unberücksichtigt bleiben kann. Da das Gleichungssystem der vorstehenden Druckregulierung 7. Ordnung ist, wird durch diese Vereinfachung eine Druckschwankungsgleichung

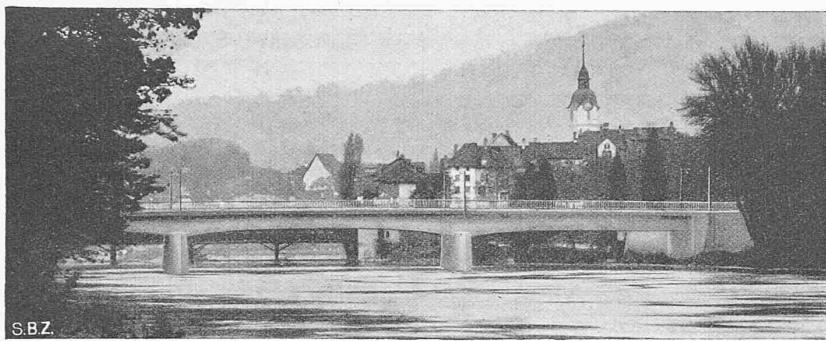
## Wettbewerb Aarebrücke und Bahnhofplatz Olten



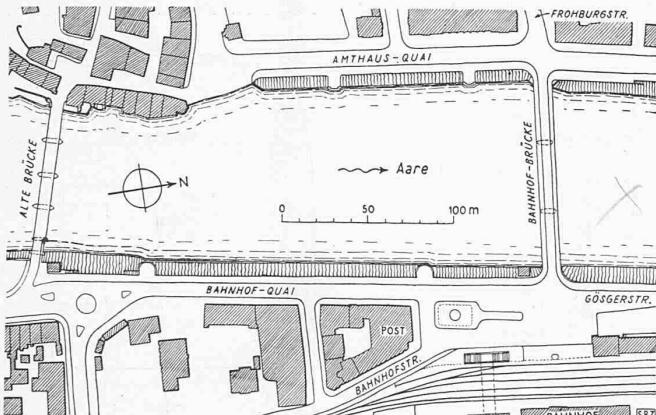
1. Rang. Entw. Nr. 16. Ing. W. & J. RAPP u. Arch. W. KEHLSTADT, Basel. — Bahnhofplatz 1:1000



Einzelheiten des Hauptträgers und Teil-Querschnitt (total 6 Hauptträger) beim Pfeiler. — Masstab 1:150



1. Rang (5000 Fr.), Entwurf Nr. 16. Verfasser Ing. W. & J. RAPP, Basel mit Arch. W. KEHLSTADT, Basel. Ansicht flussaufwärts (gegen Süden)



Die Oltener Aarebrücken mit Umgebung; links oben die Altstadt  
Masstab 1 : 4000. — Bew. Nr. 4242, BRB 3. 10. 39

5. Ordnung erreicht. Auch die Kataraktzeit des Glockenkolbens kann vernachlässigt werden, doch würde man eine gewisse Fälschung der Verhältnisse vornehmen, wollte man die Kataraktzeit des Steuerkolbens vernachlässigen.

### *Schlussbemerkung*

Die vorstehend an einem praktischen Beispiel erläuterte Methode zur Bestimmung der dynamischen Stabilität von Regu-

<sup>11)</sup> R. Feiss: Bestimmung der Regelungsstabilität an Hand des Vektordiagramms, „Z. VDI“ Bd. 84, Nr. 43 (1940), S. 819/24. (Vollständig durchgerechnetes Beispiel mit Zahlenwerten.)

lierungen an Hand des Vektorbildes bietet die Möglichkeit, Regelsysteme zu untersuchen, unabhängig von Zahl und Art der aneinander gereihten Schwingungsgebilde. Insbesondere ermöglicht diese Methode die Abschätzung der Grösse des Einflusses der einzelnen Komponenten.

Bei komplizierten Schaltungen empfiehlt es sich, zur Förderung der Uebersichtlichkeit ein Ersatzschema der Regelung aufzustellen, wie dies bereits an anderer Stelle gezeigt worden ist<sup>14)</sup>). Dieses Ersatzschema leistet besonders dann gute Dienste, wenn mechanische und elektrische Elemente (Thermoelemente, Photozellen, Piezoquarze usw.) im selben Reglerkreis zusammenwirken.

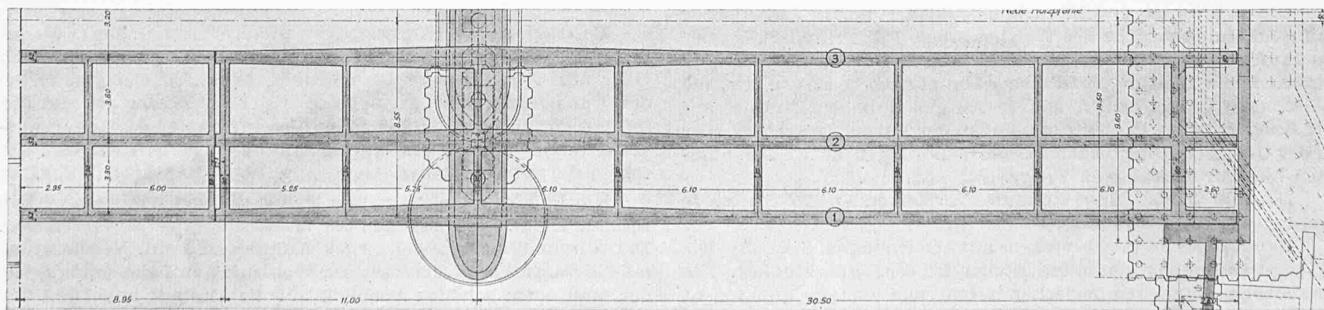
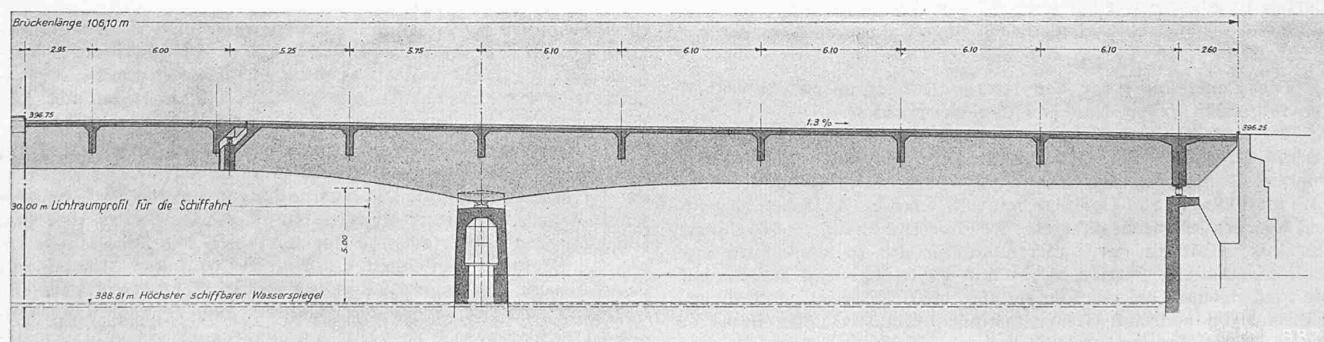
# Wettbewerb für eine neue Bahnhofbrücke in Olten mit Neugestaltung der Aareufer und Verkehrsregelung auf dem Bahnhofplatz

Die 1882 als eiserner Gitterträger erbaute Bahnhofbrücke in Olten wurde 1922/23 verstärkt und verbreitert. Trotzdem genügt sie mit ihrer 5,40 m breiten Fahrbahn und den beidseitigen Gehwegen von je 2,50 m den heutigen Anforderungen nicht mehr: man verlangte im Wettbewerbsentwurf 14 m Fahrbahn, 2,50 m Gehweg flussabwärts und 4,5 m flussaufwärts. Zugleich waren Vorschläge zu machen für die Ausgestaltung der Aareufer und des Bahnhofplatzes (Verkehrsregelung). Wie das Preisgericht feststellt, besteht zwischen Brücke, Verkehrs- und Ufergestaltung eine gewisse Unabhängigkeit; es lässt sich mit jeder Brücke eine gute Verkehrsregelung verbinden. Die Eingliederung eines Projekts in die Rangfolge entsprach daher gewissermassen der Lösung nur einer Gleichung mit zwei Unbekannten; immerhin legte man das Hauptgewicht auf die Brücke selbst.

Der Bericht des Preisgerichts, der hierüber genaue Auskunft gibt (s. S. 66), enthält eingangs sehr ausführliche allgemeine Betrachtungen. Weil diese z. T. nur anhand der Pläne voll verständlich sind, ordnen wir die Veröffentlichung so, dass zuerst die einzelnen Entwürfe wiedergegeben werden, jene Ausführungen hingegen am Schluss, sodass sie der Leser anhand des vollständigen Bildmaterials studieren kann.

## Aus dem Bericht des Preisgerichtes

Eine erste gemeinsame Besichtigung ergibt, dass die eingereichten Projekte im allgemeinen den Programmbestimmungen entsprechen, mit Ausnahme des Projektes Nr. 21, bei dem die im Programm vorgeschriebenen Schifffahrtsöffnungen nicht eingehalten sind und das daher ausgeschaltet werden muss. Im



1. Rang. Längsschnitt und Untersicht der Brücke. — Masstab 1:300