

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 113/114 (1939)  
**Heft:** 12

**Artikel:** Die Berechnung schmaler, dreiseitig gelagerter Platten  
**Autor:** Bleich, Hans  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-50575>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Die Berechnung schmaler, dreiseitig gelagerter Platten.  
— Der Unfug der sog. «Benzinsparmittel». — Ueber Spezialstähle für Eisenbetonbauten. — Arch. William Lescaze, G. E. P., aus Genf, in New York.  
— Französische Lokomotive mit Velox-Dampferzeuger. — Mitteilungen:

Rein elektrischer und thermoelektrischer Bahnbetrieb. Schiffsantrieb durch Verbrennungsgase. Prof. Dr. h. c. Mirko Ros 60-jährig. Was wendet die Schweiz für ihre Strassen auf. Stadtbaumeister von Schaffhausen. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — An unsere Abonnenten.

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich  
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet

Nr. 12

## Die Berechnung schmaler, dreiseitig gelagerter Platten

Von Dr. Ing. HANS BLEICH, Birmingham

Während der Ingenieur zur Berechnung vierseitig gelagerter Platten in jedem Handbuch Zahlentafeln vorfindet, die ihn der Mühe entheben erst langwierige Rechnungen durchzuführen, sind entsprechende Tafeln für die Berechnung dreiseitig gelagerter Platten nicht veröffentlicht worden, obwohl solche Platten häufig genug vorkommen.

Es ist nun durchaus möglich, die dreiseitig gelagerte Platte für eine ganze Reihe von Lagerungs- und Belastungsarten zu behandeln. Die Ergebnisse sind jedoch unendliche Reihen, die besonders unhandlich werden, wenn die angreifenden Lasten nicht gleichmäßig verteilt, sondern auf einem Teil der Platte konzentriert sind. Um auch diesen zweiten Fall mit vernünftigem Rechenaufwand behandeln zu können, schränken wir die Aufgabe dahin ein, dass nur schmale Platten untersucht werden sollen, das heißt, nach Abb. 1 soll  $a$  grösser sein als  $b$ . Für diesen Fall wird im Folgenden ein Näherungsverfahren angegeben, das für die momentenfrei gelagerte Platte nach Abb. 1 sehr gute Ergebnisse liefert.

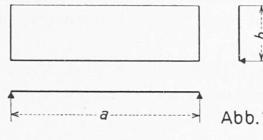


Abb. 1

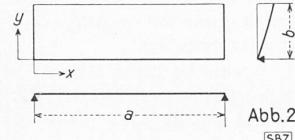


Abb. 2

SBZ

Bezeichnet man die Durchbiegung der Platte mit  $w$ , die äussere Belastung mit  $p$ , so lautet die Differentialgleichung<sup>1)</sup> für die Durchbiegung  $w$  in dem rechtwinkligen Koordinatensystem  $x, y$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{N} \quad \dots \quad (1)$$

In dieser Gleichung ist  $N$  die Plattensteifigkeit,  $N = \frac{E d^3}{12(1-\nu^2)}$

wobei  $d$  die Plattenstärke,  $\nu$  die Poisson'sche Konstante ist. Wir haben vorwiegend Anwendungen auf Aufgaben des Eisenbetonbaus im Auge; für solche Aufgaben kann ohne wesentlichen Fehler  $\nu = 0$  gesetzt werden, was zur Vereinfachung der folgenden Rechnungen geschieht. Die Plattensteifigkeit ist also

$$N = \frac{E d^3}{12}.$$

Die Wahl des Koordinatensystems ist aus Abb. 2 ersichtlich. Die Platte ist längs der drei Seiten  $x = 0$ ,  $x = a$  und  $y = 0$  fest, aber momentenfrei gelagert, die vierte Seite  $y = b$  ist ein freier Rand.

An den gelagerten Seiten müssen Durchbiegung und Moment verschwinden.

$$\begin{aligned} \text{für } x = 0, a: \quad w = 0, m_x = 0, \\ \text{für } y = 0: \quad w = 0, m_y = 0. \end{aligned}$$

Drückt man  $m_x$  und  $m_y$  in bekannter Weise<sup>2)</sup> durch  $w$  aus und beachtet, dass  $\nu = 0$  ist, so lauten diese Randbedingungen

$$\left. \begin{aligned} \text{für } x = 0, a: \quad w = 0, \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \\ \text{für } y = 0: \quad w = 0, \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0. \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (2)$$

Auf die Randbedingungen längs des freien Randes gehen wir vorläufig noch nicht ein.

Wenn wir die Biegefläche einer Platte nach Abb. 2 unter einer beliebigen Belastung betrachten, so ist es anschaulich und naheliegend, dass Schnitte durch die Platte parallel zur  $y$ -Achse nur eine Verdrehung und fast keine Verbiegung zeigen werden, solange nur die Breite  $b$  klein gegen die Länge  $a$  ist. Dies legt den Gedanken nahe, die Differentialgleichung (1) durch Ansätze der Form  $w = y F(x)$  zu lösen.

Damit nun dieser Ansatz die Randbedingungen Gl. (2) erfüllt, wählen wir  $F(x) = \sin \frac{k \pi x}{a}$ , wobei  $k$  eine ganze Zahl sein soll. Man überprüft leicht, dass dieser Ansatz

$$w = y \sin \frac{k \pi x}{a} \quad \dots \quad (3)$$

allen Randbedingungen (2) genügt.

Wir untersuchen nun, für welche Belastung  $p(x, y)$  der Ansatz (3) die strenge Lösung der Differentialgleichung (1) darstellen würde. Zu diesem Zweck ist Gl. (3) in die linke Seite von Gl. (1) einzusetzen.

$$\frac{p}{N} = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{k^4 \pi^4}{a^4} y \sin \frac{k \pi x}{a},$$

oder

$$p(x, y) = \frac{N k^4 \pi^4}{a^4} y \sin \frac{k \pi x}{a} \quad \dots \quad (4)$$

Die Belastung ist in der  $y$ -Richtung linear, d. h. dreieckförmig verteilt, während die Verteilung in der  $x$ -Richtung sinusförmig ist.

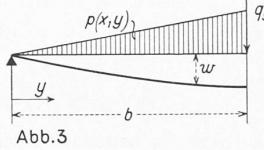


Abb. 3

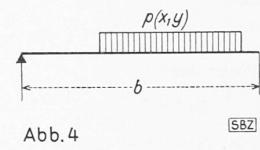


Abb. 4

SBZ

Diese Belastungsangabe ist aber noch nicht vollständig; die Randbedingungen am vierten Rand  $y = b$  wurden bisher gänzlich ausser Acht gelassen und wir müssen noch untersuchen, ob an diesem Rande, der ja nicht gelagert ist, nicht äussere Kräfte oder Momente angreifen.

Das Moment  $m_y$  in einem Randpunkt ist

$$m_y = -N \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -N \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[ y \sin \frac{k \pi x}{a} \right] = 0, \quad (5a)$$

es greift also dort kein äusseres Moment an. Für die Querkraft  $q_y$  am Rande gilt<sup>3)</sup>, wenn  $\nu = 0$  gesetzt wird,

$$q_y = -N \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + 2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right] = -\frac{2 N k^2 \pi^2}{a^2} \sin \frac{k \pi x}{a} \quad (5b)$$

Am Rande wirkt also eine Querkraft, die wir uns durch eine am Rande angreifende Linienlast erzeugt denken können. Diese Linienlast ist sinusförmig verteilt.

Damit also die Platte sich gemäss Gl. (3) durchbiegt, muss die äussere Belastung in der  $x$ -Richtung sinusförmig verteilt sein, während sie in der  $y$ -Richtung aus einer dreieckförmig verteilten Last und einer Linienlast am Rande besteht, wie in Abb. 3 dargestellt.

Ein derartiger Lastfall wird natürlich praktisch kaum vorkommen. Die Belastungen bestehen in der Regel aus einer auf rechteckigem Grundriss gleichmäßig verteilten Last, oder aus mehreren solchen Lasten. Nun kann man die Lastfunktion  $p(x, y)$  die zu solchen Lastrechtecken gehört nach der  $x$ -Richtung in eine Fourier'sche Reihe entwickeln, sodass die Lastverteilung nach dieser Richtung für jedes Glied der Entwicklung sinusförmig wird. Die Verteilung der Last nach der  $y$ -Richtung wird jedoch stets ein anderes Bild ergeben, als die Verteilung nach Abb. 3, die zu unserem Ansatz gehört; z. B. nach Abb. 4.

Hier setzt nun die Näherungsüberlegung ein. Wir wissen, dass bei schmalen Platten die Querschnitte durch die Platte parallel zur kurzen Seite sich nur wenig verkrümmen können und nahezu gerade bleiben. Es kann daher nur einen geringen Unterschied auf die Gesamtwirkungen ausmachen, wenn wir die tatsächliche Lastverteilung in der Richtung der kurzen Seite (nach Abb. 4) durch jene Lastverteilung ersetzen, die zu unserem Ansatz (1) gehört (nach Abb. 3). Die absolute Grösse der Ersatzlast ist dabei so zu wählen, dass die ursprüngliche Lastverteilung und die Ersatzlast das gleiche Moment um die gelagerte Kante  $y = 0$  erzeugen. Diese Angabe erscheint im ersten Augenblick willkürlich; sie wird aber verständlich, wenn

<sup>1)</sup> Nadai: «Elastische Platten», Verlag Julius Springer, Berlin 1925, S. 21.

<sup>2)</sup> Nadai, I. c. S. 26.

<sup>3)</sup> Nadai, I. c. S. 36.

man bedenkt, dass bei langgestreckten Platten ( $a$  gross gegenüber  $b$ ) die wesentliche Lastwirkung eben dieses Moment ist.

Die zum Ansatz (3) gehörenden äusseren Lasten  $p(x, y)$  nach Gl. (4) und  $q_y$  nach Gl. (5b) erzeugen ein Moment  $\bar{m}$  um die  $x$ -Axe

$$\bar{m} = \int_0^b p(x, y) y dy - q_y b = \frac{N k^4 \pi^4}{a^4} \frac{b^3}{3} \sin \frac{k \pi x}{a} +$$

$$+ \frac{2 N k^2 \pi^2}{a^2} b \sin \frac{k \pi x}{a} = \frac{N k^2 \pi^2 b}{a^2} \left( 2 + \frac{k^2 \pi^2}{a^2} \frac{b^2}{3} \right) \sin \frac{k \pi x}{a}.$$

Denken wir uns dieses Moment durch eine am Rande  $y = b$  angreifende Ersatzlast  $\bar{q}$  erzeugt, so ist  $\bar{m} = \bar{q} b$ , und

$$\bar{q} = \frac{N k^2 \pi^2}{3 a^2} \left( 6 + \frac{k^2 \pi^2 b^2}{a^2} \right) \sin \frac{k \pi x}{a} \quad \dots \quad (6)$$

Aus Gl. (3) und (6) folgt dann, dass eine am freien Rande angreifende Ersatzlast

$$\bar{q} = C \sin \frac{k \pi x}{a} \quad \dots \quad (7a)$$

die Biegefläche

$$w = \frac{3 a^2}{N k^2 \pi^2} \frac{C}{6 + \frac{k^2 \pi^2 b^2}{a^2}} y \sin \frac{k \pi x}{a} \quad \dots \quad (7b)$$

erzeugt. Zur Vereinfachung führen wir die Bezeichnung  $\frac{k \pi b}{a} = \alpha$  ein, dann ist

$$w = \frac{1}{N} \frac{3 b^2}{a^2} \frac{C}{6 + \alpha^2} y \sin \frac{k \pi x}{a} \quad \dots \quad (7c)$$

Die Gleichungen (7) gelten für jeden beliebigen ganzzahligen Wert von  $k$ . Durch Superposition der Lösungen für verschiedene Werte von  $k$ , folgt daher, dass eine am Rande angreifende Ersatzlast

$$\bar{q} = \sum C_k \sin \frac{k \pi x}{a} \quad (k = 1, 2, 3 \dots) \quad \dots \quad (8a)$$

die Biegefläche

$$w = \frac{1}{N} 3 b^2 y \sum \frac{C_k}{\alpha^2 (6 + \alpha^2)} \sin \frac{k \pi x}{a} \quad (k = 1, 2, 3 \dots) \quad (8b)$$

erzeugt. Nun lässt sich eine in der  $x$ -Richtung beliebig verteilte Ersatzlast  $\bar{q}$  durch eine Fourier'sche Reihe ausdrücken, also in der Form (8a) darstellen. Wir haben daher in Gl. (8b) die Biegefläche für jede beliebig verteilte Ersatzlast gefunden.

Wir gehen nun weiter und ermitteln aus der Biegefläche  $w$  noch die Momente und zwar interessieren uns nur die Momente  $m_x$ , das sind die Momente in der Plattenlängsrichtung. Für  $v = 0$  gilt

$$m_x = -N \frac{\partial^2 w}{\partial x^2},$$

$$\text{also } m_x = 3 y \sum \frac{C_k}{6 + \alpha^2} \sin \frac{k \pi x}{a} \quad (k = 1, 2, 3 \dots) \quad (9)$$

Dieses Ergebnis zeigt bereits ohne alle Rechnung, dass die Momente in einem Querschnitt parallel zur  $y$ -Axe dreieckförmig verteilt sind, und dass am freien Rand  $y = b$  die grössten Momente auftreten.

Wenn man die Formel (9) zur Berechnung der Momente zahlenmäßig auswertet, so zeigt sich, dass die unendliche Reihe verhältnismässig schlecht konvergiert, sodass man viele Glieder berücksichtigen muss. Man kann aber durch eine Umformung eine sehr rasch konvergierende Reihe erhalten. Wir schlagen hierzu folgenden Weg ein:

Die Belastung  $\bar{q} = \sum C_k \sin \frac{k \pi x}{a}$  fassen wir als Belastung eines Balkens der Spannweite  $a$  auf. In diesem Balken treten dann Momente auf, die sich natürlich leicht zahlenmäßig berechnen lassen, wir bezeichnen sie mit  $m_0$ . Nun besteht zwischen der Belastung  $\bar{q}$  und den Mommenten  $m_0$  eines Balkens die einfache Beziehung

$$\frac{d^2 m_0}{d x^2} = -\bar{q}$$

oder nach Einsetzen der Reihenentwicklung für  $\bar{q}$

$$\frac{d^2 m_0}{d x^2} = -\sum C_k \sin \frac{k \pi x}{a} \quad (k = 1, 2, 3 \dots)$$

Durch zweimalige Integration folgt schliesslich

$$m_0 = \frac{a^2}{\pi^2} \sum \frac{C_k}{k^2} \sin \frac{k \pi x}{a} \quad (k = 1, 2, 3 \dots) \quad (10)$$

wobei die Integrationskonstanten Null zu setzen sind, da  $m_0$  in  $x = 0$  und  $x = a$  verschwinden muss, welche Bedingungen in der angeschriebenen Form der Gl. (10) erfüllt sind. Der Ausdruck

$$m_0 = \frac{a^2}{\pi^2} \sum \frac{C_k}{k^2} \sin \frac{k \pi x}{a}$$

verschwindet daher für alle Werte von  $x$ ; wir multiplizieren diesen Ausdruck mit  $\frac{3 y}{b^2}$  und fügen ihn zu Gl. (9) hinzu, also

$$m_x = \frac{3 y}{b^2} m_0 - 3 y \sum \frac{a^2 C_k}{k^2 \pi^2 b^2} \sin \frac{k \pi x}{a} +$$

$$+ 3 y \sum \frac{C_k}{6 + \alpha^2} \sin \frac{k \pi x}{a} \quad (k = 1, 2, 3 \dots)$$

Die beiden Summenausdrücke lassen sich nun zusammenziehen und man erhält schliesslich unter Beachtung der Bezeichnung  $\alpha = \frac{k \pi b}{a}$ ,

$$m_x = \frac{3 y}{b^2} m_0 - 18 y \sum \frac{C_k}{a^2 (6 + \alpha^2)} \sin \frac{k \pi x}{a} \quad (k = 1, 2, 3 \dots) \quad \dots \quad (11)$$

Die in Gl. (11) auftretende unendliche Reihe konvergiert wesentlich rascher als Gl. (9), sodass man in der Regel nur wenige Glieder zu berücksichtigen braucht. Das Balkenmoment  $m_0$  errechnet man natürlich nicht aus Gl. (10), sondern nach den üblichen einfachen Regeln der Statik.

Der praktische Vorgang bei der Berechnung ist folgender: Man ersetzt die tatsächliche Belastung der Platte, Abb. 5, durch eine Ersatzbelastung  $\bar{q}$ , die als Linienlast am freien Rande angreift. Diese

Belastung soll in der  $x$ -Richtung, also in der Längsrichtung der Platte, die gleiche Verteilung haben wie die tatsächliche Belastung. Die Grösse dieser Ersatzlast ist so anzunehmen, dass die tatsächliche Last und die Ersatzlast das gleiche Moment um die  $x$ -Axe, d. i. um die gelagerte Längsseite der Platte ergeben.

Nun ist diese Ersatzlast nach Gl. (8a) durch eine Fouriersche Reihe darzustellen. Zur Bestimmung der Entwicklungsbeiwerte  $C_k$  dient die bekannte Gleichung

$$C_k = \frac{2}{a} \int_0^a \bar{q} \sin \frac{k \pi x}{a} dx \quad \dots \quad (12)$$

Sobald die Werte  $C_k$  zahlenmäßig bekannt sind, kann die Biegefläche  $w(x, y)$  aus Gl. (8b), das Moment  $m_x$  an irgend einer Stelle aus Gl. (11) errechnet werden.

Für die beiden am häufigsten vorkommenden Fälle, dass die Ersatzlast über die ganze Länge  $a$  gleichmässig verteilt ist, bzw. dass die Ersatzlast eine Einzellast in der Mitte der Seite  $a$  ist, kann man die Reihe (11) für verschiedene Seitenverhältnisse  $\frac{a}{b}$  auswerten und in einer kleinen Tafel den Betrag von  $m_x$  in Seitenmitte  $x = \frac{a}{2}$  festlegen.

Für die gleichmässig verteilte Ersatzlast  $\bar{q}$  ist nach Gl. (12)

$$C_k = \frac{2}{a} \bar{q} \int_0^a \sin \frac{k \pi x}{a} dx = \begin{cases} \frac{4}{\pi} \frac{1}{k} \bar{q} & (k = 1, 3, 5 \dots) \\ 0 & (k = 2, 4, 6 \dots) \end{cases}$$

Das Moment  $m_0$  in Feldmitte ist  $m_0 = \frac{\bar{q} a^2}{8}$ , sodass aus Gl. (11) mit  $y = b$  nach geringer Umformung

$$m_x = \frac{3}{8} \frac{a^2 \bar{q}}{b} - 72 \frac{b^2 \bar{q}}{a} \sum \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{a^2 (6 + \alpha^2)} \quad [k = 1, 3, 5 \dots] \quad (13)$$

folgt.

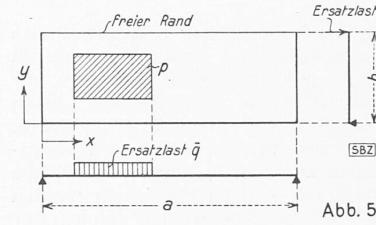
Ist die Ersatzlast eine Einzellast in der Mitte der freien Längsseite, so ergibt Gl. (12)

$$C_k = \begin{cases} (-1)^{\frac{k-1}{2}} \frac{2}{a} \bar{Q} & [k = 1, 3, 5 \dots] \\ 0 & [k = 2, 4, 6 \dots] \end{cases}$$

Das Moment in Feldmitte ist  $m_0 = \frac{a \bar{Q}}{4}$ , sodass schliesslich für  $y = b$ :

$$m_x = \frac{3 a}{4 b} \bar{Q} - \frac{36 b}{a} \bar{Q} \sum \frac{1}{a^2 (6 + \alpha^2)} \quad [k = 1, 3, 5 \dots] \quad (14)$$

Mit diesen Formeln wurde die folgende kleine Tafel errechnet:



Tafel der Momente  $m_x$  in  $x = \frac{a}{2}$ 

Verteilung der Ersatzlast	Seitenverhältnis $\frac{a}{b}$				
	2	3	4	5	$\infty$
	$0,414 \bar{q} b$	$0,475 \bar{q} b$	$0,492 \bar{q} b$	$0,498 \bar{q} b$	$0,500 \bar{q} b$
	$0,603 \bar{Q}$	$0,611 \bar{Q}$	$0,612 \bar{Q}$	$0,613 \bar{Q}$	$\frac{\sqrt{6}}{4} \bar{Q}$

Die Grenzwerte für das Seitenverhältnis  $\frac{a}{b} = \infty$  lassen sich durch Grenzübergang aus Gl. (9) ermitteln.

Es ist nun am Platze die Genauigkeit dieser Zahlen, die ja nur Näherungswerte darstellen, zu untersuchen. Zu diesem Zwecke wurde die genaue Rechnung für die dreiseitig gelagerte Platte mit  $\frac{a}{b} = 2$  unter gleichmäßig verteilter Last  $p$  durchgeführt.

Diese Rechnung ergab das Größtmoment an der ungelagerten Seite  $m_x = 0,213 b^2$ . Aus der Tafel ist  $m_x = 0,414 \bar{q} b$ ; nun ist bei gleichmäßig verteilter Last  $p$  die Ersatzlast  $\bar{q} = \frac{p b}{2}$ , also  $m_x = 0,414 \frac{p b}{2} b = 0,207 p b^2$ . Der Unterschied ist nur 3 %. Bei wachsenden Werten  $\frac{a}{b}$  müssen die Zahlenwerte, wie aus der Ableitung der Näherungsrechnung folgt, noch besser übereinstimmen.

Im Falle der Einzellast jedoch liegt eine grundsätzliche Schwierigkeit vor. Berechnet man nämlich eine mit einer punktförmig konzentrierten Last belastete Platte nach der Kirchhoff'schen Plattenlehre, so ergeben sich im Lastorten unendlich grosse Biegemomente. Diese unendlich grossen Werte sind jedoch nicht richtig; sie röhren von der Vernachlässigung der Plattendicke in der Kirchhoff'schen Plattenlehre her. Genaue Rechnungen, die aber bisher nur für kreisförmige Platten durchgeführt werden konnten<sup>4)</sup>, zeigen, dass die Spannungen auch dort endlich bleiben.

Um mit Hilfe der Kirchhoff'schen Plattenlehre auch im Falle von punktförmig konzentrierten Einzellasten praktisch verwendbare Ergebnisse zu erhalten, bestimmt man nicht den Wert des Momentes an der Laststelle, sondern den Mittelwert des Momentes über einen Bereich in der Umgebung der Last oder, was auf das gleiche hinausläuft, man bestimmt die Momentenfläche.

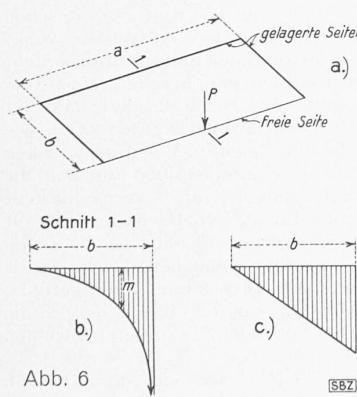


Abb. 6

nisse, auch wenn diese möglicherweise in der Nähe dieser Einzellasten nicht mehr streng richtig sind.

Die in der Tafel berechneten Werte der Momente infolge der Ersatz Einzellast  $\bar{Q}$  sind nun endlich, obwohl die Ableitung auf der Kirchhoff'schen Plattenlehre aufbaut. Dieser scheinbare Widerspruch röhrt daher, dass die Ersatzlast  $\bar{Q}$  nur ein fingierter Rechnungswert ist; physikalisch entspricht dieser Last eine verteilte Last, wie man aus dem Rechnungsgang (Gl. (4) und (5b)) erkennen kann. Um nach dem oben gesagten die Zahlenwerte der Tafel für Einzellasten zu überprüfen, sind die Momentenflächen zu betrachten. Zu diesem Zwecke erinnern wir, dass die Momentenverteilung in der Näherungstheorie dreieckförmig ist,

nach Abb. 6 c. Die genaue Rechnung liefert z. B. für  $\frac{a}{b} = 2$  die Momentenfläche  $F_m = 0,247 b \bar{Q}$ , während aus der Tafel  $F_m = \frac{b}{2} 0,603 \bar{Q} = 0,301 b \bar{Q}$  folgt. Die Werte für Einzellasten stimmen viel weniger gut als jene für Gleichlasten. Die Ursache ist, dass in der unmittelbaren Umgebung der Einzellast, die grundlegende Annahme der vorliegenden Näherungstheorie, dass Schnitte parallel zur y-Achse gerade bleiben, nicht erfüllt sein kann.

**Beispiel.** Der Randstreifen einer Eisenbetonfahrbahnplatte sei  $b = 1,50$  m breit, die Entfernung der Querträgerkonsole betrage  $a = 4,50$  m. Eine Radlast  $P = 5$  t stehe in  $x = \frac{a}{2}$  in 1 m Abstand vom gelagerten Plattenrand. Die am Rande wirkend gedachte Ersatzlast ist dann  $\bar{Q} = \frac{5 \cdot 1,0}{1,5} = 3,33$  t. Da  $\frac{a}{b} = \frac{4,5}{1,5} = 3$ , findet man aus der nebenstehenden Tafel:  $m_x = 0,611 \bar{Q} = 0,611 \cdot 3,33 = 2,035$  tm, bezogen auf einen Plattenstreifen von 1 m Breite.  $m_x$  nimmt gegen den gelagerten Rand geradlinig auf Null ab.

### Der Unfug der sog. «Benzinsparmittel»

Die «Schweiz. Gesellschaft für das Studium der Motorbrennstoffe» hat sich die verdienstvolle Aufgabe gestellt, endgültig den Nachweis zu erbringen, dass sämtliche sog. «Benzinsparmittel» (flüssige und tablettenförmige Benzinzusätze) keine Benzinersparnis ergeben und auch die übrigen Vorteile, die ihnen zugesprochen werden, gar nicht oder nur in geringstem Masse erfüllen. Dieser Nachweis ist vollständig gelungen. Dr. M. Brunner, Abteilungsvorsteher der E. M. P. A. war mit der Durchführung der eingehenden Laboratoriums- und Fahrversuche betraut worden und er hat kürzlich in der Generalversammlung der genannten Gesellschaft darüber referiert. Ein ausführlicher Bericht über seine Versuche wird demnächst im Buchhandel erscheinen.

Trotzdem ähnliche Versuche schon vor Jahren in Deutschland die absolute Wertlosigkeit der «Benzinsparmittel» nachgewiesen haben und sogar eine staatliche Verfügung erlassen wurde, dass alle solchen Produkte nur angeboten werden dürfen, nachdem ihr Nutzen durch einwandfreie offizielle Versuche wirklich nachgewiesen wurde, finden sie in der Schweiz immer wieder Absatz. Gewissenhafte Fachleute warnen vor ihrer Wirkungslosigkeit — andere verkaufen sie!

Zur Aufklärung der Automobilisten seien die Versuchsergebnisse und Erfahrungstatsachen kurz angeführt: — Die Prospekte über «Benzinsparmittel» preisen nicht nur Benzinersparnis an, sondern immer noch weitere Vorteile, wie Leistungssteigerung, besseres Starten, besseres Beschleunigungsvermögen, bessere Verbrennung mit vermindertem Kohlenoxydgehalt im Auspuff. Schon die Untersuchungen der Sparmittel im Laboratorium haben die Unmöglichkeit dieser Behauptungen erwiesen. Eine Leistungszunahme kann bei sonst unveränderten Verhältnissen ein Brennstoffzusatz nur erzeugen, wenn sein Heizwert grösser ist als der unserer Benzine; die Laboratoriumsversuche haben allgemein das Gegenteil erwiesen. Das leichte Anspringen des Motors und seine Beschleunigungsfähigkeit kann, was das Benzin anbetrifft, nur durch die sog. Siedekurve beeinflusst werden. Je mehr Anteile des Brennstoffes bei niedriger Temperatur schon verdampfen, desto leichter springt der Motor in kaltem Zustand an. Bei den Benzinen auf dem Schweizermarkt sind bei 55°C durchschnittlich 10 Volumenprozent bereits verdunstet. Wird dieser Betrag erhöht, so besteht im Sommer die Gefahr der Dampfblasenbildung in den Benzinleitungen und der Benzinpumpe und dadurch der gefürchtete Benzinmangel. Der Volumenanteil des verdampften Benzins bei 100°C ist massgebend für die gute Gemischverteilung im Saugrohr, und diese wieder für das Beschleunigungsvermögen des Benzins. Die Prüfung der Sparmittel auf Veränderung der Siedekurve ergab, dass ein Einfluss praktisch nicht möglich ist.

Nachdem das Fehlen zusätzlicher Vorteile nachgewiesen ist, soll dem «Hauptvorteil», der Benzinersparnis, nachgegangen werden. Es wurde festgestellt, dass die meisten Anpreisungen von Benzinsparmitteln den Passus aufwiesen, dass bei ihrer Verwendung auch noch der Vergaser sparsamer eingestellt werden könnte. Die Fabrikanten dieser Mittel stützen sich auf die bekannte Tatsache, dass sehr viele Motoren sowohl bezüglich Vergaser, als auch der Zündung falsch eingestellt, nachträglich verstellt oder überhaupt in schlechtem Zustand sind, und sie lassen beim Verkauf der Sparmittel Zündung und Vergaser richtig instand stellen. Es ist ferner bekannt, dass jeder Vergaser in einem gewissen Bereich kleinere oder grössere Düsen verträgt, ohne

<sup>4)</sup> Nadai, I. c. S. 315.