

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 111/112 (1938)
Heft: 5

Artikel: Verschleiss der Bogenschienenflanken
Autor: Heumann, H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-49770>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Verschleiss der Bogenschienenflanken. — Wettbewerb Schulhaus Hochstrasse Zürich. — Die Melioration der Magadinoebene. — Tessiner Architekten von heute. — Mitteilungen: Milchtechnik. Neue Triebfahrzeuge der SBB. Holzfeuchtigkeitsmesser. Abwasserverregnung. Industrielle Beleuchtung in U. S. A. Zeitähler. Betriebswissenschaftliches Institut an der E. T. H. Ueber den Bau dünner bituminöser Strassen-

decken. Schweizer. Bundesbahnen. Genfer Automobilsalon. Ausstellung «Das Haus aus unserem Holz». Leitsätze für künstliche Beleuchtung. — Nekrologe: Dr. Julius Maurer. Albert Brenner. — Wettbewerbe: Plastischer Schmuck am Zürcher Kongressgebäude. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Band 111

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet

Nr. 5

Verschleiss der Bogenschienenflanken

Von Prof. Dr.-Ing. H. HEUMANN, Aachen.

[Die in der letzten Zeit rasch steigenden, auf bestehenden Normalbahnen erzielbaren und bereits betriebsmässig eingeführten hohen Fahrgeschwindigkeiten ohne Veränderungen am Oberbau legen die Frage nach der Auswirkung der auftretenden Schlinger- und Fliehkraftbeanspruchungen auf das Geleise nahe. Aus diesem Grunde scheint es uns erwünscht, auch die Frage der Schienenabnutzung in den Kreis der Erörterungen zu ziehen, zu der nachstehender Aufsatz einen Beitrag liefert. Red.]

Aufgabe der Untersuchung.

Bekanntlich verschleissen die Schienen in Geleisebögen viel stärker und ungünstiger als in geraden Strecken. Besonders stark und ungünstig ist der Verschleiss der Innenflanke des Kopfes der Bogen-Aussenschiene, hervorgerufen vor allem durch das Anschleifen des Spurkranzes oder der Hohlkehle des anlaufenden Rades des vorderen führenden Radsatzes jedes den Bogen durchfahrenden Fahrzeugs an dieser Flanke — vorausgesetzt, dass keine Leitschienen vorhanden sind. — Dieser Verschleiss bei verschieden grossen Längs- und Querkraften in verschiedenen scharfen Krümmungen soll hier vergleichsweise angenähert untersucht werden. Längs und quer sei bezogen auf die Fahrzeuglängsaxe, waagrecht und senkrecht auf die Geleiseebene. Als Längskräfte treten auf Zug- und Bremskräfte, als Querkräfte bei überhöhter Aussenschiene die Unterschiede zwischen Schwerkraftquerkomponenten und Fliehkraft, kurz die «Fliehkraftüberschüsse» und «Fliehkraftunterschüsse» und ausserdem Zugkraftquerkomponenten. Bei oberflächlicher Betrachtung möchte man wohl annehmen, dass dieser Flankenverschleiss mit zunehmender Zug- oder Bremskraft ebenfalls zunähme, da doch die Ursache des Schienenverschleisses, nämlich die Gleitreibungsarbeit der Räder auf und an den Schienen, damit zunimmt. Weiter müsste danach auf einer zweigeleisigen Steil-Bogenstrecke, die berg- und talwärts von gleichartigen Zügen mit gleichem Fliehkraftüber- oder -Unterschuss befahren wird, die Aussenschienenflanke des aufwärts befahrenen Geleises stärker verschleissen, als die des abwärts befahrenen, da die gesamte Zugkraft auf jenem grösser ist als die gesamte Bremskraft auf diesem. Beides ist aber in Wirklichkeit nicht der Fall; mit zunehmender Zug- oder Bremskraft, etwa mit zunehmender Steigung und zunehmendem Gefälle, sinkt vielmehr der Flankenverschleiss der Bogenaussenschiene, und dieser ist auf dem abwärts befahrenen Bogengeleise meist etwas stärker als auf dem aufwärts befahrenen. Die folgende Untersuchung soll das erklären.

Verschleissmass.

Der Verschleiss der Innenflanke des Kopfes der Bogenaussenschiene wird, wie gesagt, hauptsächlich hervorgerufen durch das Anschleifen des Spurkranzes oder der Hohlkehle der aussen anlaufenden führenden Räder an dieser Flanke. Die Gleitreibungsarbeit an dieser wandernden Berührungsstelle \mathfrak{A} kann geradezu als Verschleissmass angesehen werden, der Verschleiss von 1 m Schienenlänge an dieser Stelle durch *einen* vorüberfahrenden anschleifenden Radsatz also als verhältnismässig der dabei an dieser wandernden Stelle geleisteten Reibungsarbeit. Diese Reibungsarbeit ist das Produkt des Normaldruckes N zwischen Schienenkopf-Flanke und Rad-Spurkranz oder -Hohlkehle, der Gleitreibungsziffer f und des bei 1 m Radfortschritt zurückgelegten Gleitweges s (N , f und s an der wandernden Berührungsstelle \mathfrak{A}). Der Gleitweg s ist das Produkt der Gleitgeschwindigkeit v des Rades gegenüber der ruhenden Schiene an der Stelle \mathfrak{A} und der Zeit t der betrachteten Fortschritts- und Gleitbewegungen. t kann angesehen werden als Fortschrittsweg des Rades von 1 m geteilt durch die Radfortschrittsgeschwindigkeit v ; somit drückt sich die fragliche Gleitreibungsarbeit eines anschleifenden Radsatzes auf 1 m Schienenlänge oder das Verschleissmass aus als

$$N f \frac{v}{v} 1.$$

Hier wird nicht gefragt nach dem absoluten Verschleissmass, d. h. nach der durch einen anschleifenden Radsatz erzeugten Verschleissstiefe, etwa in mm, sondern nur nach dem relativen, dem Vergleichsmass, das uns angeben soll, wie sich der Verschleiss

mit der Bauart des Fahrzeugs, der Grösse des Bogenhalbmessers und der am Fahrzeug angreifenden Längs- und Querkraften ändert. N wird daher zweckmässig auf den Raddruck Q bezogen, in Einheiten Q oder fQ ausgedrückt.

Die Gleitreibungsziffer f ändert sich etwas mit der Gleitgeschwindigkeit v , soll aber hier als gleichbleibend angesehen werden. Die Fortschrittsgeschwindigkeit v ist gegeben.

Normaldruck.

Der Normaldruck N und die Gleitgeschwindigkeit v sind zu ermitteln, zunächst N . Da der Spurkranz oder die Hohlkehle an der Berührungsstelle \mathfrak{A} nie waagrecht liegen, sondern stets unter einem ziemlich grossen Winkel β gegen die Waagrechte geneigt sind, liegt N niemals senkrecht, sondern stets unter einem ziemlich grossen Winkel β gegen die Senkrechte geneigt. Bei «Zweipunktberührung» berühren anlaufendes Rad und Schiene einander ausser am Spurkranz bei \mathfrak{A} noch am Radaufstandspunkt A und ist β geometrisch auf einen bestimmten Wert festgelegt, der bei neuen Schienen und Rädern auf Vollbahnen meist etwa 60° beträgt und mit zunehmender Abnutzung etwas grösser wird. Bei «Einpunktberührung» berühren Rad und Schiene einander nur in der Rad-Hohlkehle und ist β statisch bestimmt, d. h. ändert sich β mit der Grösse von N und zwar nimmt es mit wachsendem N ebenfalls zu; dann bleibt β in der Regel viel kleiner als bei Zweipunktberührung und wird erst bei dem grösstmöglichen N an der Entgleisungsgrenze so gross wie dort. Wir wollen hier vorwiegend Zweipunktberührung zu Grunde legen, die bei neuen Rädern und Schienen fast stets vorliegt, und $\beta = 60^\circ$ setzen. Die waagrechte Komponente $N \sin \beta$ des Normaldruckes N der Schiene nennen wir die «Richtkraft», als Kraft, die das Fahrzeug im Bogen so richtet oder schwenkt, dass es, statt geradeaus zu rollen, mit Gleiten durch den Bogen geht¹⁾.

Wir wollen sie mit P bezeichnen und zunächst $P = N \sin \beta$ seiner Grösse nach ermitteln. Ihre Richtung liegt fest, sie ist waagrecht und auf den Bogenkrümmungsmittelpunkt hin gerichtet; ein wenig abweichend davon wollen wir sie senkrecht zur Fahrzeuglängsaxe annehmen, d. h. um den stets sehr kleinen «Anlaufwinkel» α des Fahrzeugs gegen die Bogenschienen von der wirklichen Richtung abweichend. Weiter wollen wir nur ein zweiachsiges steifachsiges Fahrzeug betrachten; damit sind ausser den auf Vollbahnen wohl selten vorkommenden zweiachsigsten steifachsigsten Wagen und Lokomotiven alle vierachsigen Drehgestellwagen, deren Radsätze zu je zweien steif im Drehgestellrahmen liegen und deren Drehgestelle sich leicht gegenüber dem Wagenkasten oder Lokomotiv-Hauptrahmen drehen können — die heutige Regelausführung schnellaufender Wagen — von der Betrachtung erfasst und ebenso entsprechend gebaute Lokomotiven, wie z. B. gewisse Garrat-Dampflokomotiven und B + B-elektrische Güterzuglokomotiven. Grundsätzlich gelten die Betrachtungen auch für alle andern gebräuchlichen Achsanordnungen.

Ein solches Fahrzeug vom Radstand l durchfahre mit gleichbleibender Fahrgeschwindigkeit v in m/sec oder V in km/h einen Geleisekreisbogen vom Halbmesser R in m, also mit einer Winkelgeschwindigkeit $\omega_z = \frac{v}{r}$ in sec^{-1} , unter gleichbleibendem

Anlaufwinkel α . Alle vier Räder sollen gleichen Halbmesser r und gleichen Raddruck Q haben. Die Gleitreibungsziffer f sei an allen fünf oder sechs Berührungsstellen gleich gross. Am Schwerpunkt des Fahrzeugs oder Gestells, der mitten zwischen beiden Achsen liege, soll ein quer nach aussen oder innen gerichteter Fliehkraftüber- oder -Unterschuss $\pm F$ angreifen. Quergerichtete Zugkraft-Komponenten werden später eingeführt. In der Längs-Axe des Fahrzeugs soll an seinem Rahmen angreifen die äussere Längskraft Z , vorwärts oder rückwärts gerichtet. Die Radsätze jedes Fahrzeugs setzen ihrer Drehung einen Widerstand entgegen. Zu seiner Ueberwindung ist auf den Fahrzeugrahmen von aussen eine vorwärts gerichtete Längs-Kraft $+B$ oder $-Z$ auszuüben, und das Geleise übt eine gleich grosse rückwärts gerichtete Kraft auf alle Fahrzeug-Radumfänge zusammen aus. Dieser Widerstand tritt an jedem Fahrzeug auf, ganz gleich, ob es als Treibfahrzeug treibt oder leerläuft oder als Wagen nur gezogen oder auch noch gebremst wird. Jeder Widerstand seiner Radsätze

¹⁾ Sie ist wohl zu unterscheiden vom «Führungsdruck», d. h. der waagrecht Querkraft zwischen anlaufendem Rad und angelaufener Schiene.

gegen Drehen, nicht nur eigentliche Radsatzbremsung, sondern auch Achslagerreibung, Spurkranz- oder Hohlkehlenreibung liefert $-Z$ oder $+B$, «äussere» Widerstände wie Steigungswiderstand, Luftwiderstand, Massenwiderstand des Fahrzeuggestells oder eine vom Fahrzeugrahmen aus auf das Fahrzeug ausgeübte Schienenbremsung dagegen nicht! Arbeitet nun ein Treibfahrzeug mit von Null aus zunehmender Treibkraft, so überwindet diese bei gewisser Grösse gerade eben den Widerstand B der Fahrzeugräder gegen Drehen, bei weiterem Anwachsen zunächst die übrigen Widerstände des Treibfahrzeugs zwischen Treibradumfängen und Zughaken und dann den Widerstand eines etwa angehängten oder geschobenen Zuges. Ist die Treibkraft so gross, dass sie gerade eben den immer vorhandenen Widerstand B des Treibfahrzeugs überwindet, ist keine äussere Längskraft am Fahrzeugrahmen anzusetzen. Ist sie grösser, so ist der Ueberschuss als Zugkraft $+Z$ rückwärts am Fahrzeugrahmen anzubringen, auch wenn er nur die übrigen Eigenwiderstände des Treibfahrzeugs überwindet, und übt das Geleise auf die Fahrzeugräder zusammen eine gleich grosse entgegengesetzte Kraft aus. $\mp Z$ ist demnach immer gleich dem Radumfangswiderstand oder der Radumfangskraft des betrachteten Fahrzeugs.

Die Richtkraft P eines solchen Fahrzeugs oder Gestells genau zu ermitteln, ist ziemlich umständlich; wir wollen sie nur näherungsweise, ein wenig zu gross, aber in sehr einfacher Weise ermitteln. Hierbei denken wir uns in bekannter Weise die wirkliche Spurkranz- oder Hohlkehlen-Führung an Punkt \mathcal{M} , der ein wenig vor dem Aufstandspunkt A des aussen anlaufenden Rades des vorderen Radsatzes liegt, ersetzt durch eine «Druckrollenführung», d. h. eine Führung durch eine am Rahmen des Fahrzeugs gelagerte, sich vollkommen widerstandslos um ihre senkrechte Achse drehende Druckrolle, die bei \mathcal{M} die Aussenschiene berührt, die waagrechte Kraft P von dieser erfährt und an das Fahrzeug weitergibt. Dem Wirken dieser Kraft auf das steifachsige Fahrzeug, nämlich dieses aus seiner geradeaus gerichteten Rollbewegung heraus in die Kreisbogenbewegung unter Gleiten hinein zu zwingen, widersetzen sich an allen vier Aufstandspunkten der vier Räder auf den Schienen die vier fast genau waagrecht liegenden Gleitreibungswiderstände fQ des Geleises. Wie zuerst Uebelacker in seiner grundlegenden Arbeit: «Untersuchungen über die Bewegung von Lokomotiven mit Drehgestellen in Bahnkrümmungen»²⁾ nachgewiesen hat, macht das Fahrzeug im Bogen eine Gleitdrehung mit seiner Winkelgeschwindigkeit $\omega_z = \frac{v}{R}$ um eine senkrechte Achse, deren Geleiseebenen-

Fusspunkt M auf dem vom Krümmungsmittelpunkt auf die Fahrzeuglängsachse gefällten Lot liegt, von Uebelacker «Reibungsmittelpunkt» genannt. Die verschiedenen fQ müssen also senkrecht auf den von M zu den verschiedenen Aufstandspunkten gezogenen Strahlen liegen und der Bogendrehung des Fahrzeugs

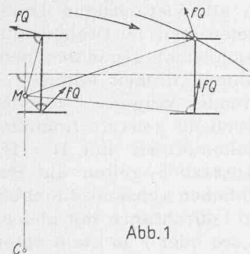


Abb. 1

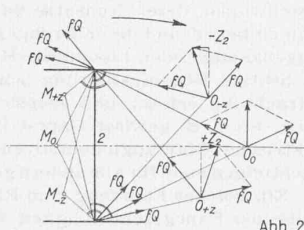


Abb. 2

entgegengerichtet sein, siehe die schematische Abb. 1. M ist dann allen Rädern gemeinsam, wenn sie gleichen Laufkreisdurchmesser $2r$, gleichen Raddruck Q und gleiche Winkelgeschwindigkeit um ihre eigene Drehachse ω_y haben und wenn alle Achsen genau parallel liegen. Das sei hier angenommen. Bei angetriebenen Achsen kann die gleiche Winkelgeschwindigkeit durch Kuppelstangen erreicht sein. Aus der Lage von M gewinnen wir P .

Bei hinten freilaufendem Fahrzeug kann M sowohl in der Längs- oder x -Richtung wie in der Quer- oder y -Richtung verschieden zum Fahrzeug liegen. Seine Lage ist in bekannter Weise bestimmt durch die Bedingungen des Gleichgewichts der am Fahrzeug angreifenden äusseren waagrechten Kräfte $\pm Z$ (am Rahmen), $\pm F$ (am Fahrzeugschwerpunkt), $\mp fQ$ und P (an den Radumfängen). Ist $\pm Z$ vorhanden, so liegt M ausserhalb oder innerhalb der Fahrzeuglängsachse — vom Krümmungsmittelpunkt aus gesehen —, denn nur dann liefern, wie die schematische Abb. 2 der nicht anlaufenden Hinterachse zeigt, die beiden an ihr angreifenden fQ eine dem Beitrag der Hinterachse zu $\pm Z$ das Gleichgewicht haltende Längskomponente $\pm Z_2$; und zwar liegt M ausserhalb der Fahrzeuglängsachse, wenn das Fahrzeug

mit $+Z$ zieht, innerhalb, wenn es mit $-Z$ oder $+B$ gezogen wird, und in der Längsachse, wenn es mit seiner Treibkraft gerade den Drehwiderstand seiner Räder überwindet und an seinen Radumfängen keine Längskräfte auftreten. Unter der hier gemachten vereinfachenden Annahme der Druckrollenführung und der Richtung von P senkrecht zur Fahrzeuglängsachse gilt das auch für die anlaufende Vorderachse (in Wirklichkeit nicht streng). Fliedkraftüberschuss oder Querkraft $+F$ drängt M nach vorne, Fliedkraftunterschuss oder Querkraft $-F$ nach hinten. Für $\pm Z = 0$ und beliebiges $\pm F$ ist die Lage von M sehr einfach nach dem von mir entwickelten zeichnerischen Minimumverfahren³⁾ zu bestimmen; M liegt dann bei $\pm F = 0$ etwas hinter der Hinterachse, um so mehr, je kleiner der Radstand, bei $+F$ weiter vorne, bei grossem $+F$ vor der Hinterachse, bei $-F$ weiter hinter ihr als bei $F = 0$. Wenn nun ein $\pm Z$ zu $+F$ hinzukommt, wandert M nicht nur von der Fahrzeuglängsachse weg nach aussen oder innen, sondern es nähert sich ausserdem zunächst der Hinterachse. Ist $\pm Z$ so gross geworden, dass M auf seiner Wanderung aus der Fahrzeuglängsachse heraus bis in die Laufkreisebene der beiden äusseren oder inneren Räder gelangt, um s quer gewandert ist, so fällt es bei nicht sehr grossem $\pm F$ in den einen oder anderen Aufstandspunkt der Hinterräder B oder B' hinein und bleibt darin bei weiterem Ansteigen von $\pm Z$ liegen, bis dieses recht gross geworden ist⁴⁾.

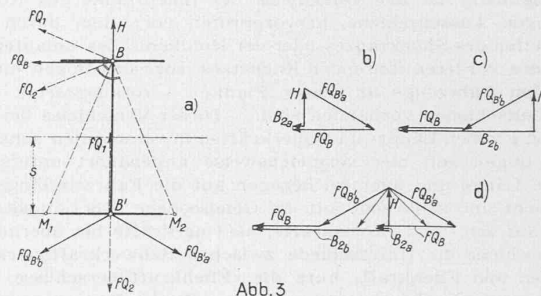


Abb. 3

Dies Festliegen von M in B oder B' lässt sich leicht einsehen an Hand der schematischen Abb. 3a bis 3d, in der (a) die gebremste Hinterachse mit den an ihr angreifenden äusseren waagrechten Kräften und (b) bis (d) der Plan dieser Kräfte dargestellt sind. Vom Fahrzeugrahmen her werde auf die Achse eine Querkraft H ausgeübt. H setzt sich zusammen aus dem auf die Hinterachse entfallenden Rest der Richtkraft P und dem auf die Hinterachse entfallenden Teil etwa vorhandenen Fliedkraft-Ueberschusses oder etwa sonst auf den Rahmen ausgeübter äusserer Querkraften. H kann nach aussen oder nach innen gerichtet sein; in Abb. 3 ist es nach aussen gerichtet angenommen. Weiter soll $H \leq fQ$ sein, was in Wirklichkeit fast immer der Fall ist. Die beiden Gleitreibungswiderstände an den Aufstandspunkten der Achse fQ_B und $fQ_{B'}$ müssen nun zusammen mit der Querkraft H eine längs rückwärts gerichtete Resultierende B_2 , den Beitrag der Hinterachse zu der vom Geleise auf die Radumfänge ausgeübten rückwärts gerichteten Bremskraft $+B$ des Fahrzeugs liefern. Läge M nach seiner Wanderung um s aus der Fahrzeuglängsachse nach innen in Abb. 3a in M_1 , also hinter B' , so müsste $fQ_{B'}$ senkrecht nach oben, fQ_B schräg rückwärts nach oben gerichtet sein (beide in Abb. 3a gestrichelt und mit fQ_1 bezeichnet). Läge M in M_2 , vor B' , so müsste $fQ_{B'}$ senkrecht abwärts und fQ_B rückwärts schräg abwärts (beide in Abbildung 3a gestrichelt und mit fQ_2 bezeichnet) gerichtet sein. Nach dem Kräfteplan der Abb. 3b, c können H und die beiden fQ aber nur dann eine längs rückwärts gerichtete Resultierende B_2 haben, wenn $fQ_{B'}$ schräg nach unten vorwärts oder rückwärts gerichtet ist; und das ist nur möglich bei Lage von M in B' , denn nur dann kann die Richtung von $fQ_{B'}$ von der Senkrechten abweichen, beliebig sein. $fQ_{B'}$ liegt dann waagrecht. Abb. 3b und 3c sind die Kräftepläne für die beiden Grenzwerte $fQ_{B'a}$ und $fQ_{B'b}$ von $fQ_{B'}$, denen die Grenzwerte B_{2a} und B_{2b} von B_2 zugehören. Sinkt nämlich B_2 unter B_{2a} oder steigt es über B_{2b} , so muss fQ_b in den Kräfteplänen 3b und 3c schräg liegen, damit sie sich schliessen, d. h. kann M nicht mehr in B' liegen, wo es liegen muss. In Abb. 3d sind die beiden Kräftepläne 3b und 3c zusammengezeichnet. Während B_2 von B_{2a} bis auf B_{2b} zunimmt,

³⁾ Zum Verhalten von Geleisefahrzeugen in Geleisebögen. «Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens», 1913, S. 104 u. 1928, S. 481.

⁴⁾ Dass M in einem grossen und praktisch wichtigen Bereich von $\pm Z$ in einem der Aufstandspunkte der Hinterachse liegt, hat für $\pm F = 0$ zuerst Troitzsch in seiner Dissertation: «Graphisches Verfahren zur Ermittlung der beim Kurvenfahren auftretenden Reibungs- und Führungskräfte an Eisenbahnfahrzeugen» (T. H. Aachen 1934) gezeigt.

²⁾ «Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens», 1903, Beilage.

dreht sich $fQ_{B'}$ aus der Grenzlage $fQ_{B'a}$ hinein in die Grenzlage $fQ_{B'b}$. Wie die Abbildung 3 zeigt, ändert es dabei bei gleichbleibendem H nicht nur seine Richtung, sondern auch seine Grösse, es hat seine volle Grösse nur in den Grenzlagen, dazwischen dagegen nicht; d. h. hier wird die Haftreibung nicht voll ausgenutzt. Die angenommene Richtung nach aussen hat H bei grossem Fliehkraftüberschuss. Bei kleinem Fliehkraftüberschuss oder Fliehkraftunterschuss ist H nach innen gerichtet; dann müssen $fQ_{B'a}$ und $fQ_{B'b}$ schräg *aufwärts* vorwärts und rückwärts gerichtet sein und gilt im übrigen sinngemäss das Gleiche, ebenso für mit $+Z$ ziehende Treibfahrzeuge. Der Bereich B_{2a} bis B_{2b} von B_2 der Hinterachse entspricht bei kleinem $\pm F$ etwa 10 bis 60% der Ausnutzung der ganzen zum Bremsen oder Ziehen verfügbaren Radreibung des Fahrzeugs. Unter 10% liegt das B gezogener aber nicht gebremster Fahrzeuge, über 60% das $+Z$ schwerziehender Lokomotiven.

Tritt bei grossem $-Z$ M aus B' nach innen heraus, so bewegt es sich mit zunehmendem $-Z$ im ersten Augenblick senkrecht zu $fQ_{B'b}$ weiter, also etwas von der Hinterachse weg, nähert sich bei $F \sim 0$ ihrer Richtung aber sehr bald wieder und bleibt ihr im weiteren Verlauf so nahe, dass wir dann M als in Richtung der Hinterachse liegend annehmen können. Das Entsprechende gilt für grosses $+Z$. Bei grösserem $+F$ und sehr grossem $-F$ dürfen wir den Abstand des Punktes M von der Hinterachsrichtung nicht vernachlässigen.

Wir wollen nun P in Abhängigkeit von $-Z$ oder $+B$ und von $+F$ unter den angegebenen vereinfachenden Annahmen bestimmen, und zwar zunächst die Grenzwerte P_a und P_b für die Grenzwerte B_a und B_b der Kraft B . Diesen P - und B -Werten soll zugehören eine die Winkel ε_a und ε_b mit der Fahrzeuglängsrichtung einschliessende Richtung des Geleise-Gleitwiderstandes $fQ_{B'}$ am Aufstandspunkt B' , siehe die schematische Abb. 4. Aus

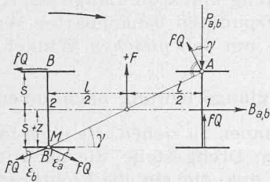


Abb. 4

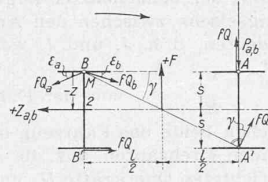


Abb. 5

dem Bild der darin eingezeichneten waagrechten Kräfte lesen wir ab die Gleichgewichtsbedingungen:

Gleichung der Längskräfte:

$$B_{a,b} - fQ - fQ \sin \gamma \pm fQ \cos \varepsilon_{a,b} = 0 \quad (a)$$

Gleichung der Querkkräfte:

$$P_{a,b} - F - fQ - fQ \cos \gamma + fQ \sin \varepsilon_{a,b} = 0 \quad (b)$$

Momentengleichung um B' :

$$B_{a,b}s - F \frac{l}{2} - fQ 2s - fQ l - fQ \sqrt{l^2 + 4s^2} + P_{a,b}l = 0 \quad (c)$$

$$\text{Daraus erhalten wir mit } \sin \gamma = \frac{2s}{\sqrt{l^2 + 4s^2}} \quad \text{und } \cos \gamma = \frac{l}{\sqrt{l^2 + 4s^2}}.$$

$$\sin \varepsilon_{a,b} = \frac{s}{l^2 + s^2} \left\{ l \left(\frac{l}{2s} \frac{F}{fQ} - \frac{2s}{\sqrt{l^2 + 4s^2}} - 1 \right) \mp \sqrt{\frac{F}{fQ} l s \left(\frac{2s}{\sqrt{l^2 + 4s^2}} + 1 - \frac{F}{fQ} \frac{l}{4s} \right) + \frac{4s^4}{l^2 + 4s^2} - \frac{4s^3}{\sqrt{l^2 + 4s^2}}} \right\} \quad (1)$$

mit dem Pluszeichen vor der Wurzel für $\sin \varepsilon_b$.

Weiter erhalten wir aus Gl. a) die zugehörigen B :

$$B_{a,b} = fQ \left(1 + \frac{2s}{\sqrt{l^2 + 4s^2}} \mp \cos \varepsilon_{a,b} \right) \quad (2)$$

und aus Gl. b)

$$P_{a,b} = fQ \left(1 + \frac{l}{\sqrt{l^2 + 4s^2}} - \sin \varepsilon_{a,b} \right) + F \quad (3)$$

ε_a und ε_b nehmen danach mit wachsendem $+F$ zu und mit sinkendem ab. Bei $F = 0$ ist ε_a und ε_b negativ, bei einem gewissen kleinen $+F$ ist $\varepsilon_a = \varepsilon_b = 0$; $\sin \varepsilon_a = \varepsilon_b = 1$ oder $\varepsilon_a = \varepsilon_b = 90^\circ$ ergibt aus Gl. 1) den grössten Wert von $+F$, bei dem M noch durch B' hindurchgeht, es bleibt dann nicht mehr in diesem Punkt liegen, sondern sticht ihn nur von vorn her an und geht sofort wieder nach vorn aus ihm heraus. Bei noch grösserem $+F$ geht $+M$ vorn an B' vorbei. Bei negativem F sind ε_a und ε_b negativ; $\sin \varepsilon_a = \sin \varepsilon_b = -1$ ergibt dann aus Gl. 1) den grössten Wert von $-F$, bei dem M von hinten her

den Punkt B' noch gerade eben ansticht; bei noch grösserem $-F$ geht M hinten an B' vorbei.

Bei einem mit $+Z$ ziehenden Fahrzeug und grösserem $+F$ liegen die Winkel ε_a und ε_b wie in Abb. 5 dargestellt, stimmen die Ausdrücke für $\varepsilon_{a,b}$, $Z_{a,b}$, $P_{a,b}$ sinngemäss mit den obigen 1) 2) 3) überein. Auch die für negatives Z angegebenen Beziehungen zwischen ε_a , ε_b , F und der Lage von M bestehen sinngemäss für positives Z . Bei gleichem F ändert sich P mit von Null aus zunehmend $+Z$ genau so wie bei von 0 aus zunehmend $-Z$.

Solange M in Punkt B' oder B liegt, entfällt ein etwa vorhandenes F genau zur Hälfte auf P , ist dies also genau gleich dem P für $F = 0 \pm \frac{F}{2}$, wie sich einfach daraus ergibt, dass,

solange M festliegt, die fQ der Vorderachse bei Hinzutritt von $\pm F$ ihre Richtung nicht ändern können.

Vergleicht man die Werte für P bei $B = 0$, $B = B_a$ und $B = B_b$ miteinander, so sieht man, dass P mit zunehmendem B oder Z abnimmt! Das erscheint vielleicht auf den ersten Blick merkwürdig, leuchtet aber aus Abb. 4 und 5 sofort ein, denn aus ihnen sieht man, dass das Moment von B oder Z um M das zum Richten oder Schwenken des Fahrzeugs im Bogen erforderliche Moment Pl der Richtkraft P unterstützt, also P entlastet. Der Normaldruck N , dessen waagrechte Komponente P ist, nimmt also mit zunehmendem $\pm Z$ nicht zu, sondern ab! Abnahme des schräg nach oben gerichteten Normaldrucks N hat Zunahme der Radbelastung im Aufstandspunkt A , also Zunahme der Reibungsarbeit an diesem Punkt zur Folge. Bei Einpunktberührung ist mit Abnahme von P Abnahme des Berührungswinkels β verbunden, rückt die Berührungsstelle \mathcal{A} von der Flanke des Schienenkopfes seinem Scheitel zu.

Wächst B ein wenig über B_b hinaus, tritt also M ein wenig aus Punkt B' nach innen heraus, so kann P nicht so einfach einigermassen genau bestimmt werden, weil der kleine Abstand des Punktes M von der Hinterachsrichtung als neue Unbekannte auftritt. Die Anwendung des Minimumverfahrens ist hier auch nicht einfach. Man kommt wohl am schnellsten mit Probieren zum Ziel. Wenn aber B so gross geworden ist, dass M um etwa den Laufkreisebenen-Abstand $2s$ unter die Laufkreisebene der beiden Innenräder — festgelegt durch B , B' — gesunken ist, kann man für $F = 0$ genau genug diesen Abstand $= 0$ setzen, für $F > 0$ od. < 0 dagegen nicht! Dann ergibt sich für $F = 0$ das Kräftebild der Abb. 6, in der z den Abstand des Punktes M von der Fahrzeuglängsaxe bedeutet; aus ihr lesen wir ab:

$$B - 2fQ - fQ \sin \zeta - fQ \sin \zeta' = 0 \quad \text{oder mit}$$

$$\sin \zeta = \frac{z + s}{\sqrt{l^2 + (z + s)^2}} \quad \text{und } \sin \zeta' = \frac{z - s}{\sqrt{l^2 + (z - s)^2}}$$

$$B = fQ \left(2 + \frac{z + s}{\sqrt{l^2 + (z + s)^2}} + \frac{z - s}{\sqrt{l^2 + (z - s)^2}} \right) \quad (4)$$

ebenso:

$$P - fQ \cos \zeta - fQ \cos \zeta' = 0 \quad \text{oder mit}$$

$$\cos \zeta = \frac{l}{\sqrt{l^2 + (z + s)^2}}, \quad \cos \zeta' = \frac{l}{\sqrt{l^2 + (z - s)^2}} \quad P = fQ \left(\frac{l}{\sqrt{l^2 + (z + s)^2}} + \frac{l}{\sqrt{l^2 + (z - s)^2}} \right) \quad (5)$$

Tritt nun ein $+F$ hinzu, so verschiebt dieses den Punkt M nicht nur von der Hinterachsrichtung nach vorn, sondern auch ein wenig zur Fahrzeuglängsaxe hin, es verkleinert z ein wenig. Demgemäss entfällt es nicht genau zur Hälfte auf P . Bei nicht sehr grossem $+F$ und ziemlich grossem z , etwa grösser als $3s$, können wir aber genau genug $\pm F$ zur Hälfte auf P entfallen lassen und von der kleinen Änderung von z durch F absehen.

Bisher haben wir ein hinten frei laufendes Fahrzeug der Rechnung zu Grunde gelegt. Damit es hinten frei läuft, darf sein Radstand l ein gewisses Verhältnis zum Bogenhalbmesser R bei einem vorhandenen Seitenspiel σ der Radsätze im Geleise nicht überschreiten. Der Höchstwert dieses Verhältnisses ergibt sich leicht an Hand der schematischen Abb. 7. Darin ist in bekannter Weise die Fahrzeugbreite auf die «Spurbreite» 0 und der Abstand der beiden Innenschienenflanken auf das Seitenspiel σ zusammengeschumpft gedacht, bedeutet p den Abstand der Vorderachse vom Krümmungsmittelpunktlot auf die Fahrzeuglängs-

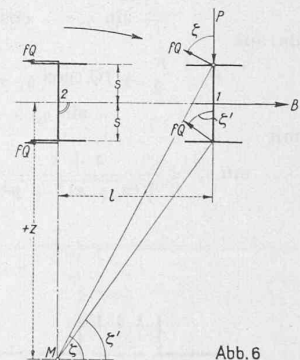


Abb. 6

axe, einem geometrischen Ort von M_1 und soll das Fahrzeug hinten innen bei B' anlaufen. Daraus lesen wir die bekannten Beziehungen ab:

$$y = \frac{(l-p)^2}{2R}, \quad y + \sigma = \frac{p^2}{2R},$$

also

$$\frac{(l-p)^2}{2R} + \sigma = \frac{p^2}{2R}.$$

Es sei $p = al$ mit der Verhältniszahl $a < \text{oder} = \text{oder} > 1$, dann ergibt sich

$$l = \sqrt{\frac{2R\sigma}{2a-1}} \dots \dots \dots (6)$$

als grösster Wert von l , bei dem die Hinterachse noch eben hinten freiläuft. Dieser Ausdruck gilt für $a > 1$, $=$ und < 1 , aber $> 0,5$; bei $a = 0,5$ läuft die Hinterachse *aussen* an. Für den häufigen Zustand $p = l$ oder $a = 1$ darf l höchstens $= \sqrt{2R\sigma}$ sein, damit die Hinterachse noch frei läuft.

Bei $F = 0$ oder negativem F läuft das Fahrzeug bei den üblichen Radständen in engeren Bögen fast immer hinten innen an. Wir wollen jetzt für diesen Fall P bei Auftreten von B und F bestimmen, genauer P und B bei Auftreten von F in Abhängigkeit von z , das wir beliebig variieren. p ist jetzt geometrisch festgelegt auf den gleichbleibenden Wert $\frac{l}{2} + \frac{\sigma}{l}P$, wie sich in bekannter Weise aus den aus Abb. 7 abgelesenen Beziehungen ergibt. M kann sich nicht mehr nach vorn und hinten verschieben. Nach der schematischen Abb. 8 eines vorn aussen bei A und hinten innen bei B' anlaufenden zweiachsigen steifachsigen Fahrzeugs mit den daran angreifenden waagrechten äusseren Kräften bestehen die Gleichgewichtsbedingungen:

$$B - fQ (\sin \eta_1 + \sin \eta'_1 + \sin \eta_2 + \sin \eta'_2) = 0,$$

daraus

$$B = fQ (\sin \eta_1 + \sin \eta'_1 + \sin \eta_2 + \sin \eta'_2) \dots \dots (7)$$

des Moments um Punkt D :

$$Pl - \frac{F}{2}l + fQ (\sin \eta'_1 s + \sin \eta'_2 s - \sin \eta_1 s - \sin \eta_2 s - \cos \eta_1 l - \cos \eta'_1 l) = 0,$$

daraus

$$P = \frac{F}{2} + fQ (\cos \eta_1 + \cos \eta'_1) + \frac{s}{l} fQ (\sin \eta_1 + \sin \eta_2 - \sin \eta'_1 - \sin \eta'_2) \dots \dots (8)$$

mit

$$\sin \eta_1 = \frac{z+s}{\sqrt{(z+s)^2 + p^2}}; \quad \sin \eta'_1 = \frac{z-s}{\sqrt{(z-s)^2 + p^2}}$$

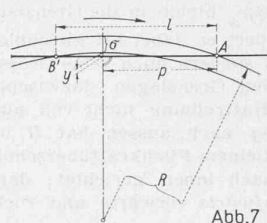


Abb. 7

$$\cos \eta_1 = \frac{p}{\sqrt{(z+s)^2 + p^2}}$$

$$\cos \eta'_1 = \frac{p}{\sqrt{(z-s)^2 + p^2}}$$

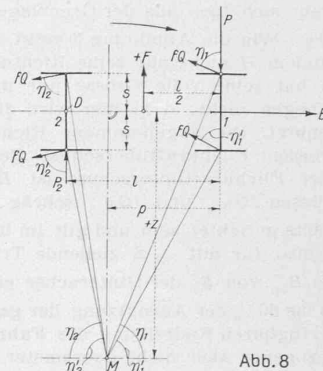


Abb. 8

$$\sin \eta_2 = \frac{z+s}{\sqrt{(z+s)^2 + (l-p)^2}}; \quad \sin \eta'_2 = \frac{z-s}{\sqrt{(z-s)^2 + (l-p)^2}}$$

Aus (7) und (8) ergibt sich B und P für verschiedenes z und F .

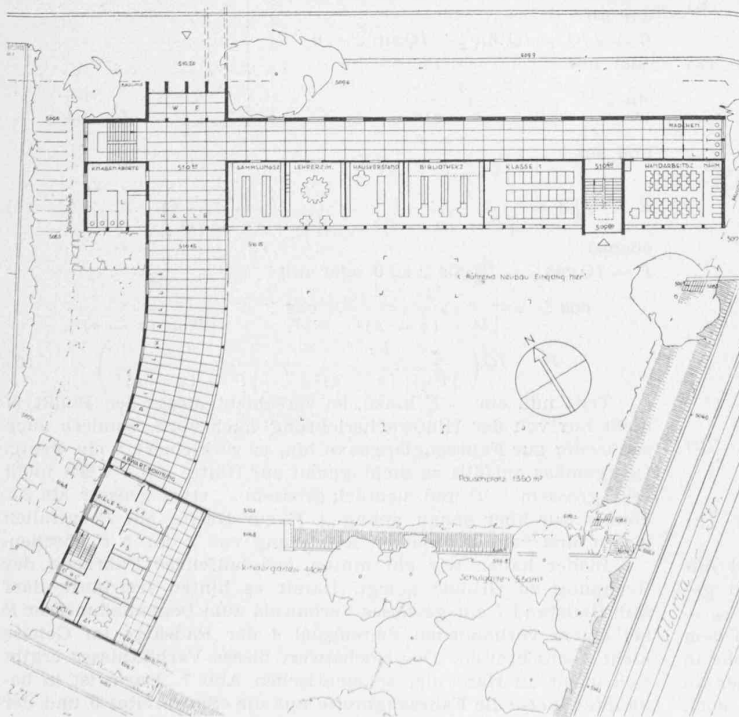
Die auf das Innenrad der Hinterachse ausgeübte Richtkraft interessiert uns hier nicht.

Zugkraftquerkomponenten.

Durchläuft ein Fahrzeug in einem Zuge einen Geleisebogen, so liegen die Zugkraft J_2 , die es auf das folgende Fahrzeug ausübt, und die Zugkraft J_1 , die es vom vorhergehenden erfährt, fast nie in seiner Längsrichtung, sondern fast stets schräg dazu mit Querkomponenten, die das Fahrzeug nach innen oder aussen zu ziehen suchen. Bei den verschiedenen Achsanordnungen sind diese Quer-Wirkungen verschieden. Für einen vierachsigen Drehgestell-Wagen, der zwischen zwei gleichartigen läuft, ergibt sich das Kräftebild der schematischen Abb. 9, worin d den Drehzapfenabstand, u die Entfernung vom Drehzapfen bis zum Angriffspunkt der benachbarten Zugkupplung und k die Länge des Kuppelungsseils zwischen den Angriffspunkten benachbarter Wagen bedeuten, d. h. J_1 und J_2 weichen um den gleichen Winkel $\beta = \frac{\frac{d}{2} + u + \frac{k}{2}}{R}$ von der Fahrzeuglängsrichtung nach innen ab,

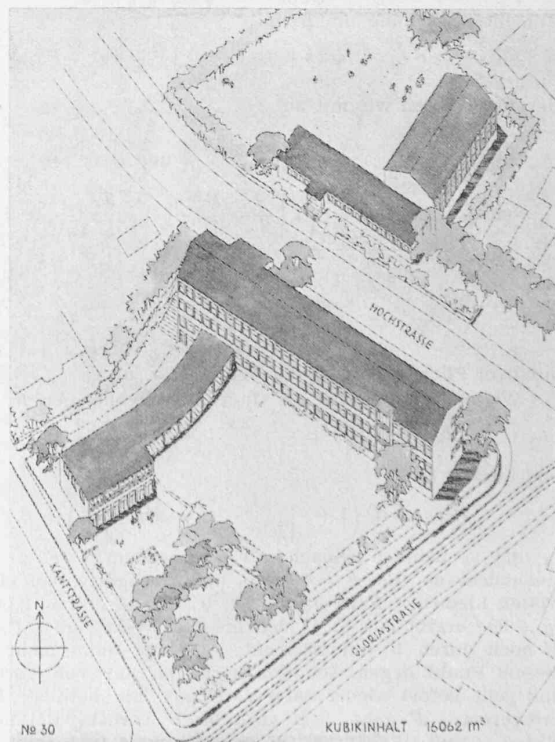
suchen beide das Fahrzeug nach innen zu ziehen, sie üben in den beiden Drehzapfen auf die beiden Drehgestelle die nach innen gerichteten Querkräfte D_1 und D_2 aus, die auf die Richtkräfte P genau so wirken, wie gleichgrosse Fliehkraftunterschüsse $-F_1$ und $-F_2$ an den beiden Drehstellmittlen.

Die streckende Wirkung zusammengedrückter innerer Seitenpuffer auf das vorderste und hinterste Fahrzeug des Zuges sei durch Ausgleichvorrichtungen aufgehoben.



Wettbewerb Schulhaus Hochstrasse in Zürich

IV. Preis ex aequo (1400 Fr.), Entwurf Nr. 30. Verfasser J. R. MRAMOR, Zürich



Erdgeschoss 1:700, Isometrie 1:1500

