Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 111/112 (1938)

Heft: 6

Inhaltsverzeichnis

Band 112 — Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich — Nr. 6

Berechnung der Setzung von Bauwerken

Vortrag im Rahmen des Erdbaukurses der E. T. H., März 1938

Von Prof. Dr. E. MEYER-PETER, Zürich

I. Einleitung.

Der Vortrag bezweckt eine Uebersicht über den heutigen Stand der Theorie der Setzung von Bauwerken zu geben. Dabei kommen vor allem die auf lose Böden (Lockergesteine) abgestellten Bauwerke in Betracht.

Bei der einaxialen Belastung eines prismatischen Stabes durch eine Druckkraft erfährt dieser eine elastische Verkürzung in der Längsaxe und gleichzeitig eine Dehnung in der Querrichtung. Wird die letztgenannte nicht durch äussere Kräfte verhindert, so erleidet jedes Element dz in der Kraftrichtung eine Verkürzung nach Massgabe des Hooke'schen Gesetzes:

$$\Delta dz = \frac{\sigma_z}{E} dz$$

Die Gesamtverkürzung wird:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{\sigma_z}{E} dz$$

und, wenn sowohl die spezifische Beanspruchung σ_z, als auch der Elastizitätsmodul E auf die ganze Stablänge l konstant sind:

$$\Delta l = \frac{\sigma_z}{E} l$$

Falls der Spannungszustand dreiaxial ist, sodass die Querdehnung verhindert wird, lassen sich bekanntlich sowohl die erforderlichen Seitenkräfte, als die Längsdehnung berechnen:

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\sigma_z}{m-1}$$

$$\Delta dz = \frac{\sigma_z}{E} dz \frac{(m+1)(m-2)}{m(m-1)}$$

Man sieht hieraus, dass für die Berechnung der Zusammendrükkung bei verhinderter Seitenausdehnung zwei Materialkonstanten, nämlich der Elastizitätsmodul E und die Poisson-Zahl m gegeben sein müssen.

Um mit Hilfe der mathematischen Elastizitätslehre die Berechnung von Setzungen durchzuführen, wurde der durch das Bauwerk belastete lose Boden als elastisches isotropes Material vorausgesetzt, das sowohl Zug- als Druckbeanspruchungen aushält und das sich in allen Richtungen hinsichtlich Dehnungen und Zusammendrückungen gleich verhält, also einen konstanten, auf Zug und Druck gleichen Elastizitätsmodul und eine konstante Querdehnungszahl aufweist.

So ist im Falle örtlich belasteter Sande zuerst von Boussinesq für verschiedene Spezialfälle sowohl die Spannungsverteilung, als die in einem Punkt des elastisch isotropen Halbraums zu erwartende Setzung theoretisch berechnet worden. Ich kann mich hier auf den Vortrag von Prof. Dr. M. Ritter: «Spannungs-Verteilung im Baugrund» beziehen[1]).

Die Setzung einer rechteckigen Fundamentplatte mit gleichförmiger Lastverteilung ist von Dr. W. Steinbrenner berechnet worden[2]).

Die Brauchbarkeit der Resultate der Setzungsberechnung mit Hilfe der mathemat. Elastizitätslehre hängt nun im wesentlichen vom tatsächlichen elastischen Verhalten des Bodenmaterials ab. *Fröhlich* weist mit Hilfe des Prinzips der *geradlinigen Kraftausbreitung*[3]) (siehe Vortrag von Prof. Dr. M. Ritter) darauf hin, dass neben dem Spannungszustand, der von Boussinesq mit Hilfe der mathematischen Elastizitätslehre gekennzeichnet wurde, auch noch andere Spannungszustände *statisch möglich* sind.

Der Fröhlich'sche Ansatz, für den Fall einer Einzellast, ergibt für die radial gerichtete Hauptspannung σ_r den Ausdruck:

$$\sigma_r = f P \frac{z^{\nu - 2}}{r^\nu} \quad \text{(siehe Abb. 1)}$$

wobei ν eine statisch unbestimmte Grösse ist, die als «Ordnungszahl der Spannungsverteilung» bezeichnet wird. Die Grösse f ergibt sich aus einer einfachen Gleichgewichtsbetrachtung einer Halbkugelschale, wonach folgt:

$$\sigma_r = \frac{\nu P}{2\pi r^2} \cos^{\nu-2} \vartheta \qquad \text{radiale Hauptspannung}$$

$$\sigma_z = \frac{\nu P}{2\pi r^2} \cos^{\nu} \vartheta \qquad \text{vertikale Normalspannung}$$

$$\sigma_h = \frac{\nu P}{2\pi r^2} \cos^{\nu-2} \vartheta \sin^2 \vartheta \qquad \text{horizontale Normalspannung}$$

$$\tau = \frac{\nu P}{2\pi r^2} \cos^{\nu-1} \vartheta \sin \vartheta \qquad \text{Scherspannung (vertikal und hor.)}$$

Nachdem weiter der Nachweis geleistet wird, dass der oben beschriebene Spannungszustand mit demjenigen im elastisch isotropen Halbraum mit der Poissonzahl $m = 2$ übereinstimmt, falls man für $\nu = 3$ setzt, ergibt sich, dass ν nicht kleiner als 3 sein kann, denn dieser Wert beschreibt das Verhalten des nicht zusammendrückbaren Materials. Für praktische Verhältnisse kommen also im Allgemeinen Werte von $\nu > 3$ in Betracht. Wesentlich ist dabei, dass der Fall $\nu = 3$ nur dann möglich ist, wenn ein Material mit konstantem Elastizitätsmodul vorliegt und also das Hooke'sche Gesetz gilt. Der Fall $\nu = 4$ setzt dagegen einen Elastizitätsmodul des Bodens voraus, der zur Tiefe unter der Oberfläche proportional ist. Besitzt der Boden schon in der Tiefe $z = 0$ einen gewissen Wert des Elastizitätsmoduls, so liegt nach Fröhlich der Wert der «Ordnungszahl der Spannungsverteilung» zwischen 3 und 4.

II. Das elastische Verhalten der Böden.

Wie aus dem Vortrag von Ing. R. Haefeli[4]) hervorgeht, wird die Zusammendrückbarkeit der losen Böden nach heutiger Anschauung im wesentlichen darauf zurückgeführt, dass sich bei einer Druckbeanspruchung eine innigere Lagerung der Körner einstellt, wobei das Porenvolumen, bezw. die Porenziffer abnimmt. Die elastische Zusammendrückung der Körner selbst spielt dabei eine untergeordnete Rolle, wodurch sich zum grossen Teil die Tatsache erklärt, dass der primäre Zusammendrückungsvorgang irreversibel ist. Die spezifische Längenänderung eines prismatischen Versuchskörpers ist darnach annähernd durch die Verringerung des Porenvolumens bezogen auf das Gesamtvolumen auszudrücken.

Denkt man sich den Stab (Abb. 2) aus einer Festmasse von der Höhe a, die sämtliche festen Körner enthält, und einer Porenmasse von der Höhe b zusammengesetzt, so dass

$$l = a + b$$

so ist also a konstant, b veränderlich, weshalb $dl = db$. Die spezifische Längenänderung wird: $\frac{dl}{l} = \frac{db}{a+b}$. Anderseits ist laut Definition der Porenziffer ε:

$$\varepsilon = \frac{b}{a}, \text{ woraus } db = a\, d\varepsilon$$

somit

$$\frac{dl}{l} = \frac{a\, d\varepsilon}{a+b} = \frac{d\varepsilon}{1 + \frac{b}{a}} = \frac{d\varepsilon}{1+\varepsilon} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Die Abhängigkeit der Porenziffer vom Normaldruck bei verhinderter Seitenausdehnung muss für jedes Material durch den Oedometerversuch festgestellt werden. Dabei ist klar zu unterscheiden zwischen dem durch die primäre Zusammendrückung erhaltenen Druck-Porenzifferdiagramm (Hauptast) und demjenigen Druckporenzifferdiagramm, das der Schwellkurve ent-

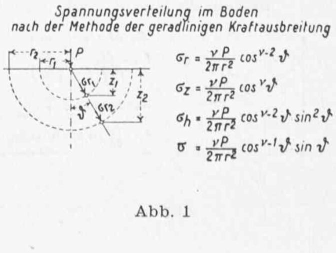

Abb. 1

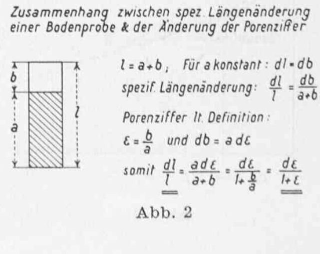

Abb. 2

[1]) Dieser Vortrag wird erscheinen in: «Mitteilungen aus dem Baustatischen Institut der E. T. H.», herausgegeben von Prof. Dr. M. Ritter und Prof. Dr. F. Stüssi.

[2]) «Tafeln zur Setzungsberechnung». «Die Strasse», Heft 4, 1934.

[3]) *O. K. Fröhlich:* «Druckverteilung im Baugrund». Verlag Springer, Berlin, 1934.

[4]) Gedruckt in «SBZ», Bd. 111, Nr. 24 und 26 (Juni 1938).