

Ueber eine einfache Methode zur Bestimmung von Momenten

Autor(en): **Baumann, Martin**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **111/112 (1938)**

Heft 10

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-49788>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Ueber eine einfache Methode zur Bestimmung von Momenten. — Fliehkraft und Verstellpropeller. — Notbrücken für grosse Spannweiten. — Landhaus am Burain in Rüslikon. — Mitteilungen: Wärmehäuser im Haushalt. Radialturbinen für Höchstdruckdampf. Höhenflug. Versuche über Durchzug an Riemscheiben mit Kraftringen. Ein neues Wasserkraftwerk in Mittel-Schweden. Ueber «Die griechische Bau-

kunst und der Architekt von heute». Wegleitungen für Lüftungsanlagen. Das betriebswissenschaftliche Institut an der E. T. H. Die Reichskanzlei in Berchtesgaden. — Wettbewerbe: Fernverkehrsstrasse Baden-Brugg. Aufhebung des Niveauüberganges der SBB in Territet. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Band 111

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet

Nr. 10

Ueber eine einfache Methode zur Bestimmung von Momenten

Von MARTIN BAUMANN, Dipl. Ing., Zürich

Die Bestimmung von Massenmomenten ist eine Aufgabe, die der Konstrukteur häufig zu lösen hat. Beispielsweise spielt die genaue Bestimmung von Trägheits- und Deviationsmomenten eine wichtige Rolle beim Entwurf von Verstellpropellern für Luft- und Wasserfahrzeuge. An anderer Stelle¹⁾ wurde gezeigt, wie Momente beliebiger Ordnung, z. B. auch Massenmomente von beliebig gestalteten Körpern, auf neuartige Weise einfach ermittelt werden können. Die Methode wird hier kurz beschrieben und ihre vielseitige Verwendbarkeit an Beispielen aus dem Maschinenbau gezeigt. Eine Rechentafel (Schablone) wird angegeben, die die Berechnung wesentlich erleichtert.

Bestimmung von axialen Momenten.

Es sei das Moment beliebiger Ordnung einer Fläche F um ein beliebiges Axenkreuz, d. h. das über F zu erstreckende Doppelintegral

$$\partial = \iint_F x^m y^n dx dy$$

zu bestimmen. Darin bedeuten x und y die Abstände eines Flächenelements $df = dx dy$ von den beiden Axen.

Wir schreiben dieses Integral in folgender Form

$$\partial = \iint_F d \left(\frac{x^{m+1}}{m+1} \right) d \left(\frac{y^{n+1}}{n+1} \right) = \frac{1}{k_x k_y (m+1)(n+1)} \iint_{F^*} d\xi d\eta$$

Die hier ausgeführte Transformation (Umformung) $\xi = k_x x^{m+1}$ und $\eta = k_y y^{n+1}$ (k_x, k_y konstant) bedeutet den Uebergang von der x, y -Ebene auf eine ξ, η -Ebene, wobei das ursprüngliche Flächenstück F auf ein Flächenstück F^* (Hilfsfläche) abgebildet wird. Wenn wir dessen Inhalt — das rechts stehende Doppelintegral — gleichfalls mit F^* bezeichnen, wird

$$\partial = \frac{1}{k_x k_y (m+1)(n+1)} F^{*2}$$

Mit k_x und k_y bezeichnen wir für das Aufzeichnen geeignete Verkürzungsbeiwerte in x - bzw. in y -Richtung.

Wir haben das einfache Ergebnis: Das über eine Fläche zu erstreckende Doppelintegral $\partial = \iint x^m y^n dx dy$ kann durch einfaches Umzeichnen der Berandungskurve an Hand der Transformationsgleichungen und Flächenbestimmungen genau gelöst werden.

Bestimmung von polaren Momenten.

Mit Hilfe der Transformation kann man auch polare Momente beliebiger Ordnung einfach ermitteln. Zum Beispiel ist das polare Trägheitsmoment eines Flächenstücks bezüglich eines Punktes O seiner Ebene das über das Flächenstück zu erstreckende Integral

$$J_0 = \iint_F r^2 df$$

¹⁾ M. Baumann: Praktische Anwendungen einer allgemeinen Integrationsmethode zur Bestimmung von Momenten, «Der Stahlbau», Heft 3, 1937, Seite 22. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.

²⁾ Ist a) m oder n , oder sind b) beide Zahlen ungerade, so entsprechen bei der Abbildung jedem vom Nullpunkt verschiedenen Punkt der ξ, η -Ebene a) zwei oder b) vier Punkte der x, y -Ebene. Wird z. B. im Fall $m=1, n=2$ auf den Punkt ξ, η der Punkt x, y abgebildet, so auch der Punkt $-x, y$. In diesem Fall wird das Flächenstück F nur dann umkehrbar eindeutig auf das Flächenstück F^* abgebildet, wenn F ganz in einer der Halbebenen $x \geq 0$ oder $x \leq 0$ liegt. Im Falle $m=1, n=1$ nur dann, wenn F ganz in einem Quadranten der x, y -Ebene liegt. Um eine umkehrbar eindeutige Abbildung der Flächenstücke aufeinander, bei der allein die obige Umgestaltung des Doppelintegrals erlaubt ist, zu erhalten, hat man darum nötigenfalls das Flächenstück F in höchstens vier Stücke zu unterteilen, deren jedes ganz in einer Halbebene, bzw. ganz in einem Quadranten liegt (vergl. die Beispiele an der in Fussnote ¹⁾ angeführten Stelle). Ueber das Vorzeichen des Moments der jeweiligen Teilfläche kann kein Zweifel bestehen.

Dabei bedeutet r den Abstand des Flächenelements $df = (r d\varphi) dr$ vom Bezugspunkt O , vergl. Abb. 1.

Wir schreiben dieses Integral in folgender Form

$$J_0 = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{r_a} r^3 dr = \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} r_a^4(\varphi) d\varphi,$$

vergl. Abb. 1. Zur graphischen Integration zeichnet man die Kurve

$$R_a(\varphi) = k_r r_a^2(\varphi),$$

wo k_r ein geeigneter Verkürzungsbeiwert in radialer Richtung ist.

Die von dieser neuen Kurve eingeschlossene Fläche (Hilfsfläche) ist

$$F^* = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} R_a^2(\varphi) d\varphi = \frac{1}{2} k_r^2 \int_0^{2\pi} r_a^4(\varphi) d\varphi$$

Somit ist

$$J_0 = \frac{1}{2 k_r^2} F^*$$

Ein Beispiel: Zur Berechnung der kritischen Drehzahlen von Kurbelwellen ist die genaue Kenntnis der polaren Massenträgheitsmomente der Einzelteile bezüglich der Drehaxe erforderlich. In Abb. 1 ist ein Kurbelarm eines Dieselmotors dargestellt. Aus Symmetriegründen braucht nur eine Hälfte der Berandung $P(r_a, \varphi)$ transformiert zu werden. Zum Aufzeichnen der gestrichelt gezeichneten Kurve $P^*(R_a, \varphi)$ genügt, wie auch bei den späteren Beispielen, das Ermitteln weniger Punkte. In unserem Beispiel wurde $k_r = 1/10$ gewählt. Wir erhalten $\frac{F^*}{2} = 100,9 \text{ cm}^2$.

Das polare Trägheitsmoment bezüglich des Punktes O wird

$$J_0 = \frac{1}{k_r^2} \frac{F^*}{2} = 10090 \text{ cm}^4.$$

Schon aus diesem Beispiel geht die Anschaulichkeit der Methode hervor. Schneiden wir z. B. die Ecke E am Kurbelarm weg, so wird das

Trägheitsmoment um $\frac{\Delta F^*}{F^*} 100 = \frac{8,5}{100,9} \cdot 100 = 8,5\%$ kleiner.

Dadurch kann bekanntlich die Eigenschwingungszahl der Kurbelwelle erhöht werden.

Weitere Anwendungen.

1. Ermittlung von Massenmomenten.

Je nach der Aufgabe wird man die Lösung vorteilhaft teils graphisch, teils analytisch suchen. Dies werden die folgenden Beispiele zeigen. Es sollen zunächst die Trägheitsmomente eines Massenkörpers bezüglich der drei Raumebenen ermittelt werden. Aus den Trägheitsmomenten kann man mit dem Mohrschen Trägheitskreis das Fliehkraftmoment (Deviationsmoment) einfach ermitteln. Dies ist z. B. wichtig bei der Bestimmung der Ausgleichsgewichte von Verstellpropellern.

In Abb. 2 ist ein solcher Ausgleichkörper, ein Ausschnitt aus einem Umdrehungskörper mit dem Zentriwinkel φ_a , dargestellt. Die x -Axe falle mit der Propelleraxe zusammen, und eine Parallele zur y -Axe sei die Motoraxe, vergleiche Abb. 3. Die tech-

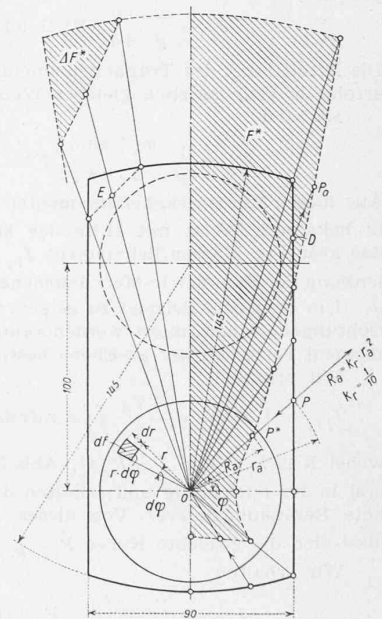


Abb. 1. Ermittlung des polaren Trägheitsmoments bezüglich O

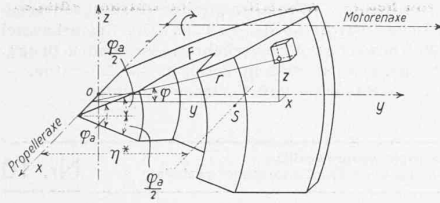


Abb. 2. Ausgleichgewicht für Verstellpropeller

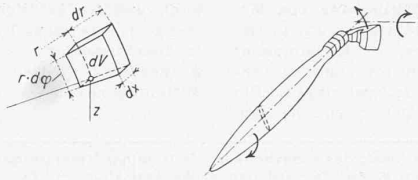
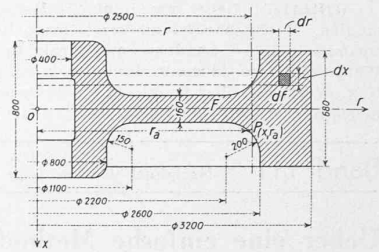


Abb. 3. Drehmomente am Verstellpropeller



nische Funktion eines solchen Ausgleichgewichts ist kurz folgende: Die Fliehkräfte im Propeller suchen diesen in die Bremsstellung (flache Stellung) zu drehen. Die Fliehkräfte des Ausgleichgewichts sollen nun diesen Kräften entgegenwirken, so dass die Regulierarbeit möglichst klein wird.

Die Masse des Raumelements dV beträgt in Polarkoordinaten, Abb. 2,

$$dM = \frac{\gamma}{g} dV = \frac{\gamma}{g} r d\varphi dr dx,$$

wo γ das spezifische Gewicht des Werkstoffes in gr/cm^3 und $g = 981 \text{ cm/sec}^2$ die Erdbeschleunigung bedeuten (Rechnungseinheiten: cm, gr, sec). Ferner ist $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$ und das Massenträgheitsmoment bezüglich der xy -Ebene beträgt

$$J_I = \int z^2 dM = \frac{\gamma}{g} \int_{\frac{\varphi_a}{2}}^{\frac{\varphi_a}{2}} \int_{\frac{\varphi_a}{2}}^{\varphi_a} r^3 dr dx \int \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{\gamma}{g} c^{1/4} \int_{\frac{\varphi_a}{2}}^{\varphi_a} d(r^4) dx$$

$c = 1/2 (\varphi_a - \sin \varphi_a)$ ist vorliegendenfalls ($\varphi_a = 35^\circ$) $= 0,0185$. Das letzte Doppelintegral kann man zeichnerisch mittels der Transformation $R = k_r r^4$ ermitteln. In Abb. 4 ist $k_r = 1/200$ gewählt. Mit $F^* = 28,5 \text{ cm}^2$ erhält man für Gusseisen ($\gamma = 7,25 \text{ gr/cm}^3$):

$$J_I = \frac{\gamma}{g} \frac{c}{4 k_r} F^* = 0,195 \text{ gr cm sec}^2.$$

Die Ermittlung des Trägheitsmomentes bezüglich der xz -Ebene erfolgt in grundsätzlich gleicher Weise.

Es wird

$$J_{II} = \frac{\gamma}{g} \frac{\varphi_a + \sin \varphi_a}{2 \cdot 4 k_r} F^* = 6,23 \text{ gr cm sec}^2.$$

Aus diesen Massenträgheitsmomenten J_I und J_{II} kann man nun in bekannter Weise mit Hilfe des Mohrschen Trägheitskreises das gesuchte Massenfliehmoment $J_{I, II}$ für eine beliebige Auslenkung der Symmetrie-Meridiane aus der xy -Ebene finden.

Um an einem Beispiel zu zeigen, wie in beiden Koordinatenrichtungen transformiert werden kann, wird noch das Trägheitsmoment bezüglich der yz -Ebene bestimmt.

Wir erhalten

$$J_{III} = \int x^2 dM = \frac{\gamma \varphi_a}{g} \int_{\frac{\varphi_a}{2}}^{\varphi_a} \int_{\frac{\varphi_a}{2}}^{\varphi_a} x^2 r dx dr = \frac{\gamma \varphi_a}{6 g k_x k_r} \int_{\frac{\varphi_a}{2}}^{\varphi_a} d\xi dR,$$

wobei $R = k_r r^2$ und $\xi = k_x x^3$, Abb. 5. Wir transformieren zuerst in der r -Richtung und erhalten die strichpunktiert gezeichnete Berandungskurve. Von dieser Kurve $P(x, R_a)$ ausgehend lässt sich die gesuchte Kurve $P(\xi, R_a)$ leicht einzeichnen.

Wir erhalten

$$J_{III} = \frac{\gamma}{g} \frac{\varphi_a}{6 k_x k_r} F^* = 0,409 \text{ gr cm sec}^2$$

2. Ermittlung der Rauminhalte von Umdrehungskörpern.

Das von Rötcher angegebene Verfahren³⁾, nämlich das Aufzeichnen von πd^2 ($d = 2r_a$) in radialer Richtung, ist ein Sonder-

³⁾ Prof. Dr.-Ing. F. Rötcher: Einfache Verfahren zur Ermittlung des Schwerpunktes, des Rauminhalts und der Momente höherer Ordnung, «Z. VDI», Bd. 80 (1936), S. 1351.

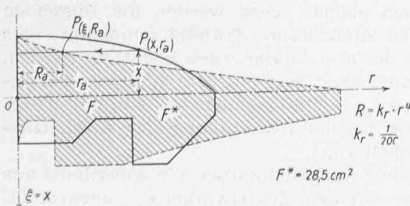


Abb. 4. Ermittlung der Massenträgheitsmomente J_I und J_{II}

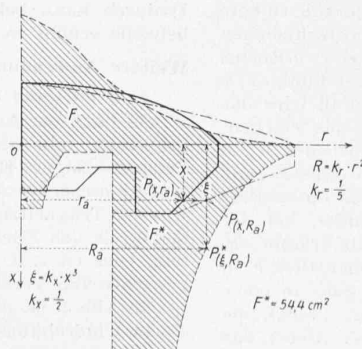


Abb. 5. Ermittlung des Massenträgheitsmoments J_{III} und des Rauminhalts V_A

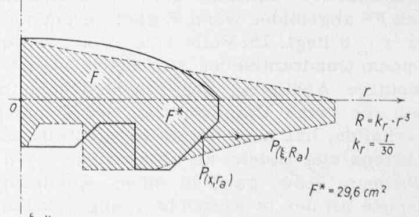


Abb. 6. Ermittlung des statischen Moments

fall der Transformationsmethode. Es ist jedoch einfacher, die Transformation $R = k_r r^2$ vorzunehmen. Der Rauminhalt bestimmt sich für unsern Körper zu

$$V_A = \frac{\varphi_a}{2 k_r} F^* = 41,4 \text{ cm}^3$$

F^* ist der Inhalt der in Abb. 5 von der strichpunktierten Kurve eingeschlossenen, nicht besonders hervorgehobenen Fläche.

3. Ermittlung der statischen Momente von Massenkörpern.

Das statische Moment des Rauminhalts bezüglich der xz -Ebene wird

$$S_{xz} = \int y dV = \int_{\frac{\varphi_a}{2}}^{\frac{\varphi_a}{2}} \int_{\frac{\varphi_a}{2}}^{\varphi_a} r^2 dr dx \int \cos \varphi d\varphi = \frac{2 \sin \frac{\varphi_a}{2}}{3 k_r} \int_{\frac{\varphi_a}{2}}^{\varphi_a} d(r^3) dx$$

Das Doppelintegral ist in Abb. 6 mit Hilfe der Transformation $R = k_r r^3$ ermittelt worden. k_r wurde $1/30$ gewählt.

Somit wird

$$S_{xz} = \frac{2 \sin \frac{\varphi_a}{2}}{3 k_r} F^* = 178,2 \text{ cm}^4$$

4. Ermittlung der Massenträgheitsmomente von Schwungrädern⁴⁾.

In Abb. 7 ist der halbe Schnitt eines Schwungrades dargestellt. Das Massenträgheitsmoment bezüglich der Drehaxe ist

$$J = \int r^2 dM = 2\pi \frac{\gamma}{g} \int \int r^3 dr dx$$

Das Doppelintegral ist das gleiche, das oben bei der Ermittlung von J_I auftrat. Die durch die Transformation $R = k_r r^4$ (r in cm gemessen!) in Abb. 8 erhaltene Fläche hat den Inhalt $F^* = 76,4 \text{ cm}^2$, bei einem Verkürzungsbeiwert $k_r = 1/4000$. Zur Umrechnung auf m ist der Wert von F^* durch 10^{10} zu teilen. Ferner wurde der Schnitt in Bild 7 im Masstab $M = 1/10$ gezeichnet. Für den wirklichen Körper ist das Integral $\frac{1}{M^5}$ mal so gross. Wir erhalten somit als endgültige Gleichung

$$J = \frac{\pi \gamma}{2 g k_r M^5 10^{10}} F^*$$

Für ein Gusseisenrad wird $J = 3545 \text{ kg m sec}^2$.

Die Anteile einfacher Querschnitte wird man vorteilhafter berechnen. Auch den Beitrag von Speichen kann man leicht berechnen. Für einen Arm gilt folgende, praktisch genaue Beziehung

$$J = \frac{\gamma}{30 g} (F_1 + 3 \sqrt{F_1 F_2} + 6 F_2) r_2^3$$

Diese Gleichung stellt das Trägheitsmoment eines Kegelstumpfes bezüglich seiner Grundfläche F_1 dar. Die Deckfläche ist F_2 und seine Höhe r_2 .

⁴⁾ Vergl. das Verfahren von Rötcher an der in Fussnote 3 zitierten Stelle.

Die Schablone zur Ermittlung von Momenten (Abb. 9) ermöglicht das einfache und rasche Aufzeichnen der neuen Kurven $P(\xi, \eta)$, bzw. $P(R, \xi)$. Es ist dies eine Erweiterung eines in diesem Blatt beschriebenen Verfahrens⁵⁾.

Auf der rechteckigen Grundplatte A aus durchsichtigem Werkstoff (z. B. Zelluloid) sind Parabeln der 2., 3. und 4. Ordnung, die entsprechend verkürzt und gegeneinander verschoben sind, durch feine Bohrungen dargestellt. Ferner ist darauf eine durch den Ursprung O^* gehende Strahlenschar, sowie einige mit der y -Achse gleichlaufende Geraden aufgezeichnet.

Die Anwendung dieser Schablone ist in Abb. 9 am Beispiel eines Strömungsquerschnitts erläutert. Die Bezugsaxe wurde der Einfachheit halber als Tangente des Querschnitts gewählt. Die Schablone lässt man längs der Führungsschiene B gleiten, die so auf der Unterlage befestigt ist, dass sie die Bezugsaxe berührt. Die Ermittlung der Momente geschieht nun folgendermassen. Zunächst ist ein Strahl zu wählen. Im dargestellten Beispiel ist dies Strahl 8. Zum Aufzeichnen einzelner Punkte verschiebt man die Schablone und bringt z. B. den Punkt P mit dem entsprechenden Punkt P^* der Flächenberandung zur Deckung. Die zugehörigen Hilfspunkte P_s^* , P_i^* und P_p^* findet man mittels Durchstechen bei den Bohrungen P_s , P_i und P_p . So wird man einige Punkte unzeichnen und die gestrichelt dargestellten Linienzüge erhalten, deren Flächeninhalte ein Mass für die gesuchten Momente sind. Die in der Tafel angegebenen Beiwerte s , i und p dienen zum Berechnen der Momente. Die durch die Integration erhaltenen Beiwerte sowie die Verkürzungsbeiwerte sind darin enthalten.

Z. B. ist das statische Moment der Fläche

$$S_x = s F_s = 1 \cdot 32,1 = 32,1 \text{ cm}^3$$

Da der Flächeninhalt des Querschnitts $F = 18,1 \text{ cm}^2$ beträgt, wird der Schwerpunktsabstand von der Bezugsaxe

$$\eta^* = \frac{S_x}{F} = \frac{32,1}{18,1} = 1,77 \text{ cm}$$

Das Trägheitsmoment ist

$$J_x = i F_i = 4 \cdot 15,7 = 62,8 \text{ cm}^4$$

und bezüglich der Schweraxe wird

$$J_\xi = J_x - \eta^{*2} F = 62,8 - 1,77^2 \cdot 18,1 = 5,8 \text{ cm}^4$$

Für das Moment der 4. Ordnung erhalten wir

$$J_p = p F_p = 18 \cdot 9,65 = 173,7 \text{ cm}^5$$

Will man die Momente möglichst genau ermitteln, so wird man danach trachten, grosse Hilfsflächen F_s , F_i und F_p zu erhalten. In unserem Beispiel hätten wir dies erreichen können durch Wahl der Geraden 7 statt der Geraden 8. Auch wird die direkte

⁵⁾ M. Baumann, Neue Methode zur Bestimmung des Trägheitsmomentes eines beliebigen Querschnitts, «SEZ», Bd. 104, 1934, Nr. 11, S. 121.

Ermittlung des Trägheitsmomentes bezüglich der Schweraxe genauer als die nachherige Berechnung.

Ferner können noch folgende Momente mit Hilfe der Schablone ermittelt werden. Zum Aufzeichnen sind die entsprechenden Parabeln zu verwenden. Das Deviationsmoment (Fliehmoment)

$$J_{xy} = s_1 s_2 F_{xy} \text{ cm}^4$$

wo mit s_1 und s_2 die entsprechenden Beiwerte in den beiden Achrichtungen bezeichnet werden (Transformation in beiden Achrichtungen notwendig). Die Hilfsflächen des I. und III. Quadranten sind positiv, diejenigen des II. und IV. sind negativ zu zählen.

Das polare Trägheitsmoment

$$J_o = o F_o \text{ cm}^4$$

Zum Bestimmen einzelner Hilfspunkte kann man folgendermassen vorgehen. Man bringt z. B. den Punkt C der Schablone mit dem Bezugspunkt O zur Deckung, dreht die Schablone, bis der Punkt D (bei Wahl der Geraden 10) mit einem Punkt der Berandung übereinstimmt und sticht den gesuchten Punkt bei P_o durch, vergl. Abb. 1.

Das Massenträgheitsmoment von Schwungrädern

$$J = \frac{2\pi\gamma}{g} \frac{p}{M^5 10^{10}} F_p \text{ kg m sec}^2$$

Darin bedeutet M den Zeichnungsstab.

Der Rauminhalt von Umdrehungskörpern

$$V = 2\pi s F_s \text{ cm}^3$$

Die Masse von Umdrehungskörpern

$$M = \frac{2\pi\gamma}{g} s F_s = \frac{\gamma}{g} V \text{ kg cm sec}^2$$

$\frac{\gamma}{g}$ hat folgende numerische Werte: für Gusseisen 739 und für Stahlguss $800 \text{ kg m}^{-4} \text{ sec}^2$.

Fliehkraft und Verstellpropeller

In dem vorangehenden Aufsatz von Ing. M. Baumann veranschaulicht Abb. 3, S. 114 die Tatsache, dass die Fliehkraft einen (statisch und dynamisch ausbalancierten) Propeller nicht nur auf Zug, sondern auch auf Torsion beansprucht. Die Verhältnisse lassen sich im Wesentlichen an dem in der umstehenden Abb. 1 skizzierten Modell erläutern, bestehend aus einem Klümpchen von der Masse m und drei rechtwinklig aneinandergesetzten, starren, masselosen Stäben (stark ausgezogen) von den Längen x, y, z . Dieses starre System S sei, in O befestigt, um die x -Achse (Flügelaxe) drehbar. Denkt man sich zur weiteren Vereinfachung die Schwerkraft aufgehoben, so bleibt der Massenpunkt m , einmal ruhend, in Bezug auf das gezeichnete Koordinatenkreuz an seinem Platz — sofern dieses Kreuz selber ruht. Läuft aber die x -Achse um die y -Achse (Motoraxe) mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um (im einen oder andern Sinn), so bleibt für einen fest an die Motoraxe gebundenen Beobachter B das System S keineswegs in Ruhe (geschweige denn für einen ruhenden Beobachter), sondern beginnt eine (pendelnde) Drehbewegung um die x -Achse. Dies bekanntlich darum, weil für B der Massenpunkt m sich nicht kräftefrei verhält (auch für einen ruhenden Beobachter nicht: Zwangskraft der Stange z !), sondern so, als ob er sich in einem radial von der y -Achse weggerichteten, proportional der Entfernung a von dieser anwachsenden Kraftfeld, dem Feld der Zentrifugalkraft, befinde. Diese Kraft, vom Betrag $m\omega^2 a$, übt auf S ein Drehmoment von der Stärke $m\omega^2 yz$ in dem durch den Pfeil angedeuteten Sinn um die x -Achse aus. Soll S relativ zu B in Ruhe verharren, so ist auf S ein diesem Moment entgegengesetztes gleiches auszuüben.

Denken wir uns dieses primitive Modell zu einem um die x -Achse verstellbaren Propellerflügel ausgestaltet, von dem in Abb. 1 ein Querschnitt, in der Entfernung r von O , angedeutet ist. Ein mit dem Flügel fest verbundenes Axenkreuz x, y, z falle in der zunächst betrachteten «Ausgangsstel-

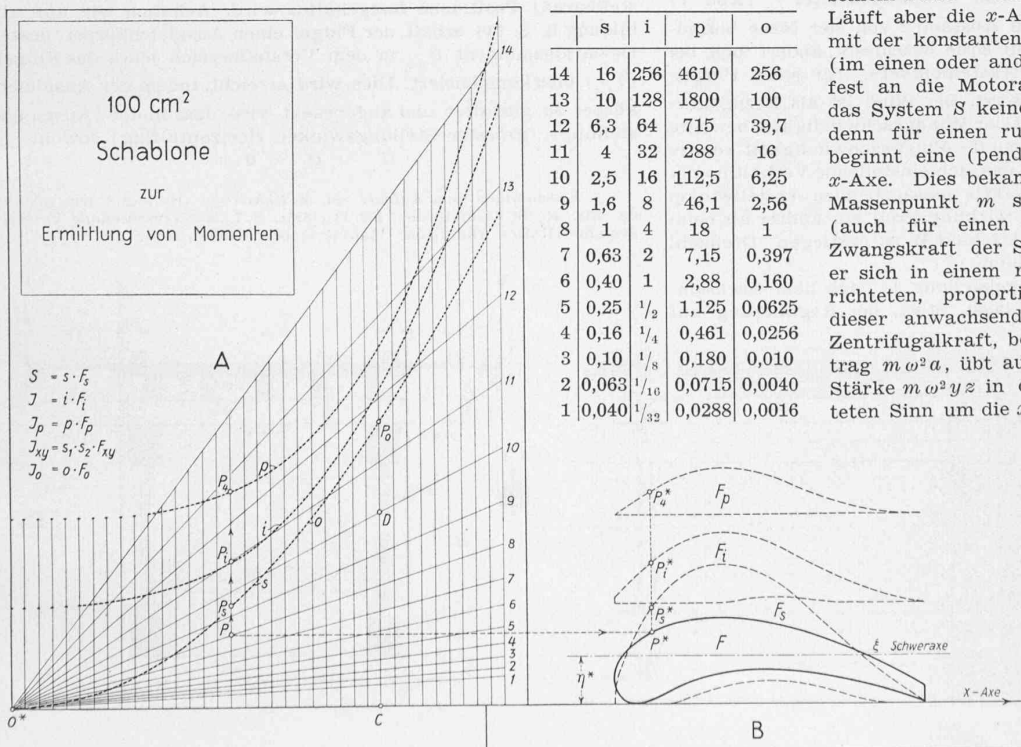


Abb. 9. Schablone zur Ermittlung von Momenten (Abbildung 4/10 natürlicher Grösse)