

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 109/110 (1937)  
**Heft:** 13

## **Inhaltsverzeichnis**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Berechnung des eingespannten Bogens für verschiedene Elastizitätsziffern im Hohlquerschnitt nach der Elastizitätstheorie. — Wettbewerb für eine Schulhausanlage im Marzillmoos in Bern. — Die Internationale Rheinregulierung von der Illmündung bis zum Bodensee. — Vom Rheindelta in der Fussacher Bucht. — Von der Weltkraftkonferenz. — Mitteilungen: Grossräumige Salzlagerhalle in Holz. Schweiz. Pumpen

und Turbinen für Aegypten. Der Lauf der Drehgestellradsätze in der Geraden. Führerkurse des psychotechn. Institutes Zürich. Betoninstruktionskurs. Wirtschaftliches Autofahren. Ortsbewegliche Kirchen. Die Störström-Brücke. Die Graphische Sammlung der E. T. H. — Nekrologe: Franz Küppel. Carl Strasser. — Wettbewerbe: Neue Pfarrkirche in Littau (Luzern). — Literatur. — Mitteilungen der Vereine.

Band 110

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 13

## Berechnung des eingespannten Bogens für verschiedene Elastizitätsziffern im Hohlquerschnitt nach der Elastizitätstheorie

Von Dr. Ing. ALFRED HAWRANEK, o. Prof. der Deutschen Technischen Hochschule Brünn

Die Herstellung von Eisenbeton-Bogenbrücken mit Hohlquerschnitt führt aus praktischen Gründen und wie Ausführungen beweisen, zur Betonierung des Bogens in mehreren Abschnitten. Es wird vorerst die untere Platte 1 bis 2 (Abb. 1) betoniert, dann erfolgt die Ausführung der Wände  $W$ , und schliesslich der oberen Platte 3 bis 4. Manchmal wurden auch mit der unteren Platte Teile der Wände gleichzeitig betoniert. Der für diese Arbeit bei grossen Spannweiten nötige, beträchtliche Zeitaufwand ist abhängig von der täglichen Leistung beim Betonieren (die etwa mit 100 m<sup>3</sup>/Tag angenommen werden kann), von der Brückenbreite und von der Stützweite. Selbst wenn man die beim Bau auftretenden Streuungen der Betongüte, die etwa 15 bis 20% ausmachen können, berücksichtigt, ergeben sich doch wegen des verschiedenen Alters des Betons in der unteren, bzw. oberen Platte verschiedene Elastizitätsziffern, die im geschlossenen Bogen für die weiteren Belastungen, für das Schwinden und für die plastische Verformung Änderungen der statisch unbestimmten Grössen und damit der Momente und Normalkräfte gegenüber einer Rechnung mit konstantem  $E$ -Wert bedingen. Deshalb sollen die bezüglichen Gleichungen für die statisch unbestimmten Grössen nach der Elastizitätstheorie abgeleitet werden. Diese Untersuchungen werden besonders dann notwendig werden, wenn man anlässlich der Ausrüstung des Bogens, behufs besserer Verteilung der Grösstwerte der Spannungen, mit hydraulischen Pressen arbeitet.

### I. Ableitung der allgemeinen Formeln

Allgemein soll angenommen werden, dass in irgend einem Bogenquerschnitt die untere Platte eine Elastizitätsziffer  $E_1$ , die obere  $E_2$  besitzt. Dazwischen erfolge der Uebergang in den Wänden linear (Abb. 2). Sonst seien die  $E_1$  und  $E_2$  in den einzelnen Bogenquerschnitten beliebig angenommen, aber für symmetrisch gelegene Bogenpunkte in der gleichen Verteilung.  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  seien die Randspannungen und  $\Delta u$ ,  $\Delta o$  die Faserverkürzungen durch die exzentrische Normalkraft  $N_x$ . Weiter wird angenommen, dass die Querschnitte eben bleiben und im Bogen nur Druckspannungen, bzw. keine unzulässigen Zugspannungen im Beton auftreten. Eisenbetonbogen seien symmetrisch bewehrt. Dann sind die Spannungen

$$\sigma_1 = \frac{N_x}{F} - \frac{M_x v}{J}, \quad \sigma_2 = \frac{N_x}{F} + \frac{M_x v}{J} \quad \dots \quad (1)$$

Die Verdrehung des Querschnittes sei  $d\varphi$ , wobei mit den Bezeichnungen der Abb. 2:

$$d\varphi = \frac{\Delta o - \Delta u}{2v} = \frac{ds}{2v} \left( \frac{\sigma_2}{E_2} - \frac{\sigma_1}{E_1} \right) = \frac{ds}{2v} \left[ \frac{N_x}{F} \left( \frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1} \right) + \frac{M_x v}{J} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \right] \quad (2)$$

Wir bezeichnen mit

$$k_1 = \frac{E_1}{E_2} + 1, \quad k_2 = \frac{E_1}{E_2} - 1, \quad k = \frac{k_2}{k_1} \quad \dots \quad (3)$$

dann ergibt sich

$$d\varphi = \frac{k_2 ds}{2v E_1} \left[ \frac{N_x}{F} + \frac{M_x v}{k J} \right] \quad \dots \quad (4)$$

Die Verkürzung der Bogenaxe  $\Delta ds = \frac{1}{2} (\Delta o + \Delta u)$  rechnet sich zu

$$\Delta ds = \frac{ds}{2} \left( \frac{\sigma_1}{E_1} + \frac{\sigma_2}{E_2} \right) = \frac{ds}{2 E_1} \left[ \frac{N_x}{F} \left( \frac{E_1}{E_2} + 1 \right) + \frac{M_x v}{J} \left( \frac{E_1}{E_2} - 1 \right) \right] \quad \text{oder} \quad \Delta ds = \frac{k_1 ds}{2 E_1} \left[ \frac{N_x}{F} + \frac{M_x v k}{J} \right] \quad (5)$$

Ausserdem wird

$$\begin{aligned} \Delta dx &= \Delta ds \cos \varphi \\ \Delta dy &= \Delta ds \sin \varphi \end{aligned} \quad \dots \quad (6)$$

Wir behandeln einen *symmetrischen, eingespannten Bogen*. Der Koordinatenanfangspunkt wird in den elastischen Schwerpunkt verlegt, die positiven Axrichtungen sind für  $x$  nach links, für  $y$  nach oben angenommen (Abb. 3).

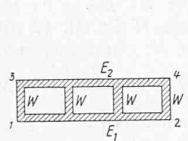


Abb. 1

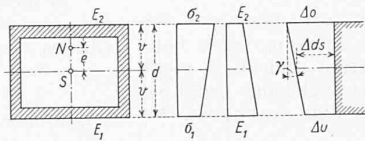


Abb. 2

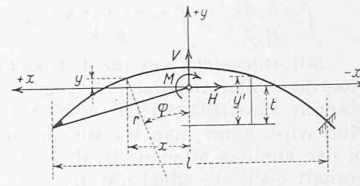


Abb. 3

Die Verschiebung  $\Delta l$  eines Elementes in der Richtung der  $x$ -Achse ist

$$\Delta l = y d\varphi - \Delta ds \cos \varphi + \alpha t ds \cos \varphi.$$

Für unverschiebliche Widerlager ist

$$\begin{aligned} 1. \quad & \int \frac{y k_2 ds}{2v E_1} \left[ \frac{N_x}{F} + \frac{M_x v}{k J} \right] - \int \frac{k_1 ds \cos \varphi}{2 E_1} \left[ \frac{N_x}{F} + \frac{M_x v k}{J} \right] + \alpha t l = 0 \\ \text{Die Verschiebung in der Richtung der } y\text{-Achse wird} \\ & \Delta v = -x d\varphi + \Delta ds \sin \varphi - \alpha t ds \sin \varphi, \text{ daraus} \\ 2. \quad & - \int \frac{x k_2 ds}{2v E_1} \left[ \frac{N_x}{F} + \frac{M_x v}{k J} \right] + \int \frac{k_1 ds \sin \varphi}{2 E_1} \left[ \frac{N_x}{F} + \frac{M_x v k}{J} \right] = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

die Verdrehung

$$3. \quad \int \frac{k_2 ds}{2v E_1} \left[ \frac{N_x}{F} + \frac{M_x v}{k J} \right] = 0$$

Alle Integrale sind über die ganze Bogenlänge auszudehnen.

Die drei im elastischen Schwerpunkt angreifenden statisch unbestimmten Grössen sind  $H$ ,  $V$ ,  $M$ . Das statisch bestimmte Grundsystem ist der nur im rechten Kämpfer eingespannte Freitrag.

Das Moment  $M_x = M_x + M - H y - V x$   
Die Normalkraft  $N_x = H \cos \varphi + Q_x \sin \varphi$

$$\left. \begin{aligned} & \text{wobei die lotrechte Querkraft } Q_x = V + Q_x = V - \sum_x G \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Mit diesen Werten erhält man die Gleichungen

$$\begin{aligned} 1. \quad & H \left[ \int \frac{y^2 k_1 ds}{E_1 J} - \int \frac{y k_2 v ds \cos \varphi}{E_1 J} - \int \frac{y k_2 ds \cos \varphi}{v E_1 F} \right] + \int \frac{k_1 ds \cos^2 \varphi}{E_1 F} = \int \frac{M_x y k_1 ds}{E_1 J} - \int \frac{M_x k_2 v ds \cos \varphi}{E_1 J} + \int \frac{Q_x y k_2 ds \sin \varphi}{v E_1 F} - \int \frac{Q_x k_1 ds \sin \varphi \cos \varphi}{E_1 F} + 2 \alpha t l \\ 2. \quad & V \left[ \int \frac{x^2 k_1 ds}{E_1 J} + \int \frac{k_1 ds \sin^2 \varphi}{E_1 F} \right] = \int \frac{M_x x k_1 ds}{E_1 J} - \int \frac{M_x k_2 v ds \sin \varphi}{E_1 J} + \int \frac{Q_x x k_2 ds \sin \varphi}{v E_1 F} - \int \frac{Q_x k_1 ds \sin^2 \varphi}{E_1 F} \\ 3. \quad & M \int \frac{k_1 ds}{E_1 J} = - \int \frac{M_x k_1 ds}{E_1 J} + H \left[ \int \frac{y k_1 ds}{E_1 J} - \int \frac{k_2 ds \cos \varphi}{v E_1 F} \right] - \int \frac{Q_x k_2 ds \sin \varphi}{v E_1 F} \end{aligned} \quad (9)$$

In diesen Gleichungen wurden schon mit Rücksicht auf das gewählte Koordinatensystem jene Glieder gestrichen, deren Faktoren Null sind, und zwar: