Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 109/110 (1937)
Heft: 13

Inhaltsverzeichnis

INHALT: Berechnung des eingespannten Bogens für verschiedene Elastizitätsziffern im Hohlquerschnitt nach der Elastizitätstheorie. — Wettbewerb für eine Schulhausanlage im Marzilimoos in Bern. — Die Internationale Rheinregulierung von der Illmündung bis zum Bodensee. — Vom Rheindelta in der Fussacher Bucht. — Von der Weltkraftkonferenz. — Mitteilungen: Grossräumige Salzlagerhalle in Holz. Schweiz. Pumpen und Turbinen für Aegypten. Der Lauf der Drehgestellradsätze in der Geraden. Führerkurse des psychotechn. Institutes Zürich. Betoninstruktionskurs. Wirtschaftliches Autofahren. Ortsbewegliche Kirchen. Die Storström-Brücke. Die Graphische Sammlung der E. T. H. — Nekrologe: Franz Köppel. Carl Strasser. — Wettbewerbe: Neue Pfarrkirche in Littau (Luzern). — Literatur. — Mitteilungen der Vereine.

Band 110

Nr. 13

Berechnung des eingespannten Bogens für verschiedene Elastizitätsziffern im Hohlquerschnitt nach der Elastizitätstheorie

Von Dr. Ing. ALFRED HAWRANEK, o. Prof. der Deutschen Technischen Hochschule Brünn

Die Herstellung von Eisenbeton-Bogenbrücken mit Hohlquerschnitt führt aus praktischen Gründen und wie Ausführungen beweisen, zur Betonierung des Bogens in mehreren Abschnitten. Es wird vorerst die untere Platte 1 bis 2 (Abb. 1) betoniert, dann erfolgt die Ausführung der Wände W, und schliesslich der oberen Platte 3 bis 4. Manchmal wurden auch mit der unteren Platte Teile der Wände gleichzeitig betoniert. Der für diese Arbeit bei grossen Spannweiten nötige, beträchtliche Zeitaufwand ist abhängig von der täglichen Leistung beim Betonieren (die etwa mit 100 m³/Tag angenommen werden kann), von der Brückenbreite und von der Stützweite. Selbst wenn man die beim Bau auftretenden Streuungen der Betongüte, die etwa 15 bis 20 % ausmachen können, berücksichtigt, ergeben sich doch wegen des verschiedenen Alters des Betons in der unteren, bezw. oberen Platte verschiedene Elastizitätsziffern, die im geschlossenen Bogen für die weiteren Belastungen, für das Schwinden und für die plastische Verformung Aenderungen der statisch unbestimmten Grössen und damit der Momente und Normalkräfte gegenüber einer Rechnung mit konstantem E-Wert bedingen. Deshalb sollen die bezüglichen Gleichungen für die statisch unbestimmten Grössen nach der Elastizitätstheorie abgeleitet werden. Diese Untersuchungen werden besonders dann notwendig werden, wenn man anlässlich der Ausrüstung des Bogens, behufs besserer Verteilung der Grösstwerte der Spannungen, mit hydraulischen Pressen arbeitet.

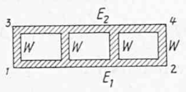

Abb. 1

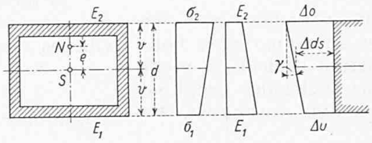

Abb. 2

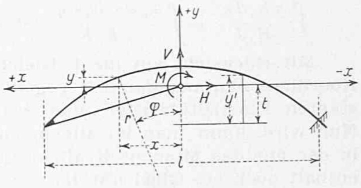

Abb. 3

I. Ableitung der allgemeinen Formeln

Allgemein soll angenommen werden, dass in irgend einem Bogenquerschnitt die untere Platte eine Elastizitätsziffer E_1, die obere E_2 besitzt. Dazwischen erfolge der Uebergang in den Wandteilen linear (Abb. 2). Sonst seien die E_1 und E_2 in den einzelnen Bogenquerschnitten beliebig angenommen, aber für symmetrisch gelegene Bogenpunkte in der gleichen Verteilung. σ_1 und σ_2 seien die Randspannungen und Δu, Δo die Faserverkürzungen durch die exzentrische Normalkraft N_x. Weiter wird angenommen, dass die Querschnitte eben bleiben und im Bogen nur Druckspannungen, bezw. keine unzulässigen Zugspannungen im Beton auftreten. Eisenbetonbogen seien symmetrisch bewehrt. Dann sind die Spannungen

$$\sigma_1 = \frac{N_x}{F} - \frac{M_x v}{J}, \quad \sigma_2 = \frac{N_x}{F} + \frac{M_x v}{J} \quad . \; . \; . \quad (1)$$

Die Verdrehung des Querschnittes sei $d\varphi$, wobei mit den Bezeichnungen der Abb. 2:

$$d\varphi = \frac{\Delta o - \Delta u}{2v} = \frac{ds}{2v}\left(\frac{\sigma_2}{E_2} - \frac{\sigma_1}{E_1}\right) =$$

$$= \frac{ds}{2v}\left[\frac{N_x}{F}\left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1}\right) + \frac{M_x v}{J}\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)\right] \quad . \quad (2)$$

Wir bezeichnen mit

$$k_1 = \frac{E_1}{E_2} + 1, \quad k_2 = \frac{E_1}{E_2} - 1, \quad k = \frac{k_2}{k_1} \quad . \; . \quad (3)$$

dann ergibt sich

$$d\varphi = \frac{k_2\, ds}{2v E_1}\left[\frac{N_x}{F} + \frac{M_x v}{kJ}\right] \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Die Verkürzung der Bogenaxe $\Delta ds = \frac{1}{2}(\Delta o + \Delta u)$ rechnet sich zu

$$\Delta ds = \frac{ds}{2}\left(\frac{\sigma_1}{E_1} + \frac{\sigma_2}{E_2}\right) = \frac{ds}{2E_1}\left[\frac{N_x}{F}\left(\frac{E_1}{E_2} + 1\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{M_x v}{J}\left(\frac{E_1}{E_2} - 1\right)\right] \text{ oder } \Delta ds = \frac{k_1\, ds}{2E_1}\left[\frac{N_x}{F} + \frac{M_x v k}{J}\right] \quad (5)$$

Ausserdem wird

$$\left.\begin{aligned} \Delta dx &= \Delta ds \cos\varphi \\ \Delta dy &= \Delta ds \sin\varphi \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Wir behandeln einen *symmetrischen, eingespannten Bogen*. Der Koordinatenanfangspunkt wird in den elastischen Schwerpunkt verlegt, die positiven Axrichtungen sind für x nach links, für y nach oben angenommen (Abb. 3).

Die Verschiebung Δl eines Elementes in der Richtung der x-Axe ist

$$\Delta l = y\, d\varphi - \Delta ds \cos\varphi + \alpha t\, ds \cos\varphi .$$

Für unverschiebliche Widerlager ist

1. $$\int \frac{y k_2\, ds}{2v E_1}\left[\frac{N_x}{F} + \frac{M_x v}{kJ}\right] - \int \frac{k_1\, ds \cos\varphi}{2E_1}\left[\frac{N_x}{F} + \frac{M_x v k}{J}\right] + \alpha t l = 0$$

Die Verschiebung in der Richtung der y-Axe wird

$$\Delta v = -x\, d\varphi + \Delta ds \sin\varphi - \alpha t\, ds \sin\varphi, \text{ daraus}$$

2. $$-\int \frac{x k_2\, ds}{2v E_1}\left[\frac{N_x}{F} + \frac{M_x v}{kJ}\right] + \int \frac{k_1\, ds \sin\varphi}{2E_1}\left[\frac{N_x}{F} + \frac{M_x v k}{J}\right] = 0 \quad (7)$$

die Verdrehung

3. $$\int \frac{k_2\, ds}{2v E_1}\left[\frac{N_x}{F} + \frac{M_x v}{kJ}\right] = 0$$

Alle Integrale sind über die ganze Bogenlänge auszudehnen.

Die drei im elastischen Schwerpunkt angreifenden statisch unbestimmten Grössen sind H, V, M. Das statisch bestimmte Grundsystem ist der nur im rechten Kämpfer eingespannte Freiträger.

$$\left.\begin{aligned} &\text{Das Moment } M_x = \mathfrak{M}_x + M - Hy - Vx \\ &\text{Die Normalkraft } N_x = H\cos\varphi + Q_x \sin\varphi \\ &\text{wobei die lotrechte Querkraft } Q_x = V + \mathfrak{Q}_x = V - \sum_x^{\frac{l}{2}} G \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Mit diesen Werten erhält man die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}
&1.\ H\left[\int \frac{y^2 k_1\, ds}{E_1 J} - \int \frac{y k_2 v\, ds \cos\varphi}{E_1 J} - \int \frac{y k_2\, ds \cos\varphi}{v E_1 F} + \int \frac{k_1\, ds \cos^2\varphi}{E_1 F}\right] = \int \frac{\mathfrak{M}_x y k_1\, ds}{E_1 J} - \int \frac{\mathfrak{M}_x k_2 v\, ds \cos\varphi}{E_1 J} + \\
&\qquad + \int \frac{\mathfrak{Q}_x y k_2\, ds \sin\varphi}{v E_1 F} - \int \frac{\mathfrak{Q}_x k_1\, ds \sin\varphi \cos\varphi}{E_1 F} + 2\alpha t l \\
&2.\ V\left[\int \frac{x^2 k_1\, ds}{E_1 J} + \int \frac{k_1\, ds \sin^2\varphi}{E_1 F}\right] = \int \frac{\mathfrak{M}_x x k_1\, ds}{E_1 J} - \\
&\qquad - \int \frac{\mathfrak{M}_x k_2 v\, ds \sin\varphi}{E_1 J} + \int \frac{\mathfrak{Q}_x x k_2\, ds \sin\varphi}{v E_1 F} - \int \frac{\mathfrak{Q}_x k_1\, ds \sin^2\varphi}{E_1 F} \\
&3.\ M \int \frac{k_1\, ds}{E_1 J} = -\int \frac{\mathfrak{M}_x k_1\, ds}{E_1 J} + \\
&\qquad + H\left[\int \frac{y k_1\, ds}{E_1 J} - \int \frac{k_2\, ds \cos\varphi}{v E_1 F}\right] - \int \frac{\mathfrak{Q}_x k_2\, ds \sin\varphi}{v E_1 F}
\end{aligned}\right\} (9)$$

In diesen Gleichungen wurden schon mit Rücksicht auf das gewählte Koordinatensystem jene Glieder gestrichen, deren Faktoren Null sind, und zwar: