

Zeitschrift:	Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber:	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band:	107/108 (1936)
Heft:	23
Artikel:	Berechnung nicht biegungssteifer Rotationsschalen für Winddruck
Autor:	Wiedemann, Erich
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-48412

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Berechnung nicht biegssteifer Rotationsschalen für Winddruck. — Der Eisenbahnbau in Iran. — Das Schweizer Bundesbrief-Archiv in Schwyz. — Die Klima-Anlage des Bundesbriefarchivs. — Mitteilungen: Zur III. Weltkraftkonferenz in Washington 1936. Wärmefluss als Korrosionsursache. Von der Tätigkeit des Eidg. Amtes für Wasserkirtschaft. Hochspannungsschaltanlagen BBC. 50 Jahre Bosch-Zündler. Die

Wirtschaftslage in Persien. Berücksichtigung der Gurtsteifigkeit bei der Berechnung der «mittragenden Breite». Die Bewässerung Irans. Stilllegung der SBB-Linie Oettwil-Niederglatt. — Wettbewerbe: Tonhalle und Kongressgebäude in Zürich. Bahnhofgebäude in Saloniki und Athen. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Schweiz. Verband für die Materialprüfungen der Technik. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Band 108

Der S.I.A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 23

Berechnung nicht biegssteifer Rotationsschalen für Winddruck

Von Ing.-Arch. ERICH WIEDEMANN, Universität Riga, Lettland

$$\text{Windgesetz: } w = w_0 \sin \varphi \sin \psi$$

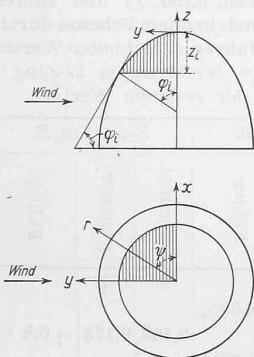
Voraussetzung: Einwandfreie, den reinen Membranzustand garantierende Auflagerbedingungen.

H. Reissner¹⁾ hat diese Aufgabe für die Kugelschale streng gelöst; Fr. Dischinger²⁾ hat die Untersuchungen auf die Zylinder- und Kegelschale ausgedehnt und zugleich ein Verfahren angegeben, das gestattet, beliebige Rotationsschalen für Winddruck zu berechnen: es ist das graphisch-analytische Verfahren der Differenzenrechnung.

Die Berechnung der Meridianspannungsresultante T_1 und der Schubspannungsresultante S gestaltet sich sehr einfach. Zur Berechnung der Ringspannungsresultante T_2 bedient sich Dischinger der bekannten Beziehung zwischen T_1 und T_2 beim Membranzustande (mit den von Dischinger benutzten Bezeichnungen)

$$\frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2} = Z.$$

Im Falle, dass die Meridiankurve nicht analytisch, sondern nur graphisch gegeben ist («beliebige» Rotationsschale), stößt die Berechnung der Ringspannungsresultante T_2 auf eine Schwierigkeit: die Krümmungsradien R_1 und R_2 , die wir zur Berechnung von T_2 benötigen, können nicht analytisch bestimmt werden. Wohl kann der Querkrümmungsradius R_2 ohne Schwierigkeit direkt aus der Zeichnung abgegriffen werden; schwierig ist es aber, den Meridiankrümmungsradius R_1 zu bestimmen. Dischinger empfiehlt «entweder die Meridiankurve durch eine Reihe von Korbboegen zu ersetzen und auf diese Weise für die einzelnen Längenelemente der Meridiankurve die Krümmungsradien R_1 zu ermitteln, oder sich aus den Koordinaten von drei benachbarten Punkten der Meridiankurve die Größe der Meridiankrümmungsradien zu errechnen».



Aufgabe dieser Abhandlung soll es sein, einen Weg zur Berechnung beliebiger Rotationsschalen für Winddruck zu zeigen, bei welchem die eben geschilderten Schwierigkeiten vermieden werden, indem alle Berechnungen ganz ohne Zu-hilfenahme der Krümmungsradien durchgeführt werden.

Aus unserer Rotationsschale denken wir uns durch drei zueinander senkrechte Schnitte:

den « z_i »-Parallelkreisschnitt (\perp zur z -Achse) im Abstand z_i vom Scheitel,
den « x »-Meridianschnitt (\perp zur x -Achse) und
den « y »-Meridianschnitt (\perp zur y -Achse),
ein Kappenviertel herausgeschnitten.

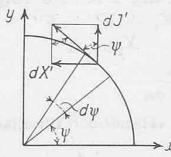
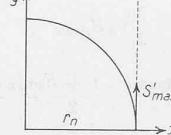
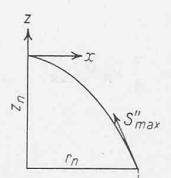
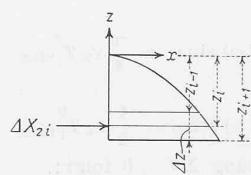
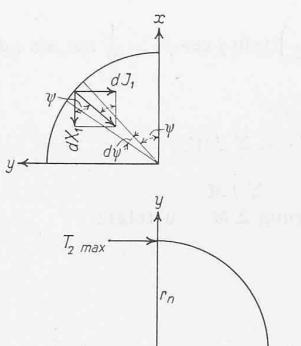
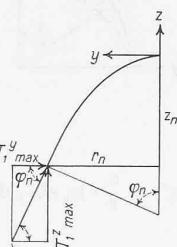
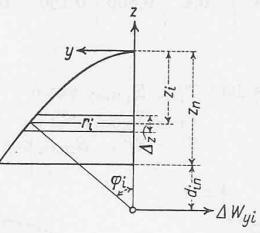
Die Gleichgewichtsbedingung ΣM in Bezug auf die x -Achse des Parallelkreisschnittes $= 0$ führt auf dem schon bekannten Wege zur Bestimmung der Meridianspannungsresultante T_1 ; die Gleichgewichtsbedingung $\Sigma Y = 0$ — zur Bestimmung der Schubspannungsresultante S ;

die Gleichgewichtsbedingung $\Sigma X = 0$ — auf dem neuen Wege zur Bestimmung der Ringspannungsresultante T_2 .

¹⁾ H. Reissner: «Spannungen in Kugelschalen», Müller-Breslau-Festschrift 1912.

²⁾ Fr. Dischinger: «Die antisymmetrisch belasteten Rotationsschalen und Vieleckkuppeln»; vergl. auch: «Handbuch für Eisenbetonbau», 4. Auflage, 6. Band, 1928, S. 194 u. f.

Bezeichnungen:



dW_y bzw. ΔW_y — Komponente der Resultierenden des auf ein Zonenviertel (zwischen zwei Parallelkreisschnitten) wirkenden Winddruckes in Richt. y -Axe;
 dW_x bzw. ΔW_x desgl. in Richtung der x -Axe;

W_y — Komponente der Resultierenden des auf das ganze Kappenviertel wirkenden Winddruckes in Richtung der y -Axe;
 W_x desgl. in Richtung d. x -Axe;
 d — Hebelarm der Kraft ΔW_y in Bezug auf die x -Axe eines Parallelkreisschnittes;

JM = statisches Moment der Kraft ΔW_y in Bezug auf x -Axe eines Parallelkreisschnittes;

M = statisches Moment d. Kraft W_y in Bezug auf die x -Axe eines Parallelkreisschnittes;

T_1 = gesuchte Meridianspannungsresultante in einem Parallelkreisschnitt;

$T_1^y_{\max}$ = max. Meridianspannungsresultante (für $\psi = 90^\circ$) in einem Parallelkreisschnitt;

$T_1^z_{\max}$ = Komponente von $T_1^y_{\max}$ in Richtung der z -Achse;

$T_1^y_{\max}$ desgl. in Richtung y -Axe;

J_1 = Komponente der Resultierenden der in einem Viertel eines Parallelkreisschnittes wirkenden Meridiankräfte in Richtung der y -Axe;

X_1 desgl. in Richtung d. x -Axe;
 T_2 = gesuchte Ringspannungsresultante in einem Meridianschnitt (an der Schnittstelle eines bestimmten Parallelkreises mit demselben);

T_2^{\max} = maximale Ringspannungsresultante im x -Meridianschnitt ($\psi = 90^\circ$) (an der Schnittstelle eines bestimmten Parallelkreises);

ΔX_2 = Resultierende der im Längenelement des x -Meridianschnittes (zwischen den Schnittstellen zweier benachbarter Parallelkreise mit demselben) wirkenden Ringkräfte;

X_2 = Resultierende der im x -Meridianschnitt des Kappenviertels wirkenden Ringkräfte;

S = gesuchte Schubspannungsresultante:

S' in einem Parallelkreisschnitt (an der Schnittstelle eines bestimmten Meridianschnittes mit demselben);

S'' in einem Meridianschnitt (an der Schnittstelle eines bestimmten Parallelkreises mit ihm);

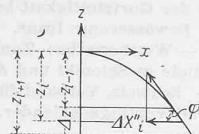
S_{\max} = maximale Schubspannungsresultante:

S'_{\max} in einem Parallelkreisschnitt an der Schnittstelle mit dem y -Meridianschnitt ($\psi = 0^\circ$);

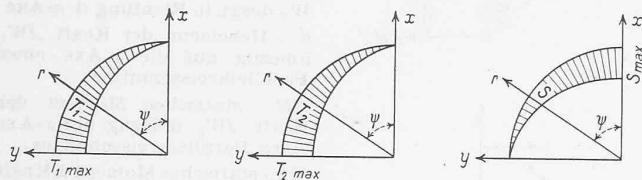
S''_{\max} im y -Meridianschnitt (an der Schnittstelle eines bestimmten Parallelkreises);

J' = Komponente der Resultierenden der in einem Viertel eines Parallelkreisschnittes wirkenden Schubkräfte in Richtung der y -Axe;

X' desgl. in Richtung der x -Axe;



$\Delta X''$ = Komponente der Resultierenden der im Längenelement des y -Meridiantschnittes (zwischen den Schnittstellen zweier benachbarter Parallelkreise mit demselben) wirkenden Schubkräfte in Richtung der x -Axe; X'' = Komponente der Resultierenden der im y -Meridian schnitt des Kappenviertels wirkenden Schubkräfte in Richtung der x -Axe.



Gang der Berechnung:³⁾

$$dW_y = \int_{\psi=0}^{\psi=\frac{\pi}{2}} (w_0 \sin \varphi \sin \psi) \left(r d\psi \frac{dz}{\sin \varphi} \right) (\sin \varphi \sin \psi) = \frac{\pi}{4} r w_0 \sin \varphi dz$$

bezw. $\Delta W_{yi} = \frac{\pi}{4} r_i w_0 \sin \varphi_i \Delta z$

$$dW_x = \int_{\psi=0}^{\psi=\frac{\pi}{2}} (w_0 \sin \varphi \sin \psi) \left(r d\psi \frac{dz}{\sin \varphi} \right) (\sin \varphi \cos \psi) = \frac{1}{2} r w_0 \sin \varphi dz$$

bezw. $\Delta W_{xi} = \frac{1}{2} r_i w_0 \sin \varphi_i \Delta z$

$$W_y = \Sigma \Delta W_y \quad W_x = \Sigma \Delta W_x$$

$$d_i n = z_i + r_i \operatorname{ctg} \varphi_i - z_n$$

$$\Delta M_{in} = \Delta W_{yi} d_i n \quad M = \Sigma \Delta M$$

Aus der Gleichgewichtsbedingung $\Sigma M = 0$ folgt:

$$T_{1 \max} = \frac{M}{\frac{\pi r^2 n}{4}}$$

$$T_{1 \max} = T_{1 \max} \operatorname{ctg} \varphi_n$$

$$T_{1 \max} = \frac{T_{1 \max}}{\sin \varphi_n}$$

$$J_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (T_{1 \max} \sin \psi r_n d\psi) \sin \psi = \frac{\pi}{4} r_n T_{1 \max}^y$$

$$X_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (T_{1 \max} \sin \psi r_n d\psi) \cos \psi = \frac{1}{2} r_n T_{1 \max}^y$$

Aus der Gleichgewichtsbedingung $\Sigma J = 0$ folgt:

$$J' = W_y + J_1$$

es ist aber

$$J' = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (S_{\max} \cos \psi r_n d\psi) \cos \psi = \frac{\pi}{4} r_n S_{\max}$$

$$\text{also } S_{\max} = \frac{J'}{\frac{\pi r^2 n}{4}}$$

$$X' = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (S_{\max} \cos \psi r_n d\psi) \sin \psi = \frac{1}{2} r_n S_{\max}$$

$$\Delta X''_i = \left(S_{\max i} \frac{\Delta z}{\sin \varphi_i} \right) \cos \varphi_i = \frac{S_{\max i-1} + S_{\max i+1}}{2} \operatorname{ctg} \varphi_i \Delta z$$

$$X'' = \Sigma \Delta X''$$

Aus der Gleichgewichtsbedingung $\Sigma X = 0$ folgt:

$$X_2 = W_x + X_1 + X' + X''$$

$$\Delta X_{2n} = X_{2n+1} - X_{2n-1}$$

$$T_{2 \max} = \frac{\Delta X_{2n}}{\Delta z / \sin \varphi_n}$$

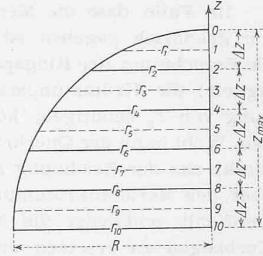
³⁾ Vergl. hiezu: Fr. Dischinger in «Handbuch für Eisenbeton», 4. Aufl., 6. Band, S. 202 bis 208; in die benutzten Formeln sind selbstverständlich die trigonometrischen Funktionen nicht der näherungsweise errechneten, sondern der genaueren Winkel eingesetzt.

Nr.	$z : R$	$r : R$	$\Delta r : R$	$\operatorname{ctg} \varphi^b$	φ	$\sin \varphi$	$\Delta W_y : w_0 R^2$	$\Delta W_x : w_0 R^2$	$W_y : w_0 R^2$	$W_x : w_0 R^2$	$M : w_0 R^3$	$T_{1 \max} : w_0 R$	$T_{1 \max} : w_0 R$	$T_{1 \max} : w_0 R$
0	0	0												
1	0,1	0,435	0,600	2,10	$25\frac{1}{2}^\circ$	0,43	0,030	0,019						
2	0,2	0,600	0,280	1,40	$35\frac{1}{2}^\circ$	0,58			0,030	0,019	0,024	0,086	0,120	0,148
3	0,3	0,715	0,200	1,00	45°	0,71	0,079	0,051			0,109	0,070	0,134	0,100
4	0,4	0,800	0,150	0,75	53°	0,80					0,067			0,168
usw.														

Es ist: $T_1 = T_{1 \max} \sin \psi$
 $T_2 = T_{2 \max} \sin \psi$
 $S' = S'' = S_{\max} \cos \psi$.

Nr.	$J_1 : w_0 R^2$	$X_1 : w_0 R^2$	$J' : w_0 R^2$	$S_{\max} : w_0 R^2$	$X' : w_0 R^2$	$\Delta X'' : w_0 R^2$	$X'' : w_0 R^2$	$X_2 : w_0 R^2$	$\Delta X_2 : w_0 R^2$	$T_{1 \max} : w_0 R$	$T_{1 \max} : w_0 R$	$T_{1 \max} : w_0 R$
0	0	0	0	0	0					0	0	0
1	0,056	0,036	0,086	0,183	0,055	0,038	0,038	0,148	0,046	0,084	0,303	0,551
2	0,063	0,040	0,172	0,273	0,109	0,084	0,084	0,155	0,148	0,318		
3												
4												
usw.												

Beispiel. Um eine Kontrolle der Genauigkeit der mit Hilfe dieser Näherungsrechnung gewonnenen Resultate zu erhalten, soll die Rechnung nicht für eine «beliebige» Rotationsschale durchgeführt werden, sondern für eine Kugelschale, für die die strenge Lösung bekannt ist; jedoch werden wir die Berechnung der Kugelschale so durchführen, als ob diese Schale eine «beliebige», also analytisch nicht erfassbare Rotationsschale sei. Wir zerlegen die Rotationsschale durch vier Parallelkreisschnitte (2, 4, 6, 8) in fünf Zonen laut Abbildung nebenan. Es ist $z_{\max} : R = 1$; $\Delta z : R = 0,2$.



Die Längen r greifen wir in der Zeichnung ab ($r : R = 0,435, 0,600, 0,715, 0,800, 0,865, 0,915, 0,955, 0,980, 0,995, 1$) und führen die Rechnung in Tabellenform nach obenstehendem Schema durch.

Neben den nach dem Näherungsverfahren errechneten Werten sind untenstehend die genaueren Werte der strengen Lösung⁴⁾ angegeschrieben und der Fehler in % der genauen Werte.

Nr.	$T_{1 \max} : w_0 R$	$T_{2 \max} : w_0 R$	$S_{\max} : w_0 R$
0	0	0	—
1	0,138	0,328	$-3,05\%$
2	0,148	0,183	$+5,8\%$
3	0,163	0,271	$+0,7\%$
4	0,168	0,273	$+0,7\%$
5	0,153	0,378	$+1,1\%$
6	0,150	0,374	$+1,1\%$
7	0,100	0,498	$+0,8\%$
8	0,936	0,667	$+0,45\%$
9	0,670		
10	0,004	1	

Die nach dem Näherungsverfahren errechneten Werte, insbesondere die Größtwerte, können als durchaus befriedigend angesehen werden.

⁴⁾ $\frac{\pi r^2 n}{4}$ ist das Widerstandsmoment des Viertel-Parallelkreises in bezug auf die x -Axe des Parallelkreisschnittes.

⁵⁾ $\operatorname{ctg} \varphi_i = \frac{\Delta r_i}{\Delta z}$; für Meridianskurven, die, wie hier, im Scheitelpunkt eine horizontale Tangente haben, empfiehlt es sich (um zu genaueren Resultaten zu kommen) $\operatorname{ctg} \varphi_i$ um rd. 30% zu verkleinern.

⁶⁾ Vergl. hiezu Fr. Dischinger in «Handbuch für Eisenbeton», 4. Aufl., 6. Band, S. 202 bis 208; in die benutzten Formeln sind selbstverständlich die trigonometrischen Funktionen nicht der näherungsweise errechneten, sondern der genaueren Winkel eingesetzt.