

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 107/108 (1936)  
**Heft:** 11

## **Inhaltsverzeichnis**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 21.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Der Dreimomentensatz der durchlaufenden kreissymmetrischen Platte. — Die Aufwendungen der Schweiz. Bundesbahnen für ihre Anlagen und Ausrüstung. — Ueber das Färbverfahren im Dienste von Tiefbau, Wasserwirtschaft und Quellforschung. — Die Seidentrocknungsanstalt Zürich. — Mitteilungen: Baumaschinen für die deutschen Reichsautobahnen. Bemerkenswerter Schiffstransport. Grosse Verkehrsbauten in

Stockholm. Gebläseanlage des Windkanals von Chalais-Meudon. Arbeitsbeschaffung im Hochbau. Gesellschaft zur Förderung des Instituts für techn. Physik an der E.T.H. «Grafia International». Exposition Internationale des Arts dans la Vie moderne, Paris 1937. Kanaltunnel Calais-Dover. — Wettbewerbe: Neubauten der bürgerlichen Waisenhäuser in Bern. — Nekrologe: Rob. Gsell-Heldt. Emil Bader. Rob. Forter. — Literatur.

## Band 107

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich.  
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

## Nr. 11

## Der Dreimomentensatz der durchlaufenden kreissymmetrischen Platte.

Von Dr. Ing. H. MARCUS, Paris.

Die zur Abdeckung von kreisförmigen Behältern dienenden Platten mit mehrfacher Stützung werden meistens als durchlaufende Balken berechnet. Dieses einfache Näherungsverfahren kann allenfalls für eine Abschätzung der radialen Biegungsspannungen ausreichen, gibt aber überhaupt keinen Aufschluss über die tangentialen Beanspruchungen. Eine genaue und trotzdem nicht umständliche Behandlung der durchlaufenden Platte mit mehreren Stützkreisen ist auf Grund der Elastizitätstheorie mit Hilfe eines dem *Clapeyron'schen Theorem* ähnlichen *Dreimomentensatzes* möglich. Eine kurze Darstellung der Ableitung und Anwendung dieses Satzes ist der Zweck der vorliegenden Arbeit.

\*

Die Gleichung der elastischen Fläche einer Platte mit kreissymmetrischer Gestalt und kreissymmetrischer Belastung lautet bekanntlich:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr}\right) \left(\frac{d^2 \zeta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\zeta}{dr}\right) = \frac{m^2 - 1}{m^2} \frac{p}{E h^3} = \frac{p}{N} \quad (I)$$

Hierin bedeuten:

- $r$  den Abstand eines Punktes der Mittelfläche vom Mittelpunkt der Platte,
- $p$  seine zur Plattenoberfläche senkrechte Belastung,
- $\zeta$  seine Durchbiegung,
- $h$  die Stärke der Platte,
- $E$  die Elastizitätszahl des Baustoffes,
- $m$  die Poisson'sche Querdehnungszahl,

$N = \frac{m^2}{m^2 - 1} \frac{E h^3}{12}$  die Plattensteifigkeit.

Ich behandle zunächst den

mit  $p$  gleichförmig belasteten, am Innenrande  $r = r_i$  sowie am Aussenrande  $r = r_a$  gestützten Kreisring (Abb. 1) und wähle als partikuläre Lösung der vorstehenden Differentialgleichung den Ansatz

$$\zeta_1 = \frac{p}{64 N} (r^2 - r_i^2) (r^2 - r_a^2) \quad (2)$$

Er erfüllt von vornherein die Bedingung  $\zeta_1 = 0$  für  $r = r_i$  und  $r = r_a$ .

Die radialen Spannungsmomente

$$s_r = -N \left( \frac{d^2 \zeta_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\zeta_1}{dr} \right) = \frac{p}{32} \left[ \frac{m+1}{m} (r_a^2 + r_i^2) - 2 r^2 \frac{3m+1}{m} \right] \quad (3)$$

verschwinden jedoch weder am Rande  $r = r_i$  noch am Rande  $r = r_a$ .

Sollen die Ränder frei von Normalspannungen sein, so müssen an den Rändern Kräfte und Kräftepaare, die diesen Spannungsmomenten entgegenwirken, angebracht werden.

Um den Einfluss der Randbelastung zu beschreiben, benutze ich einen Ansatz in der Form

$$\zeta_2 = \frac{C_i}{N} [K_1 \varphi(r) + K_2 \psi(r)] \quad (4)$$

Die Funktionen

$$\left. \begin{aligned} \varphi(r) &= (r^2 - r_i^2) \ln \frac{r_a}{r}, \\ \psi(r) &= (r^2 - r_a^2) \ln \frac{r_i}{r} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

stellen Lösungen der homogenen Differentialgleichung

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr}\right) \left(\frac{d^2 \zeta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\zeta}{dr}\right) = 0$$

dar.  $K_1$  und  $K_2$  sind vorerst unbestimmte Beizahlen, während  $C_i$  eine Integrationskonstante bedeutet. Es ist leicht zu erkennen, dass  $\varphi(r_i) = \varphi(r_a) = 0$  und ebenso  $\psi(r_i) = \psi(r_a) = 0$  ist, dass also auch  $\zeta_2$  an den Stellen  $r = r_i$  und  $r = r_a$  verschwindet.

Am Rande  $r = r_i$  ist ferner

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr}\right)_{r=r_i} &= \varphi'_i = 2 \ln \frac{r_a}{r_i} \\ \left(\frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr}\right)_{r=r_i} &= \psi'_i = \left(\frac{r_a}{r_i}\right)^2 - 1 \\ \left(\frac{d^2 \varphi}{dr^2}\right)_{r=r_i} &= \varphi''_i = 2 \ln \frac{r_a}{r_i} - 4 \\ \left(\frac{d^2 \psi}{dr^2}\right)_{r=r_i} &= \psi''_i = -\left(3 + \frac{r_a^2}{r_i^2}\right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Ebenso ergibt sich für  $r = r_a$ :

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr}\right)_{r=r_a} &= \varphi'_a = \left(\frac{r_i}{r_a}\right)^2 - 1 \\ \left(\frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr}\right)_{r=r_a} &= \psi'_a = 2 \ln \frac{r_i}{r_a} \\ \frac{d^2 \varphi}{dr^2} &= \varphi'' = -\left(3 + \frac{r_i^2}{r_a^2}\right) \\ \frac{d^2 \psi}{dr^2} &= \psi'' = 2 \ln \frac{r_i}{r_a} - 4 \end{aligned} \right\} \quad (6a)$$

Die entsprechenden radialen Spannungsmomente sind für  $r = r_i$

$$s_i = -N \left( \frac{d^2 \zeta_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\zeta_2}{dr} \right)_{r=r_i} = -C_i \left[ K_1 \left( \varphi''_i + \frac{1}{m} \varphi'_i \right) + K_2 \left( \psi''_i + \frac{1}{m} \psi'_i \right) \right],$$

für  $r = r_a$

$$s_a = -N \left( \frac{d^2 \zeta_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\zeta_2}{dr} \right)_{r=r_a} = -C_i \left[ K_1 \left( \varphi''_a + \frac{1}{m} \varphi'_a \right) + K_2 \left( \psi''_a + \frac{1}{m} \psi'_a \right) \right].$$

Ich verlange nunmehr, dass am Rande  $r = r_a$   $s_a$  verschwindet, am Rande  $r = r_i$  hingegen  $s_i = C_i$  sein soll und setze daher:

$$\begin{aligned} K_1 \left( \varphi''_a + \frac{1}{m} \varphi'_a \right) + K_2 \left( \psi''_a + \frac{1}{m} \psi'_a \right) &= 0 \\ K_1 \left( \varphi''_i + \frac{1}{m} \varphi'_i \right) + K_2 \left( \psi''_i + \frac{1}{m} \psi'_i \right) &= -1. \end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen lassen sich  $K_1$  und  $K_2$  bestimmen. Für den Sonderfall  $m = \infty$  erhält man die einfachen Formeln

$$K_1 = \frac{\psi''_a \psi'_i - \varphi''_i \psi'_a}{\varphi''_a \psi'_i - \varphi''_i \psi'_a}, \quad K_2 = \frac{-\varphi''_a}{\varphi''_a \psi'_i - \varphi''_i \psi'_a} \quad (7)$$

In gleicher Weise bilde ich jetzt den Ansatz

$$\zeta_3 = \frac{C_a}{N} [\lambda_1 \varphi(r) + \lambda_2 \psi(r)], \quad (8)$$

ermittle die zugehörigen Spannungsmomente

$$\begin{aligned} s_i &= -C_a \left[ \lambda_1 \left( \varphi''_i + \frac{1}{m} \varphi'_i \right) + \lambda_2 \left( \psi''_i + \frac{1}{m} \psi'_i \right) \right], \\ s_a &= -C_a \left[ \lambda_1 \left( \varphi''_a + \frac{1}{m} \varphi'_a \right) + \lambda_2 \left( \psi''_a + \frac{1}{m} \psi'_a \right) \right], \end{aligned}$$

stelle die Bedingungen  $s_i = 0$ ,  $s_a = C_a$

und finde für  $m = \infty$  die Werte

$$\lambda_1 = -\frac{\psi''_i}{\varphi''_a \psi'_i - \varphi''_i \psi'_a}, \quad \lambda_2 = \frac{\varphi''_i}{\varphi''_a \psi'_i - \varphi''_i \psi'_a} \quad (9)$$

Ich wähle schliesslich für den freiaufliegenden Ring die allgemeine Lösung

$$\zeta_0 = \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 \quad (10)$$