

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 105/106 (1935)
Heft: 18

Artikel: Ein neues Elektrizitäts-Messinstrument
Autor: Meyersberg, Gustav
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-47430>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Ein neues Elastizitäts-Messinstrument. — Das Prinzip des Steifigkeitsmessers von Le Rolland und Sorin. — Die Oelleitungen von Irak zum Mittelmeer. — Wettbewerb für eine gewerbliche Berufsschule in Winterthur. — Mitteilungen: Der Windkanal der Fiatwerke in Turin. Wechselfestigkeit und Kriebempfindlichkeit von Stählen bei hohen Temperaturen. Ein neues Verkehrs-Empfangsgebäude in Madrid.

Physikalische Vorträge. Eine Studienreise an den Main. Vom Bau des Etzelwerkes. — Nekrologe: Conrad Tüsch. — Wettbewerbe: Kantonales Verwaltungs- und Bibliothekgebäude Luzern. Saal- und Schulhausbau Zofingen. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Schweizer. Verband für die Materialprüfungen der Technik.

Band 105

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich.
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 18

Ein neues Elastizitäts-Messinstrument.

Von Dr. Ing. GUSTAV MEYERSBERG, VDI, Berlin.

DER ELASTIZITÄTSMODUL UND SEINE BISHERIGE MESSUNG.

Um einen Werkstoff zu kennen, genügt es nicht, über seine Festigkeit, also die Spannung unterrichtet zu sein, bei deren Erreichung der Bruch eintritt. Gewiss ist diese Kenntnis von durchschlagender Wichtigkeit. Sie gibt aber nur Bescheid über Grenzzustände, die vermieden werden müssen, nicht jedoch über das nicht weniger wichtige Verhalten im regelmässigen Gebrauch.

Jede Aussage hierüber bedingt Kenntnis der Formänderungen, die bei den im Gebrauchsbereich liegenden Spannungen auftreten. Aufschluss darüber gibt Aufnahme einer Spannungs-Formänderungs-Kurve, wie sie z. B. in Abb. 1 für ein Gusseisen unter Zug dargestellt ist. Ihr

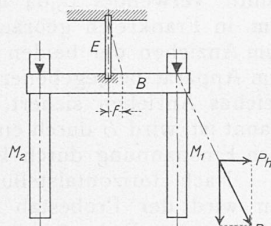
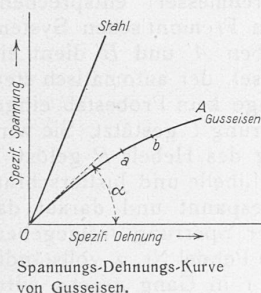


Abb. 2. Schema des Elastizitätsmessers von Le Rolland und Sorin.

ist für jede Spannungsgrösse die zugehörige Dehnungsgrösse zu entnehmen. Nicht weniger wichtig ist aber noch ein zweites, was aus ihr hervorgeht, nämlich das Verhältnis, in dem Spannung und Formänderung zueinander stehen. Es kommt in der Neigung der Kurve zum Ausdruck und ist durch die Tangente des Neigungswinkels α dargestellt. Gemeinhin wird dieses Verhältnis als „Elastizitätsmodul“ (Young'scher Modul) E^1 bezeichnet. Die grundlegende Bedeutung dieser Verhältniszahl ist schon seit den ersten Zeiten messender Beschäftigung mit Werkstoffen bekannt. Sie gibt eine Kennzeichnung des Stoffes, die mit seinen wesentlichsten innern Eigenschaften in unmittelbarer Beziehung steht. Ihre Kenntnis ist in vielfacher Beziehung wichtig, vor allem auch für die Beurteilung des Verhaltens von Bauwerken und Konstruktionen unter Last, beispielsweise in Bezug auf Starrheit oder Nachgiebigkeit.

Bei manchen Werkstoffen kommen sehr grosse Unterschiede des E -Moduls vor. Beim Gusseisen z. B. liegt er je nach der Güteklasse und Gattung zwischen 6000 und mehr als 16000 kg/mm². Er ist daher besonders geeignet zur Unterscheidung der Unterarten. Die Kennzeichnung ist um so treffender, als der E -Modul des stählernen Grundgefüges nur geringe Schwankungen aufweist, um etwa 20000 kg/mm² liegend; sein Vergleich mit dem E -Modul der einzelnen Gusseisensorte lässt daher einen Schluss zu auf Wirkung, Form und Verteilungsart des darin enthaltenen Graphits²⁾. Auch die einzelnen Stahlsorten weisen aber feinere Unterschiede im E -Modul auf, die im Einzelfalle besonders interessant werden können und sicher schon mehr Beachtung gefunden hätten, wenn die Messung des E -Moduls bequemer wäre, als dies bisher der Fall ist. Ähnliches gilt auch für andere Werkstoffe. Die genaue

¹⁾ Den reziproken Wert von E pflegt man nach Bach als „Dehnungszahl“ (α) zu bezeichnen.

²⁾ Näheres darüber hat der Verfasser gelegentlich des 58. Diskusstages des Schweizer. Verbandes für die Materialprüfungen der Technik am 26. 10. 1934 ausgeführt. Auf den Bericht darüber sei verwiesen.

Bestimmung des E -Moduls stellt nämlich nach den bisherigen Methoden hohe Ansprüche an die Feinheit der Messung. Dies gilt ebenso für physikalische Messmethoden mittels Beobachtung von Schwingungszahlen wie für die Ermittlung mittels statischer Dehnungsmessung beim Zug-, Torsions- oder auch Biegeversuch.

ELASTIZITÄTSMESSUNG NACH LE ROLLAND UND SORIN.

Hier tritt nun eine neu von Le Rolland und Sorin angegebene Methode der Elastizitätsmessung auf den Plan³⁾, bei der sich Genauigkeit mit grösster Bequemlichkeit und Schnelligkeit der Durchführung verbunden vorfindet. Verwendet werden Pendelschwingungen. Gegenstand der Beobachtung ist aber nicht das Verhalten eines einzelnen Pendels, sondern das Zusammenarbeiten eines Paares von Pendeln, deren jedes auf das andere einwirkt. Es handelt sich also um eine Anwendung des schon seit langem bekannten Prinzips der „sympathischen Pendel“ (Savart 1839).

Wie in Abb. 2 schematisch dargestellt, sind die beiden Pendel M_1 und M_2 symmetrisch an beiden Enden eines in der Mitte aufgehängten oder sonst gestützten doppelarmigen Hebels B angebracht. Wird das eine Pendel M_1 in Bewegung gesetzt, während das zweite M_2 anfänglich stillsteht, so teilt sich die Schwingungsbewegung des ersten allmählich dem zweiten mit. Dieses kommt ebenfalls in Schwingung, deren Amplitude allmählich zunimmt. Im gleichen Verhältnis nimmt die Schwingungsamplitude des ersten Pendels ab. Schliesslich gelangt das zweite zu einem Maximum, während das erste vollständig zum Stillstand gekommen ist. Nunmehr kehrt sich der Vorgang um, und das zweite Pendel gibt die vorher vom ersten empfangene Energie wieder an dieses zurück. Das erste beginnt wieder stärker zu schwingen, und wenn es seinerseits zum Maximum gekommen ist, steht das zweite Pendel still. Dieses Spiel setzt sich weiterhin fort so lange, bis allfällige Reibungen oder sonstige Widerstände die Energie aufgezehrt haben, oder bis die Pendel stillgesetzt werden.

Beobachtet wird die Zeit, die zwischen der Wiederholung zweier gleicher Schwingungszustände des Systems verstreicht (Schwebungsdauer). Am geeignetsten hat sich dazu die Beobachtung der Stillstände des Pendels 2 erwiesen. Die Schwebungsdauer hängt ab von der Energiemenge, die bei jeder einzelnen Schwingung übertragen wird, und diese von der Starrheit der zwischen den beiden Pendeln bestehenden Verbindung. Wäre das Zwischenstück B vollkommen unbeweglich in einem unverformbaren Grundkörper angebracht, so würde der je Schwingung übertragene Energiebetrag unendlich klein, mithin die Schwebungsdauer unendlich gross werden. Dieser Fall kann nicht verwirklicht werden. Es findet demnach unter allen Umständen Uebertragung der Schwingungsenergie von einem Pendel auf das andere statt, und zwar umso stärker, je weniger starr sich die Verbindung zwischen beiden verhält. Geringerer Starrheit dieser Verbindung entspricht demnach kleinere Schwebungsdauer, also kürzere Zeit zwischen zwei Stillständen des Pendels 2.

Bei dem Elastizitätsmesser von Le Rolland und Sorin wird nun ein Probestab aus dem zu untersuchenden Werkstoff derart in die Verbindung zwischen den beiden Pendeln eingeschaltet, dass seine Starrheit für die Starrheit

³⁾ Le Rolland und Sorin in „La Fonte“, Paris (1933, Nr. 9, S. 323 bis 331); Nicolau in der gleichen Nummer, S. 332 bis 340; Le Rolland im „Bulletin de la Société d'Encouragement“, Paris (Mai 1934, S. 319 bis 347); Le Rolland und Sorin im „Bulletin de l'Association T. F.“, Paris (Sept. 1934), S. 425 bis 429; Meyersberg in „La Fonte“, Paris (1934, Nr. 14, S. 522 bis 532).

dieser Verbindung massgebend wird. Zu diesem Zweck wird das Verbindungsstück B nach Abb. 2 mit beiden Pendeln an den Probefestab E angehängt oder auch auf ihn aufgestützt; das Stück B wird so steif gestaltet, dass die je Schwingung übertragene Energiemenge als allein von den Verformungen des Probefestabes E abhängig gelten kann. Das Spiel vollzieht sich dann in der Weise, dass die horizontale Komponente P_h der von dem ersten Pendel auf B ausgeübten Kraft eine Durchbiegung f des Probefestabes E hervorbringt, die ihre Richtung mit der Pendelschwingung dauernd wechselt.

Es handelt sich hier um so geringe Durchbiegungs- und Kraftgrößen, dass für jede Art von Werkstoffen innerhalb des in Betracht kommenden Bereiches rein elastisches Verhalten und Gleichheit des Elastizitätsmoduls für Zug und für Druck angenommen werden kann. Die klassischen Elastizitätsformeln für Biegung sind daher mit voller Gültigkeit anwendbar. Demnach können wir anschreiben

$$K = \frac{P}{f} = \frac{3 EJ}{l^3}$$

wobei J das äquatoriale Trägheitsmoment $\left(\frac{bh^3}{12}\right)$ beim Rechtecks- und $\frac{\pi d^4}{64}$ beim Kreisquerschnitt) und l die Einspannlänge des Probefestabes bedeutet.

Andererseits steht, wie oben bemerkt, die Starrheit K auch in Beziehung zur Uebertragung der Pendelschwingungen. Die Durchführung der Berechnungen hierfür ergibt für ein einfaches Pendel⁴⁾

$$K = \frac{4\pi^2 M}{T^2} \left(\frac{\tau}{T} + \frac{\mu}{M} \right)$$

Hierin bedeutet T die Schwingungsdauer des Pendels (für beide Pendel gleich), τ die Schwebungsdauer, also die Zeit zwischen zwei Stillständen des Pendels 2, M die Masse eines Pendels und μ die äquivalente Masse des Probefestabes. Dieser Ausdruck kann noch vereinfacht werden, wenn μ klein ist gegenüber M , was sich bei der praktischen Ausführung leicht durchführen lässt. Es kann dann das zweite Glied innerhalb der Klammer fortfallen und man erhält

$$K = \frac{4\pi^2 M}{T^2} \tau$$

Die Verbindung dieses Ausdruckes mit dem aus der Elastizitätsberechnung hervorgegangenen Ausdruck für K ergibt

$$E = \frac{K l^3}{3J} = \frac{4\pi^2 M l^3}{3J T^2} \tau = A \tau$$

A ist eine Konstante, die nur vom Apparat und den Abmessungen des Probefestabes abhängt. Der Elastizitätsmodul E ist der Schwebungsdauer proportional, vorausgesetzt, dass die Konstante A gleichbleibt, was gewährleistet ist, wenn mit demselben Apparat und mit der gleichen Probefestabform gearbeitet wird.⁵⁾ Die Einspannlänge l des Probefestabes ist durch den Apparat festgelegt; bei kleinen Abweichungen des Probefestabdurchmessers ist Korrektur Moments möglich.

⁴⁾ Vergl. *Le Rolland und Sorin*: Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'air, No. 47, S. 38.

⁵⁾ Vergl. die anschliessende Theorie des Apparats.

Red.

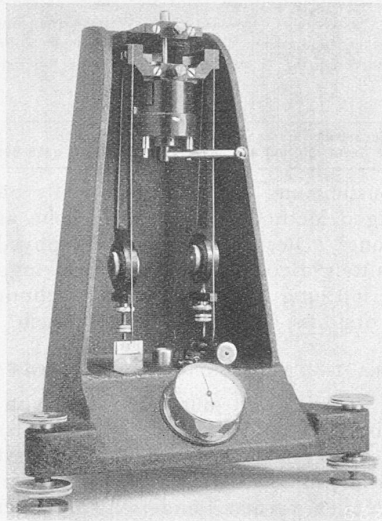


Abb. 4. Ansicht des Elastizitätsmessers.

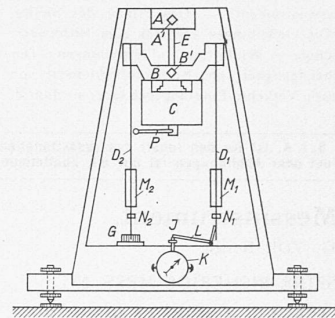


Abb. 3. Ausführung des Elastizitätsmessers.

PRAKTISCHE AUSFÜHRUNG.

Die Ausführung zeigen Abb. 3 und 4. Bei den beiden Pendeln ist jede Lagerreibung dadurch vermieden, dass sie aus dünnen, am oberen Ende im Brückenstück B eingespannten Federblättern D_1 und D_2 bestehen, die die Pendelmassen M_1 und M_2 tragen; bei der Schwingung biegen sie sich in dem geringen in Betracht kommenden Amplitudenbereich leicht durch. Die Massen M_1 und

M_2 sind verstellbar. Ausserdem sind noch Zusatzmassen N_1 und N_2 zur Feineinstellung vorhanden. Die starre Brücke B , an deren beiden Enden die Pendel symmetrisch hängen, ist mittels einer Stellschraube B' an den Probefestab E angeklemt; mittels einer ähnlichen Stellschraube A' ist dann wieder der Probefestab mit seinem oberen Ende am Maschinenrahmen befestigt. Bei der dargestellten Ausführungsform werden Probefeststäbe von 25 mm² Kreisquerschnitt verwendet (5,64 mm Durchmesser) entsprechend dem in Frankreich gebräuchlichen Frémont'schen System. Zum Anziehen der beiden Schrauben A' und B' dient ein dem Apparat beigegebener Schlüssel, der automatisch stets gleiches Anziehen sichert. Solange kein Probefestab eingespannt ist, wird B durch eine Sperrung C gestützt. Sie wird nach Einspannung durch Drehung des Hebels P gelöst.

Nach Horizontalstellung mit Libelle und Justierschrauben wird der Probefestab E eingespannt und darauf das Brückenstück B durch Lösung der Sperrung freigegeben. Dann wird dafür gesorgt, dass das Pendel Nr. 2 vollständig still steht, worauf das Pendel Nr. 1 in Gang gesetzt wird. Um dies zu bewerkstelligen, wird es aus der Ruhelage durch einen kleinen Hebel L ausgelenkt und in der ausgelenkten Lage stillgehalten. Ein Fingerdruck auf den Druckknopf J legt den Auslenkhebel L zurück, worauf das Pendel Nr. 1 zu schwingen beginnt. Der Druckknopf J setzt im gleichen Augenblick die Stoppuhr K in Bewegung. Beobachtet wird nunmehr das Pendel Nr. 2. Es beginnt stärker und stärker zu schwingen; nach Ueberschreitung der Höchstamplitude verlangsamt sich sein Gang. Im Augenblick seines Stillstandes, dessen Beobachtung durch Vergleich mit einer kleinen Skala G erleichtert wird, wird auf einen Druckknopf an der rechten Seite der Stoppuhr gedrückt, wodurch sie stillgesetzt wird. Die verlaufene Zeit wird abgelesen; sie ergibt durch Multiplikation mit der Konstanten A den E -Modul des Probefestabes. Ist das Zifferblatt unmittelbar nach E -Modulen geteilt, so können diese ohne weiteres abgelesen werden. Da die vorkommenden Schwebungszeiten höchstens etwa 100 sec betragen, so ist die Umlaufzeit der Uhr mit 2 min bemessen.

Die Stillstände des Pendels Nr. 2 treten sehr scharf hervor und sind leicht festzustellen. Der Fehler, der etwa aus einem Zeitverlust zwischen der Beobachtung des Stillstandes und dem Niederdrücken des Knopfes an der Uhr entstehen kann, ist nur gering. Er kann noch weiter eingeschränkt werden, wenn nicht die Schwebungsdauer zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stillständen festgestellt, sondern mehrere Schwebungszeiten zusammengefasst gemessen werden. Da die Bewegungswiderstände ausserordentlich gering sind, so setzen sich die Pendelschwingungen trotz ihrer geringen Maximal-Amplituden lange Zeit in gleichen Perioden fort. Die Schwebungsdauer würde übrigens auch bei geänderter Amplitude keine Änderung erfahren. Auch beim Pendel Nr. 1 sind die Stillstände in den Halbzeiten der Schwebungsdauer deutlich zu bemerken, vorausgesetzt, dass die Massen der beiden Pendel richtig eingestellt sind. Zu achten ist auch auf gut horizontale Aufstellung mittelst der Libelle und auf Erschütterungsfreiheit des Fundaments.

ERGEBNISSE.

Obwohl für die Feststellung des Ergebnisses keinerlei Feinmessung und nur eine einzige Zeitablesung notwendig ist, arbeitet der Apparat bei richtiger Einstellung mit grosser Genauigkeit. Vergleichsversuche mit den Ergebnissen des Martens'schen Spiegelapparates sind in nebenstehender Tabelle wiedergegeben. Die Unterschiede sind gering. Teilweise sind die Angaben bei Martens höher erhalten worden, teilweise bei Le Rolland. Zu den dort angeführten Messungen kommen dann noch die bei Guss-eisen, wo Probestäbe untersucht wurden, deren E -Module zwischen 6000 und 16000 kg/mm² lagen⁶⁾. Selbst bei Stoffen wie Blei, die einer E -Modul-Bestimmung nach den bisherigen Methoden schwer zugänglich sind, ist sie mittelst des Le Rolland'schen Apparates möglich.

Die im Probestab entstehenden Spannungen und Durchbiegungen sind unmerklich gering. Es kann daher angenommen werden, dass der hier gemessene E -Modul für Nullast gilt. Dieser Umstand ist sehr wichtig. Bei allen übrigen Messmöglichkeiten müssen höhere Spannungen angewendet werden, um Dehnungen beobachtbaren Ausmasses hervorzubringen. Da sich der E -Modul im allgemeinen mit der Spannungshöhe ändert, so erfordert seine Zahlen-Angabe auch immer deren Angabe. Da er sich ferner bei den bisherigen Feststellungsarten nicht aus einer einzigen Dehnungsmessung, sondern nur aus einem Vergleich mehrerer Dehnungsmessungen bei verschiedenen Spannungen ergibt, so gilt die Messung für einen mehr oder weniger ausgedehnten Spannungsbereich, und was erhalten wird, ist ein Mittelwert für diesen Spannungsbereich, (a b in Abb. 1). In Fällen, wo die Veränderlichkeit des E -Moduls mit der Spannung gross ist, wie z. B. bei dem Gusseisen der Abb. 1, kann dieser Umstand Bedeutung annehmen. Die mit dieser Veränderlichkeit zusammenhängende Krümmung der Kurve OA ist im wesentlichen auf die bleibenden Verformungen zurückzuführen; bei einer Dehnungsmessung mittelst Spiegelapparates werden auch diese bleibenden Verformungen mitgemessen. Von einem „Elastizitäts“-Modul, z. B. in der Gegend von a b in Abb. 1, kann daher kaum gesprochen werden. Besser wäre, dafür vielleicht „Verformungs“-Modul zu sagen.

Gegenüber diesen Unbestimmtheiten und Bedingtheiten der bisherigen Messung gibt die Messung mittels des Le Rolland-Sorin'schen Apparates eine klare und unmissverständliche, keiner Ergänzung oder Einschränkung bedürftige Aussage. Was mit ihr ermittelt wird, ist eine wirkliche Werkstoffkonstante, unabhängig von Zufälligkeiten der Versuchsanstellung. Man erhält den Elastizitäts-Modul für Nullast, frei von der Einwirkung plastischer Verformungs-Einflüsse, und gleich hoch für Zug und für Druck.

Sollte das Bedürfnis bestehen, die Ermittlung auch für stärkere Materialanspannung anstellen zu können, so kann der Le Rolland-Sorin'sche Apparat leicht auch dafür eingerichtet werden. Bei der oben beschriebenen Ausführung sind derartige Messungen allerdings nicht möglich. Bemerkte sei noch, dass die Messungen im Gegensatz zu anderen Messverfahren frei von jeder Hysteresiswirkung sind und frei von jeder Einwirkung des Zeitfaktors auf Belastung und Entlastung.

Mit diesem Apparat ist demnach die Möglichkeit gegeben, den E -Modul bei aller Genauigkeit nicht nur bequem und schnell zu ermitteln, sondern auch in wissenschaftlich einwandfreier Weise als mit jedem früheren Verfahren. Es ist zu hoffen, dass er Veranlassung geben wird, sich für die Bestimmung dieser grundlegend wichtigen Werkstoffkonstante nicht mehr wie bisher bloss auf die Fälle zu beschränken, in denen es sich um Sonderzwecke mehr wissenschaftlicher Art handelt, dass vielmehr die mit ihm gebotenen Möglichkeiten, die Werkstoffe zu erkennen und in ihr Wesen einzudringen, breitere Anwendung finden werden.

⁶⁾ Vergl. auch Nicolau in „La Fonte“, Paris (1933), Nr. 9, S. 332 bis 340.

ZAHLENTAFEL.⁷⁾Vergleich der Ergebnisse bei E -Modul-Bestimmung.

Werkstoff	Le Rolland und Sorin	Martens
Stahl	21 000	20 830
Duraluminium	7 640	7 460
Al	7 650	7 600
Bronze 1	12 000	11 990
Bronze 2	12 500	12 900
Bronze 3	9 600	9 800

Das Prinzip des Steifigkeitsmessers von Le Rolland und Sorin.

Wenn zwei sympathische, gleiche, an einer Quer-Verbindung hängende Pendel auf die in dem vorangehenden Aufsatz beschriebene Weise durch ein das Verbindungsstück haltendes Stäbchen gekuppelt werden, so überlagern sich den „natürlichen“ Pendelschwingungen „erzwungene“. Bei vollkommen steifem Kupplungsstäbchen hätten notwendig beide Schwingungen natürliche Frequenz; infolge der Biegsamkeit des Stäbchens gehen die Frequenzen in Wirklichkeit auseinander, doch umso weniger, je steifer das Stäbchen ist. Umso grösser wird also die Dauer der auftretenden „Schwebungen“. Dass bei hinreichend steifem und kurzem Kupplungsstäbchen seine Steife und damit sein Elastizitätsmodul der Schwebungsdauer geradezu proportional ist, wird im Folgenden unter Voraussetzung kleiner Bewegungen und unter Vernachlässigung der an den Blattfedern, dem Verbindungsstück und dem Stäbchen angreifenden Trägheitskräfte dargelegt.

1. Die elastische Linie der Blattfeder folgt (Abb. 1) aus den beiden Differentialgleichungen

$$\mu_1 \frac{d\psi}{d\eta} = M_\eta, \quad d\xi = \psi d\eta \quad (1)$$

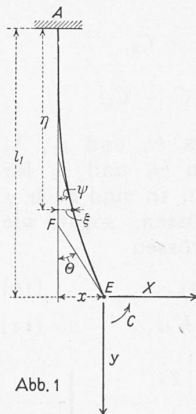


Abb. 1

ξ, η = Koordinaten wie eingezeichnet, ψ = Neigungswinkel gegen die η -Axe, $\mu_1 = I_1 E_1$ = Steife der Blattfeder (I_1 = Trägheitsmoment des Querschnitts, E_1 = Elastizitätsmodul), M_η = Biegemoment in der Entfernung η . Die von der schwingenden Masse auf die Blattfeder übertragenen Kräfte seien auf deren Endpunkt E zu der Dyname X, Y, C reduziert; das Biegemoment ist

$$M_\eta = X(l_1 - \eta) - Y(x - \xi) + C,$$

worin Y näherungsweise durch das Gewicht G der schwingenden Masse ersetzt werden darf:

$$X \cong G \quad (2)$$

Durch Integration von (1) erhält man die Endwerte θ und x von ψ und ξ (für $\eta = l_1$) als lineare Verbindungen von X und C , die man nach diesen Grössen auflösen kann:

$$X = Bx - D\theta, \quad C = -Dx + F\theta \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} NB &= G \kappa \operatorname{th} \kappa l_1, \quad ND = G \left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch} \kappa l_1} \right), \\ F &= \frac{G}{\kappa} (\kappa l_1 - \operatorname{th} \kappa l_1), \\ N &= \kappa l_1 \operatorname{th} \kappa l_1 - 2 \left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch} \kappa l_1} \right), \quad \mu_1 \kappa^2 = G. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2. Die natürlichen Schwingungen des elastischen Pendels, das heisst seine Bewegung bei festem Aufhängepunkt A (Abb. 1) folgt (Abb. 2) aus dem Drallsatz

$$Xh - Yh\theta - C = m\varrho^2 \ddot{\theta} \quad (5)$$

(h = Entfernung zwischen Federende E und Massenschwerpunkt S , m = schwingende Masse, ϱ = Trägheitsradius), und aus den Bewegungsgleichungen für den Schwerpunkt S ,

⁷⁾ Aus Bull. de l'Assoc. Techn. de Fond., Paris (1934), S. 427.