Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 103/104 (1934)

Heft: 21

Artikel: Beitrag zur Berechnung der Schaufelschwingungen bei Turbinen, Kompressoren u.a.m.

Autor: Peter, W.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-83335

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Beitrag zur Berechnung der Schaufelschwingungen bei Turbinen, Kompressoren u. a. m. — Ueber Wärmespannungen bei Schweissungen. — Neuere Architekturen des Auslandes: I. Das Gebäude des Golf-Club in Tokio. II. Die neue Französische Schule in Prag. III. Hochhaus mit Arbeiterwohnungen in Rotterdam. — Die Zonensteuerung in der Wasserversorgungsanlage in Richterswil. — Mitteilungen: Schutz des Diplom-Ingenieur-Titels in Frankreich. Wasserstoff aus elektrischer Abfallenergie für den Betrieb von Verbrennungsmotoren. Die zunehmende Sauerstoffverarmung des Zürichsees. Ein neuer Steuerapparat für parallel arbeitende Kraftwerke. Die akademischen Diskussionsvorträge der Elektrotechnischen Abteilung der E. T. H. Neue Methode zur Bestimmung von Trägheitsmomenten. — Nekrolog: Richard Leumann. — Mitteilungen der Vereine. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Band 104 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 21

Beitrag zur Berechnung der Schaufelschwingungen bei Turbinen, Kompressoren u. a. m.

Von Dipl. Ing. W. PETER, A.-G. Brown Boveri & Cie., Baden.

Im Folgenden wird ein praktisches Verfahren zur Ermittelung der Eigenfrequenzen von Schaufeln veränderlichen Querschnittes angegeben.

Die Berechnung der Schwingungszahlen ist bei den modernen schnellaufenden Maschinen mit hochbeanspruchten Schaufeln unerlässlich geworden, weil sie uns wertvolle Aufschlüsse darüber gibt, wie die Gesamtbeanspruchungen der Schaufeln herabgesetzt und vor allem, wie die gefährlichen Resonanzerscheinungen beseitigt werden können.

An anderer Stelle[1]) haben wir eine Berechnungsmethode veröffentlicht, die in einfacher Weise gestattet, diese Frequenzen, ob statisch, dynamisch, frei oder gebunden, zu ermitteln. Dabei hatten wir jedoch lediglich die Schaufeln konstanten Querschnittes betrachtet, was in der Praxis nur für verhältnismässig kurze Schaufeln zutrifft. Lange Schaufeln werden aus Festigkeitsgründen meist verjüngt, d. h. ihr Querschnitt wird vom Fuss bis zum Kopf allmählich kleiner. Um die Eigenschwingungszahl einer solchen Schaufel zu berechnen, benützt man gewöhnlich die wohl bekannte und allgemein bewährte Energiemethode von Rayleigh[2]). Wir möchten hier eine andere Methode entwickeln, die, soweit es sich nur darum handelt, die Eigenschwingungszahl einer beliebig verjüngten Schaufel zu ermitteln, mit gleicher Genauigkeit und in erheblich kürzerer Zeit zum Ziele führt. Diese Methode stützt sich hauptsächlich auf die von Prof. E. Hahn, Nancy („SBZ" Band 87, Seite 1, 1926) veröffentlichten Rechnungen.

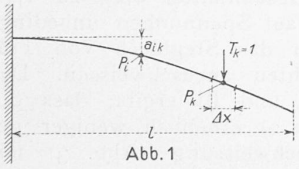

Abb. 1

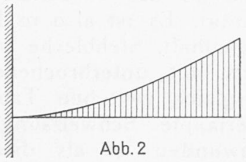

Abb. 2

Betrachten wir eine schwingende Schaufel. Wir denken uns die Trägheitskräfte in n ihrer Punkte P_1, $P_2 \ldots P_n$ konzentriert. T_k sei die k-te Trägheitskraft. Es sei a_{ik} der Einflusskoeffizient, d. h. der Ausschlag der elastischen Linie im i-ten Punkte unter dem Einflusse der Einheitslast im k-ten Punkte (Abb. 1). Dann ist der Ausschlag y_i des i-ten Schaufelpunktes unter dem Einfluss aller n Trägheitskräfte

$$y_i = \sum_k a_{ik} T_k \quad \text{mit } i = 1, 2, \ldots, n \quad . \quad . \quad (1)$$

Harmonische und gleichphasige Schwingungen angenommen, haben wir

$$y_k = Y_k \sin(\lambda t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Ist μ die spezifische Schaufeldichte, F_k der Schaufelquerschnitt im k-ten Punkte, so wird

$$T_k = -\mu F_k \ddot{y}_k \Delta x = \mu F_k \lambda^2 y_k \Delta x \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Demgemäss stellt Abb. 2 den Verlauf der Trägheitskräfte längs der Schaufel dar. Wir erkennen, dass die elastische Linie hauptsächlich durch diejenigen Kräfte, die am freien Ende der Schaufel angreifen, bedingt ist.

Die verschiedenen elastischen Linien, welche die Schaufel annimmt, wenn die Einheitslast an verschiedenen Schaufelpunkten angebracht wird, dürfen mit hinreichender Genauigkeit als ähnlich betrachtet werden. Diese Annahme stimmt nämlich, sofern die verschiedenen Angriffspunkte der Einheitslast gegen das Schaufelende zu gelegen sind, mit der Wirklichkeit überein und schadet, wenn diese Voraussetzung nicht erfüllt ist, wenig, da eine am Schaufelfuss angreifende Last, die ohnehin viel kleiner ist (Abb. 2), nur geringe Ausbiegungen bewirkt und deshalb die aus der Annahme ähnlicher elastischer Linien entstehenden Fehler nur die kleineren Einflusskoeffizienten betreffen. Wir können also setzen:

$$a_{ik} = c_k a_{i1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

womit das Gleichungssystem (1) unter Berücksichtigung von (3) die Form annimmt:

$$y_i = \sum_k c_k a_{i1} \mu F_k \lambda^2 y_k \Delta x, \quad i = 1, 2, 3, \ldots, n.$$

Setzt man hierin abkürzend

$$\delta_k = \mu F_k \Delta x, \quad d_k = \lambda^2 c_k \delta_k, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

so wird

$$y_i = \sum_k a_{i1} d_k y_k, \quad i = 1, 2, \ldots, n \quad . \quad . \quad (6)$$

Da nicht alle Ausbiegungen zu verschwinden brauchen, ist die Determinante dieses Systems

$$\begin{vmatrix} (a_{11} d_1 - 1), & a_{11} d_2, & \ldots, & a_{11} d_n \\ a_{21} d_1, & (a_{21} d_2 - 1), & \ldots, & a_{21} d_n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} d_1, & a_{n1} d_2, & \ldots, & (a_{n1} d_n - 1) \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

Da in der Determinante $\| a_{i1} d_k \|$ sämtliche Unterdeterminanten von höherer als erster Ordnung verschwinden, ergibt die Entwicklung der Determinante (7) nach ihrer Hauptdiagonale:

$$(-1)^n + (-1)^{n-1} \sum_i a_{i1} d_i = 0$$

oder, mit Berücksichtigung von (5) und (4)

$$\lambda^2 = \frac{1}{\Sigma a_{ii} \delta_i} = \frac{1}{\mu \Delta x \Sigma F_i a_{ii}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Setzt man, wie es in der Schwingungstheorie üblich ist:

$$\beta_v^4 = \frac{l^4 \mu F_s \lambda^2}{J_0 E} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

mit F_s = Schaufelquerschnitt am freien Ende, J_0 = Trägheitsmoment des Schaufelquerschnittes am Fuss, E = Elastizitätsmodul,

so wird

$$\beta_v^4 = \frac{l^4}{J_0 E \Delta x \Sigma \frac{F_i}{F_s} a_{ii}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

a_{ii} wird nach dem Verfahren von Mohr[3]) wie folgt bestimmt: Bei konstantem Trägheitsmoment ist die Durchbiegung im Punkte i gleich dem $1/JE$-fachen Wert des in i wirksamen Momentes, das durch die zu $T_i = 1$ gehörige M-Fläche als Belastungsfläche der Schaufel erzeugt würde. Da in unserem Fall J veränderlich ist, werden wir statt $1/JE$ den Wert $1/J_0 E$ nehmen und statt der gegebenen M Fläche eine Fläche, deren Ordinaten $= M_c J_0/J_c$ sind. Es ist zweckmässig, die Rechnung analytisch durchzuführen. Man teilt die Schaufel in n Elemente. Wenn man $\frac{l^3}{n J_0 E} a_{ii}' = a_{ii}$ setzt, bekommt man aus Abb. 3 (S. 238):

$$a_{ii}' = \sum_c \left(\frac{i-c}{n}\right)^2 \frac{J_0}{J_c}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

mit $c = 1, 2, \ldots, i$.

und, da $\Delta x = \frac{l}{n}$, vereinfacht sich (10) in

$$\beta_v^4 = \frac{n^4}{\sum_i a_{ii}' \frac{F_i}{F_s}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

[1]) „BBC-Mitteilungen", Mai 1934, S. 79 und Juli 1934, S. 123.

[2]) Siehe *Stodola*, „Dampf- und Gasturbinen", 5. Auflage, S. 946 u. f.

[3]) *O. Mohr*, „Abhandlungen aus dem Gebiete der Techn. Mechanik", 3. Auflage, S. 354. Berlin 1928, W. Ernst & Sohn.

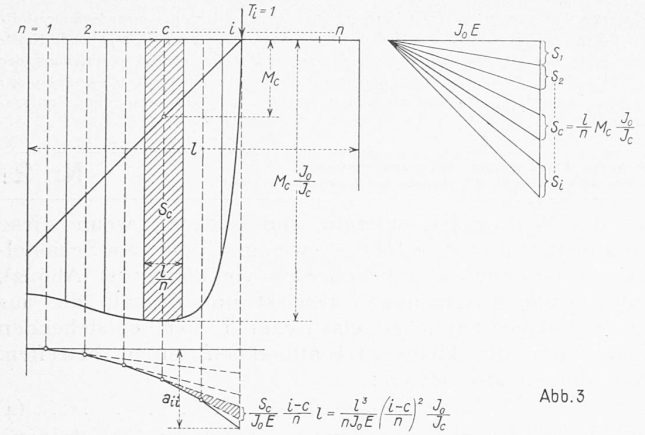

Abb. 3

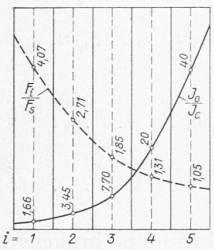

Abb. 4

Endlich ist die Schwingungszahl pro Minute

$$n = \frac{30\,\lambda}{\pi} = \frac{30\,\beta_v^2}{\pi} \frac{1}{l^2} a_l\, i_0 \,. \quad (13)$$

mit $a_l = \sqrt{\frac{E}{\mu}}$ = Materialkonstante

$$i_0 = \sqrt{J_0/F_s}$$

Je weniger Elemente man wählt, umso rascher ist die Rechnung gemacht, aber desto ungenauer das Resultat. Die Praxis hat gezeigt, dass eine genügende Genauigkeit erreicht wird, wenn man die Schaufeln in fünf Elemente teilt.

Als Beispiel berechnen wir das β_v^2 einer stark verjüngten Schaufel, um die Anordnung der Rechnung zu zeigen. Der Trägheitsmoment- und Querschnittsverlauf dieser Schaufel ist durch Abb. 4 gegeben.

i	$\left(\frac{i-c}{n}\right)^2$	$\times$	$\frac{J_0}{J_c}$		$\frac{F_i}{F_s}$	
1	0					
2	0,04	$\times$	1,66	= 0,066 $\times$	2,71	= 0,179
3	0,16	$\times$	1,66	= 0,266		
	0,04	$\times$	3,45	= 0,138		
				0,404 $\times$	1,85	= 0,747
4	0,36	$\times$	1,66	= 0,598		
	0,16	$\times$	3,45	= 0,552		
	0,04	$\times$	7,70	= 0,308		
				1,458 $\times$	1,31	= 1,910
5	0,64	$\times$	1,66	= 1,060		
	0,36	$\times$	3,45	= 1,240		
	0,16	$\times$	7,70	= 1,230		
	0,04	$\times$	20,00	= 0,800		
				4,330 $\times$	1,05	= 4,550

$\beta_v^4 = 25/7{,}386 = 3{,}39$

$\beta_v^2 = 1{,}84$

$$\sum_i a_{ii}' \frac{F_i}{F_s} = 7{,}386$$

Die für diesen Fall ausgeführte Rechnung nach Rayleigh ergab genau das selbe Resultat.

Für eine Schaufel konstanten Querschnitts findet man nach vorstehender Methode $\beta_v^2 = 3{,}54$ statt des genauen Wertes von 3,52, d. h. eine Abweichung von rd. $^1/_2$ %. Noch andere Vergleichsrechnungen wurden durchgeführt bei mehr oder weniger verjüngten Schaufeln, und immer stimmte das Resultat mit dem nach Rayleigh überein.[4])

Der Vorteil dieser Methode ist, dass die ganze Rechnung, wenn die Verjüngung der Schaufel, d. h. die F- und J-Kurven bekannt sind, nur etwa $^1/_4$ Stunde beansprucht.

[4]) Es ist nun ohne weiteres möglich, die statische Schwingungszahl der gebundenen Schaufeln und die dynamische Schwingungszahl der freien oder gebundenen Schaufeln (siehe Fussnote 1) nach dieser Methode zu ermitteln. Im Bindungskoeffizienten wird man jedoch einen Mittelwert des Trägheitsmomentes der Schaufel einsetzen, z. B. $J = J_0 \frac{\beta_v^2}{3{,}52}$.

Ueber Wärmespannungen bei Schweissungen.

Von Dipl. Ing. A. SONDEREGGER, Zürich.

Bestrebungen, aus grösseren Versuchs- und Beobachtungsreihen allgemeingültige Grundlagen zur Beurteilung und Berechnung der bei bestimmten Konstruktionen und Schweissverfahren auftretenden Wärmespannungen in den Schweissnähten zu erhalten, tauchen immer wieder auf, wie wir sehen werden mit negativem Erfolg. Es sollen im folgenden zwei solcher in grösserem Stile durchgeführte Untersuchungen besprochen und anschliessend gezeigt werden, warum solche Versuche zu keinem Erfolg führen können.

Von der amerikanischen Marine sind gelegentlich des Baus eines lichtbogengeschweissten Hilfsfahrzeuges in grösserem Umfange Messungen über die Schrumpfung verschiedener Schweissverbindungen infolge von Wärmespannungen gemacht worden. Dabei wurden kontrolliert: 1. die T-Schweissung der Stehbleche auf der durchgehenden Schiffsschale; 2. die gejoggelte Ueberlapptschweissung; 3. die Stosschweissung mit einseitiger Lasche. Es wurden durchlaufende und intermittierende Nähte kontrolliert. Von jeder Schweissart wurden etwa 50 von verschiedenen Schweissern ausgeführte Schweisstellen gemessen. Es wurden die Längs- und hauptsächlich die Querschrumpfung gemessen. Für die Messung quer zur Naht wurde eine Länge von 6" als Normalmass kontrolliert. Die Kontraktion in der Längsrichtung wurde auf die Länge von 10 Fuss gemessen. Den Tabellen[1]) über die erhaltenen Resultate sei noch vorausgeschickt, dass das ganze Fahrzeug von 37 m Länge auf diese Länge eine Gesamtverkürzung unter das Zeichnungsmass von 75 mm erfuhr, während genietete Schiffe erfahrungsgemäss dieses Mass immer etwas überschreiten.

Tabelle I (S. 239) zeigt den grossen Unterschied in der Kontraktion unterbrochener und durchgehender Kehlnähte (Abb. 1). Einem Maximum von nur 1,27 mm bei jenen steht bei diesen ein solches von 2,03 mm gegenüber, während das Verhältnis der Gesamtmittel 0,25 zu 1,44 beträgt. Es ist also in Bezug auf Spannungen unbedingt vorteilhaft, Stehbleche z. B. an das Stegblech von Trägern mit unterbrochenen Nähten anzuschweissen. Der Vergleich zwischen Tabelle II und III ergibt, dass die überlappte Schweissung (Abb. 2) erheblich weniger geschwunden ist als die Stosschweissung (Abb. 3) mit einseitiger Lasche — eine Folge der kleinern Zahl der Nähte im ersten Fall.

Ein wesentliches Ergebnis aller Messungen ist ihre starke Streuung. Die ausserordentlich grossen Schwankungen, die trotz genau gleicher konstruktiver Verhältnisse und genau gleicher Ausführung vorliegen, zeigen, dass auf diese Weise exakte Resultate nicht erhalten werden können, und dass ein Faktor mitsprechen muss, der diese verschiedenen Resultate unter anscheinend gleichen Verhältnissen verursacht.

In Deutschland wurden in neuerer Zeit — auf Veranlassung des Zentralverbandes der Preussischen Dampfkessel-Ueberwachungsvereine — ebenfalls Spannungsversuche in grösserem Ausmass veranstaltet. Für diese Versuche wurden Blechtafeln von 1500 × 1200 × 14 mm verwendet und die nach dem Schweissen solcher Platten und nach dem völligen Erkalten eingetretene Verformung, Schrumpfung und Dehnung und die denselben entsprechenden inneren Spannungen nach Grösse und Lage bestimmt. Ueber diese Versuche hat Reinhard im vergangenen Jahre berichtet.[2]) Von den Blechtafeln wurde ein Teil mit durchgehender Stossnaht in der Längsmittellinie geschweisst (Abb. 4). Ein anderer Teil der Tafeln wurde in der Längsachse mit einem Schlitz von 300 mm Länge versehen, der zugeschweisst wurde (Abb. 5). Die Platten wurden mit einer scharfen Reissnadel mit einem

[1]) „Designing for Arc Welding", Lincoln Electric Co, Cleveland.

[2]) „Die Wärme", Nr. 4, 56. Jahrgang, 28. Januar 1933.