Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 103/104 (1934)
Heft: 17

Artikel: Zur Beurteilung der Grundschwingungszahl vollwandiger Träger
Autor: Stüssi, Fritz
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-83319

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 06.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Zur Berechnung der Grundschwingungszahl vollwandiger Träger. — Kunsteisbahn und Wellenbad Dählhölzli, „Ka-We-De", in Bern. — Wasser-Reinigung und Grundwasserfassung für das Ka-We-De Bern. — Die Eisplatte des Ka-We-De Bern. — Die Kältemaschinen-Anlage. — Die Kompressorheizung des Ka-We-De. — Elektro-Traktor für die Eisbahn-Reinigung. — Schweizer. Starkstromkontrolle 1933. — Mitteilungen: Zur Physiologie des Starkstromunfalls. Das kantonale chemische Laboratorium Luzern. Metallbälge für Schnellzüge. Die Petrolraffinerie von Port-Jérôme bei Le Havre. Vom Bau des Basler Kunstmuseums. Die Elektrizitätsversorgung der Türkei. Hervorragende Flugleistung. Ljungström-Turbinen-Gruppe von 50 000 kW. Schweizerische Landesausstellung Zürich 1938. — Nekrologe: Karl Strecker. — Literatur. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Band 104 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 17

Zur Berechnung der Grundschwingungszahl vollwandiger Träger.

Von Dr. sc. techn. FRITZ STÜSSI, Obering. der Eisenbaugesellschaft Zürich.

1. Zur Berechnung der niedrigsten Eigenschwingungszahl, die den Ausgangspunkt für die dynamische Untersuchung von Tragwerken darstellt, sind für die Praxis Annäherungsverfahren ausgearbeitet worden. So hat Pohlhausen[1]) für Fachwerkträger ein Berechnungsverfahren aufgestellt, bei dem aus der wiederholten Bestimmung von Verschiebungsgrössen die Eigenfrequenz mit fortgesetzter Annäherung ermittelt wird. Die praktische Eignung des Verfahrens beruht auf der guten Konvergenz der der Reihe nach zu bestimmenden Schwingungszahlen gegen den genauen Wert. Eine Uebertragung der Methode von Pohlhausen auf Vollwandträger rührt von F. Bleich[2]) her. Es lässt sich leicht zeigen, dass die Grundschwingungszahl sich hier einfacher direkt aus dem Vergleich von angenommener und daraus berechneter Formänderungskurve ergibt, wodurch das Verfahren Pohlhausen-Bleich im Wesentlichen in das graphische Verfahren von Stodola[3]) übergeht.

Ein anderer Weg zur Bestimmung der Eigenschwingungszahl beruht auf der Betrachtung der Energieverhältnisse während des Schwingungsvorganges.[4]) Wie nachstehend gezeigt werden soll, ergibt sich aus der Kombination der ersterwähnten Berechnungsart (Stodola) mit einer Energiebetrachtung ein sehr einfaches Berechnungsverfahren, das in einem Rechnungsgang die Grundschwingungszahl mit praktisch meistens genügender Genauigkeit liefert. Da hierbei zwei Werte für die Schwingungszahl erhalten werden, lässt sich die Güte der Approximation abschätzen.

2. Aus der Schwingungsgleichung des elastischen Stabes:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E J \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right) + \frac{q}{g}\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

in der z die von der statischen Gleichgewichtslage aus gemessenen Schwingungsausschläge, q die Trägerbelastung und g die Erdbeschleunigung bedeuten, folgt unter Beachtung, dass die zu betrachtenden Eigenschwingungen harmonische sind, also:

$$z = y(x) \sin p t, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

die Gleichung

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(E J \frac{d^2 y}{dx^2}\right) - \frac{q}{g} p^2 y = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

die den örtlichen Verlauf der Schwingungsausschläge y umschreibt. p bedeutet die Kreisfrequenz. Gl. 3 sagt aus, dass die durch die Belastung

$$u = \frac{q}{g} p^2 y$$

hervorgerufene Biegungslinie y_1 des Balkens wieder mit y übereinstimmen muss. Damit ist der zur Bestimmung der Kreisfrequenz p, bzw. der sekundlichen Eigenschwingungszahl ν

$$\nu = \frac{p}{2\pi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

einzuschlagende Weg gegeben: man berechnet zu einer angenommenen Ausbiegungslinie y die Belastungskurve u und daraus die Biegungslinie y_1. Diese ergibt sich am bequemsten, insbesondere bei veränderlicher Belastung, veränderlichen Trägerquerschnitten und bei beliebigen Einspannverhältnissen, mit den bekannten Mitteln der Baustatik: aus der Belastung u folgt die Momentenfläche als Seilkurve, wobei die Schlusslinie entsprechend den Auflagerbedingungen einzulegen ist, während die Seilkurve zur durch $E J$ dividierten Momentenfläche die Ausbiegungskurve y_1 liefert. Aus der Gleichsetzung von y und y_1 für irgend eine Trägerstelle, z. B. für Balkenmitte, ergibt sich ein erster Näherungswert von p^2. Da das Verfahren gut konvergiert, ist ein genügend genauer Wert von p bzw. ν mit wenigen Wiederholungen dieses Rechnungsganges zu erreichen.[5]) Zur Bestimmung der niedrigsten Eigenfrequenz, also der Grundschwingungszahl, ist diejenige Ausbiegungskurve y anzunehmen, die die grössten Formänderungen ergibt.

3. Wir betrachten nun die Energieverhältnisse während des Schwingungsvorganges: die kinetische Energie eines Balkenelementes der Länge dx beträgt

$$dE_k = \frac{1}{2}\frac{q}{g} dx \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{q}{g} dx (p\, y \cos p\, t)^2, \quad . \quad (5)$$

wenn wir den zeitlichen Verlauf der Ausschläge z wieder nach Gl. 2 einführen. Beim Durchgang durch die statische Gleichgewichtslage ($\sin p\, t = 0$, $\cos p\, t = 1$) ist dE_k und damit die kinetische Energie des Balkens von der Länge l ein Maximum:

$$\max E_k = \frac{p^2}{2g}\int_0^l q\, y^2\, dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Gleichzeitig ist die potentielle Energie gleich null.

Wenn die Ausbiegungen z ihren Grösstwert y erreichen, ist die Geschwindigkeit und damit die kinetische Energie gleich null. Dagegen erreicht die potentielle Energie ihren Grösstwert. Dieser ist gleich der Arbeit, die zur Erreichung der maximalen Ausbiegung y aufgewendet werden musste, also für ein Balkenelement dx:

$$\max dE_p = \frac{1}{2} M\, d\alpha = \frac{1}{2}\frac{M^2\, dx}{E J} = \frac{E J}{2}\left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)^2 dx, \quad . \quad (7a)$$

oder für die Balkenlänge l:

$$\max E_p = \frac{1}{2}\int_0^l \frac{M^2\, dx}{E J} = \frac{1}{2}\int_0^l E J \left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)^2 dx \quad . \quad . \quad (7b)$$

Während des Schwingungsvorganges muss, abgesehen von Reibungsverlusten, die wir hier vernachlässigen, die Energiesumme konstant sein:

$$E_k + E_p = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Dies bedeutet, dass die Beträge von max E_k und max E_p einander gleich sein müssen. Daraus folgt:

$$p^2 = \frac{\int_0^l \frac{M^2}{E J} dx}{\frac{1}{g}\int_0^l q\, y^2\, dx} = \frac{\int_0^l E J \left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)^2 dx}{\frac{1}{g}\int_0^l q\, y^2\, dx} \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

In Gl. (7) wurde die potentielle Energie des ausgebogenen Stabes als Formänderungsarbeit eingeführt. Diese ist aber gleich der äusseren Arbeit, d. h. der Arbeit der Belastung u bis zur Durchbiegung y, also für ein Balkenelement dx

$$\max dE_p = \frac{1}{2} u\, y\, dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7c)$$

[1]) *Pohlhausen:* „Berechnung der Eigenschwingungen statisch bestimmter Fachwerke". Z. a. M. u. M. 1921.

[2]) *F. Bleich:* „Stahlhochbauten I", Berlin 1932.

[3]) *A. Stodola:* „Dampf- und Gasturbinen", 6. Aufl., Berlin 1922. (zit. nach Timoshenko).

[4]) Eine ausgezeichnete Darstellung dieser Energiemethoden gibt *S. Timoshenko* („Schwingungsprobleme der Technik", Berlin 1932), der an ihrer Aufstellung massgebend beteiligt ist.

[5]) Auf dem gleichen Prinzip der fortgesetzten Annäherung an die genaue Ausbiegungskurve beruht das Verfahren von *Vianello* zur Bestimmung der Knicklast gedrückter Stäbe. In ähnlicher Weise ist es dem Verfasser gelungen, die Kipplast von auf Biegung beanspruchten Balken zu berechnen.

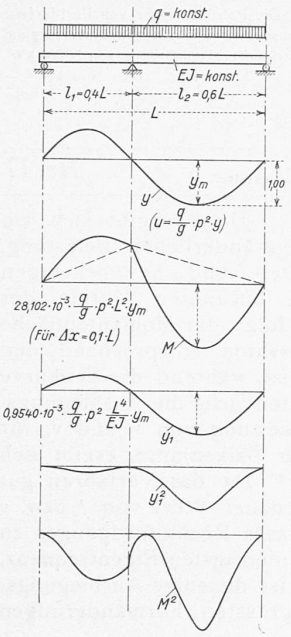

Abb. 1.

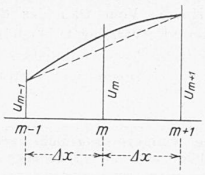

Abb. 2a.

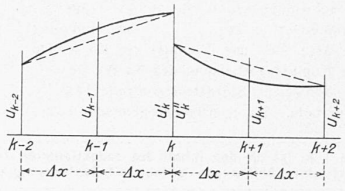

Abb. 2b.

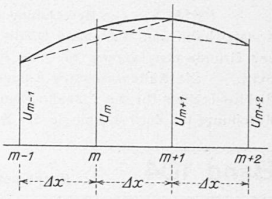

Abb. 3.

Führen wir diesen Wert in Gl. (8) ein, so erhalten wir für Gl. (9) folgende ebenfalls gebräuchliche Schreibweise:

$$p^2 = \frac{\int_0^l u\, y\, dx}{\frac{1}{g}\int_0^l q\, y^2\, dx} \quad . \quad . \quad (9a)$$

Diese Form ist für die Auswertung gegenüber Gl. (9) oft bequemer, besonders wenn auch der Einfluss der Querkräfte berücksichtigt werden soll.

4. Wenn die genaue Form der Ausbiegungskurve y bekannt ist, so liefert Gl. (9) auch den genauen Wert von p^2. Einen meist guten Annäherungswert erhält man nach Lord Rayleigh[6]), wenn man eine den Auflagerbedingungen gehorchende, sonst aber beliebige Kurve für y einsetzt. Führt man nach Ritz[7]) die y-Kurve als Reihe ein und bestimmt die Parameter der einzelnen Glieder aus der Bedingung, dass p^2 minimal werde, so führt Gl. (9) auf ein Gleichungssystem, aus dem man durch Nullsetzen der Determinante eine sehr genaue Frequenzgleichung erhält.

Weit einfacher und deshalb für die praktische Berechnung von Eigenfrequenzen geeigneter ist nun folgendes Verfahren: Wir bestimmen nach Gl. (3) durch zweimaliges Berechnen eines Seilpolygons zur Belastung u auf Grund einer geschätzten Ausbiegungskurve y die Ausbiegungskurve y_1. Aus dem Vergleich von y und y_1 erhalten wir den bereits erwähnten ersten Annäherungswert p'. Einen zweiten, wesentlich genaueren Wert p'' erhalten wir durch Einsetzen der berechneten Ausbiegungen y_1 in die Gl. (9), wobei wir im Zähler entweder das als erstes Seilpolygon erhaltene Biegungsmoment M oder nach Gl. (9a) die Belastung u einführen können. Eine Abweichung der Schwingungskurve von ihrer genauen Form ist gleichbedeutend mit einer willkürlichen Festhaltung, d. h. mit einer Vergrösserung der Steifigkeit EJ; deshalb liegt p'', abgesehen von Rechnungsungenauigkeiten, stets etwas über dem genauen Wert. Da die berechnete Ausbiegungskurve schon eine Annäherung an die wirkliche Schwingungslinie darstellt, liegt p'' in der Regel schon sehr nahe am genauen Wert von p. Ausserdem lässt sich aus dem Vergleich von p' und p'', unter Beachtung, dass $p'' > p$, ein noch genauerer Wert von p abschätzen. Eine Wiederholung der Berechnung auf Grund der erhaltenen Ausbiegungslinie y_1 ist nur dann erforderlich, wenn p' und p'' um ein Vielfaches des zuzulassenden Fehlers auseinander liegen, was nur in den seltensten Fällen zutreffen wird.[8])

5. Wir skizzieren den Rechnungsgang am Beispiel eines über zwei Felder durchlaufenden Balkens (Abb. 1) mit den Spannweiten $l_1 = 0{,}4\,L$, $l_2 = 0{,}6\,L$. Querschnitte und Belastung seien konstant. Als Ausbiegungskurve y nehmen wir, ziemlich willkürlich, für jedes Feld eine Sinuskurve an, deren grösste Ordinaten sich zu einander wie die Spannweiten verhalten. Entgegengesetztes Vorzeichen der Ausbiegung und damit der Belastung u in den beiden Feldern liefert die grössten Ausbiegungen y_1, d. h. die gesuchte Grundschwingungszahl. Die M_0-Momente in den beiden einfachen Balken l_1 und l_2 ergeben sich als Seilkurve zur Belastung u. Ein Seilpolygon besitzt dann in den Knotenpunkten die Ordinaten der Seilkurve, wenn als Belastungen die Knotenlasten der Belastungsfunktion u eingeführt werden. Diese Knotenlasten werden gewöhnlich als Auflagerkräfte im Punkte m der durch die Ordinaten u_{m-1}, u_m und u_{m+1} bestimmten Trapeze berechnet. Bei stetig gekrümmten Kurven, mit denen wir es hier zu tun haben, ergeben sich genauere Werte dadurch, dass wir uns die Belastungsfunktion u über je zwei Felder durch eine Parabel ersetzt denken; die Knotenlast des mittleren Knotenpunktes m ergibt sich dann auf Grund einer elementaren Rechnung (Abb. 2a) zu:

$$K_m = \frac{\Delta x}{12}(u_{m-1} + 10\,u_m + u_{m+1}) \quad . \quad . \quad (10a)$$

Weist die Belastungsfunktion im Punkt k eine Unstetigkeit auf (Abb. 2b), so nehmen wir parabelförmigen Verlauf von u je über die dem Knotenpunkt k links und rechts benachbarten beiden Felder an und erhalten als Knotenlast:

$$K_k = \frac{\Delta x}{24}(-u_{k-2} + 6\,u_{k-1} + 7\,u_k' + 7\,u_k'' + 6\,u_{k+1} - u_{k+2}) \quad (10b)$$

Das Stützenmoment M_B ergibt sich als statisch unbestimmte Grösse aus der Elastizitäts-Bedingung (kontinuierliche Biegungslinie über der Stütze B) zu

$$M_B = -\frac{a_{10}}{a_{11}},$$

wenn wir mit a_{10} die Auflagerkraft der beiden reduzierten M_0-Momentenflächen $M_0 : E\,J$ und mit a_{11} die entsprechende Auflagerkraft infolge $M_B = 1$ bezeichnen. Diese Auflagerkräfte werden zweckmässig als Auflagerkräfte der nach Gl. (10) ermittelten Knotenlasten der reduzierten Momentenflächen bestimmt. Die Momentenfläche M ergibt sich aus der Superposition von M_0 mit der M_B-Fläche. Das Seilpolygon zur M-Fläche liefert die gesuchte Ausbiegungskurve y_1. Aus der Gleichsetzung von y und y_1 in der Mitte des grösseren Feldes l_2 erhalten wir:

$$1{,}0 = 0{,}9540 \cdot 10^{-3}\,\frac{q}{g}\,\frac{L^4}{EJ}\,p^2; \qquad p' = \frac{32{,}376}{L^2}\sqrt{\frac{EJg}{q}}.$$

Zur Berechnung von p'' benötigen wir nach Gl. (9) die bestimmten Integrale über die Balkenlänge der $M^2 : E\,J$- und der $q\,y_1^2$-Flächen, die wir mit praktisch ausreichender Genauigkeit als Flächeninhalte bestimmen. Dabei nehmen wir wieder näherungsweise parabelförmigen Funktionsverlauf über je zwei Felder an (Abb. 3) und erhalten nach der Simpsonschen Regel die Fläche zwischen $m - 1$ und $m + 1$ zu

$$F_{m-1}^{m+1} = \frac{\Delta x}{3}(u_{m-1} + 4\,u_m + u_{m+1}). \quad . \quad . \quad (11a)$$

Zur Berechnung der Fläche zwischen m und $m + 1$ nehmen wir je den Funktionsverlauf von $m - 1$ bis $m + 1$ und von m bis $m + 2$ als Parabel an und erhalten als Mittelwert

$$F_m^{m+1} = \frac{\Delta x}{24}(-u_{m-1} + 13\,u_m + 13\,u_{m+1} - u_{m+2}). \quad (11b)$$

Die Flächenberechnung kann somit bei gerader oder ungerader Felderzahl einfach durchgeführt werden.

---

[6]) Lord *Rayleigh*: „Theory of Sound" (zit. nach S. Timoshenko).

[7]) *W. Ritz*: „Gesammelte Werke", Paris 1911 (zit. nach S. Timoshenko).

[8]) Es liegt nahe, auch bei der Untersuchung von Stabilitätsproblemen eine Annäherungslösung der Differentialgleichung mit einer Energiebetrachtung zu kombinieren, wodurch bei vermindertem Aufwand an Rechenarbeit eine sehr gute Genauigkeit erreicht werden kann. Ueber Energiemethoden bei der Untersuchung von Stabilitätsproblemen siehe: *S. Timoshenko*: „Sur la Stabilité des Systèmes Elastiques", Annales des Ponts et Chaussées 1913.

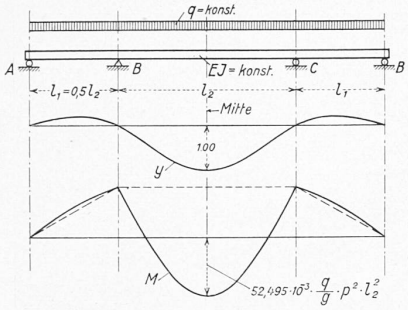

Abb. 4.

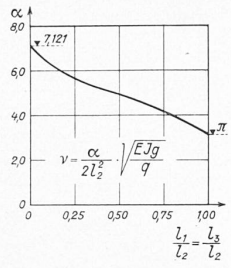

Abb. 5.

Im Beispiel der Abb. 1 wurde auf diese Weise nach Gl. (9) erhalten: (unter Aufteilung der Länge L in nur 10 Felder Δx)

$$p''^2 = \frac{9872{,}5}{8{,}7406}\cdot\frac{EJg}{qL^4}; \quad p'' = \frac{33{,}608}{L^2}\cdot\sqrt{\frac{EJg}{q}}.$$

Für dieses Beispiel gibt Federhofer[9]) den genauen Wert von p, den er als Wurzel einer transzendenten Frequenzgleichung bestimmt, zu

$$p = \left(\frac{5{,}783}{L}\right)^2\cdot\sqrt{\frac{EJg}{q}} = \frac{33{,}443}{L^2}\cdot\sqrt{\frac{EJg}{q}}.$$

Der Fehler von p'' beträgt somit rd. $+0{,}5\,\%$; darin äussern sich die Einflüsse der willkürlichen Annahme von y (schlechte Uebereinstimmung von y und y_1 im Feld l_1) und die Ungenauigkeiten des Rechnungsverfahrens (Flächenberechnung statt Integration). Immerhin dürfte diese Genauigkeit für alle praktischen Zwecke mehr als ausreichend sein. Der Fehler von p' beträgt mit rd. $-3{,}2\,\%$ etwa das 6,4-fache des Fehlers von p''; dieses Verhältnis kann etwa als Anhaltspunkt zur Abschätzung von p aus den Werten p' und p'' dienen.

In Abb. 4 ist der Verlauf von y und M für einen über drei Felder durchlaufenden Balken konstanten Querschnitts mit gleichmässiger Belastung q und den Spannweiten $l_1 = l_3 = 0{,}5\,l_2$ dargestellt. Abb. 5 gibt die Werte der sekundlichen Grundschwingungszahl ν bei veränderlichem Verhältnis der Seitenfeldspannweite $l_1 = l_3$ zur Mittelfeldspannweite l_2, wobei der Grenzfall $l_1 = 0$ dem beidseitig starr eingespannten Balken entspricht.

6. Wir haben bisher stillschweigend schlanke Träger vorausgesetzt, bei denen der Einfluss der Schubspannungen auf die Formänderungen gegenüber dem Einfluss der Biegungsmomente vernachlässigt werden darf. Der Einfluss dieser Vernachlässigung ist noch zu untersuchen.

Infolge der Schubspannungen erfährt die Balkenaxe eine Neigung γ

$$\gamma = \frac{\tau_m}{q} = \frac{Q}{GF'}, \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

wobei G den Schubmodul, $G = {}^3/_8\,E$, und F' die reduzierte Querschnittsfläche bedeutet. Bei I-Querschnitten wird für F' üblicherweise die Stegfläche eingesetzt.

Die Berechnung der durch die Winkeländerung γ verursachten Vergrösserung y_Q der Durchbiegung y_1 ist mit den bekannten Verfahren der Baustatik (z. B. mit Hilfe der elastischen Gewichte) recht einfach; falls GF' konstant ist, beträgt

$$y_Q = \frac{M_0}{GF'},$$

wobei M_0 das Moment im einfachen Balken bedeutet. Die Querkräfte infolge der Stützenmomente haben, weil feldweise konstant, keinen Einfluss auf y_Q.

Die Interpretation, die wir der Differentialgleichung Gl. (3) gegeben haben, bleibt (wie aus der hier nicht wiedergegebenen Ableitung der Gl. (1) hervorgeht) auch dann richtig, wenn neben den Durchbiegungen infolge der Momente auch diejenigen infolge der Querkräfte berücksichtigt werden: die Biegungslinie y_1 infolge der Belastung $u = \frac{q}{g}\,p^2\,y$ muss wieder gleich y sein. Jetzt setzt sich aber y_1 aus zwei Beiträgen, y_B und y_Q, zusammen. Aus der Gleichsetzung von y und $y_1 = y_B + y_Q$ ergibt sich ein gegenüber Berücksichtigung nur der Biegungsmomente verminderter Wert von p'. Zur Berechnung von p'' ist zweckmässig Gl. (9a) anzuwenden; dabei sind auch hier die Gesamtbeträge $y_B + y_Q$ einzusetzen.

Zur zahlenmässigen Veranschaulichung dieses Schubspannungseinflusses auf die Grundschwingungszahl seien noch folgende Resultate von durchgerechneten Beispielen mitgeteilt: bei einem einfachen Balken mit konstantem Rechteckquerschnitt $b \cdot h$ und einer Spannweite $l = 10\,h$ wird p infolge der Schubspannungen um $1{,}6\,\%$ [10]) vermindert; ist der Querschnitt beispielsweise ein Breitflanschträger I Din 30, so steigt bei 3,0 m Spannweite dieser Einfluss auf $-9{,}1\,\%$. Bei einem durchlaufenden Balken wird er noch grösser: für einen Träger nach Abb. 4 mit $l_1 = l_3 = 0{,}5\,l_2$ beträgt die Frequenzverminderung für Querschnitt I Din 30 und $l_2 = 3{,}0$ m rd. $18\,\%$. Die Berücksichtigung nur der Biegungsmomente allein ist demnach in solchen Fällen nicht mehr zulässig.

7. Mit Gl. 9a lässt sich z. B. auch der Einfluss einer elastischen Senkbarkeit der Auflagerpunkte sehr einfach bestimmen; als Durchbiegungen y sind dann die gesamten Formänderungen infolge der Momente, Querkräfte und Stützensenkungen einzuführen.[11])

Das hier vorgelegte Kombinationsverfahren zur Bestimmung der Grundschwingungszahl vollwandiger Träger dürfte dank seiner Einfachheit und Zuverlässigkeit dazu beitragen, dass der dynamischen Beurteilung derartiger Tragwerke, besonders von Brückenbauten, schon bei der Projektierung vermehrte Aufmerksamkeit geschenkt wird.

[9]) *K. Federhofer*: „Grundschwingzahlen der elastischen Querschwingungen dreifach gelagerter Träger", Bautechnik 1933.

[10]) Dieser Wert stimmt mit dem von S. Timoshenko für das gleiche Beispiel gefundenen überein. Timoshenko untersucht ausserdem den Einfluss der Rotationsträgheit, der hier rd. $^1/_4$ des Schubspannungseinflusses beträgt.

[11]) Auf gleiche Weise lässt sich auch die Grundschwingungszahl von Rahmentragwerken wenigstens angenähert berechnen. Bei einer genauen Berechnung tritt die Schwierigkeit auf, dass die Längskräfte, und zwar sowohl diejenigen aus der statischen Belastung wie diejenigen infolge der Trägheitskräfte, die Ausbiegungen y_1 beeinflussen.

Kunsteisbahn und Wellenbad Dählhölzli, „Ka-We-De", in Bern.

Architekten v. SINNER & BEYELER, Bern.

Im Sommer 1932, nachdem die Dolder-Eisbahngesellschaft Zürich als Pionier ihre Erfahrungen über den Erfolg von Kunsteisbahnen in der Schweiz in uneigennütziger Weise uns Bernern überlassen hatte, wurde in unserer Stadt die „Ka-We-De"-Gesellschaft gegründet. Ihr Hauptzweck war der Bau und Betrieb einer *Kunsteisbahn*. Die Initianten stellten sich von Anfang darauf ein, dieses volkstümliche Unternehmen ohne Inanspruchnahme von Behörden und Subventionen auf gesunder kaufmännischer Grundlage zu errichten. Die Baukosten einer Kunsteisbahn mit Kältemaschinen sind aber so hohe, dass eine solche Anlage in Gemeinden mit weniger als 50 000 Einwohnern ohne Subventionen kaum in Frage kommen kann. In Bern ergaben die Vorberechnungen, dass eine Rendite ohne geeigneten *Sommerbetrieb* zum Mindesten unsicher erschien, sodass man gezwungen war, mit der Winteranlage ein Freiluftbad zu kombinieren.

In Bern, das keinen See hat und dessen Badeanlagen an der kalten Aare liegen, hatte eine Schwimmbadanlage gute Aussichten. Immerhin war zu bedenken, dass die Aarebäder freien Zutritt haben, was die Berechnung des mutmasslichen Erfolges für eine Anlage hinter Kassa erschwerte. Es musste noch etwas hinzukommen, was anderswo noch nicht zu haben ist: so kamen die Planverfasser auf die Idee, in Verbindung mit dem zu schaffenden Schwimmbassin eine Wellenmaschine einzubauen. Nähere Studien ergaben aber, dass ein Wellenbadbecken allein keine idealen Verhältnisse für Stossbetrieb versprach. Die Erfahrung anderer Bäder in der Schweiz, dass diese Becken im allgemeinen zu klein für die sommerlichen Stoss-