

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 101/102 (1933)
Heft: 8

Artikel: Ueber das Knicken kreisringförmiger Scheiben
Autor: Meissner, E.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-82953>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Ueber das Knicken kreisringförmiger Scheiben. — Selbsttätige Zugbeeinflussung. — Der gegenwärtige Stand der Bauarbeiten an der Rheinregulierung Kehl-Stein. — Wohnhaus des Luzerner Kunsthändlers F. Steinmeyer. — Zur Frage der Holztrocknung. — Gasherdefeuerung mit flüssigen Brennstoffen. — Vortragszyklus über Strassenbau und Strassenverkehr, Zürich 1933. — Mitteilungen: Prof. Dr. C. F. Geiser 90 Jahre. Eidgen. Technische Hochschule. Das permanente Dielektrikum. Gartenhäuschen für Familiengärten. Grundlegende Untersuchungen über die Schallabsorption. — Wettbewerbe: Erweiterung des Bürgerspitals in Zug. — Literatur: Forschungsarbeiten über Metallkunde und Röntgenmetallographie. Eingegangene Werke. — Mitteilungen der Vereine. — Vortrags-Kalender.

Band 101

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich.
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 8

Ueber das Knicken kreisringförmiger Scheiben.

Von Prof. Dr. E. MEISSNER, E. T. H., Zürich.

Wenn eine volle Kreisscheibe vom Halbmesser a in ihrer Ebene am Rande durch gleichmässig verteilte Radialdrucke belastet wird, so knickt sie bei einer gewissen Höhe der Belastung aus. Ist der Rand eingespannt und ist der Knickvorgang radialsymmetrisch, so hat der Knickdruck den Wert $\rho = 14,682 \frac{E h^2}{3(1-\nu^2)a^2}$ während er bei freiem Rand durch $\rho = 4,20 \frac{E h^2}{3(1-\nu^2)a^2}$ gegeben ist.¹⁾ Für nicht radialsymmetrische Vorgänge ergeben sich grössere Knicklasten, sodass praktisch nur der symmetrische Fall in Betracht kommt. Man findet diese Ergebnisse in dem Buch von A. Nadai: Elastische Platten (Berlin 1925) oder im „Handbuch der Physik“ Bd. VI (Berlin 1928).

Der Fall einer durchlochten Platte scheint bis jetzt nicht behandelt zu sein. Man weiss, wie sehr ein Loch den Spannungszustand einer Scheibe beeinflusst; es scheint von Interesse, auch den Einfluss auf die Knickfestigkeit festzustellen. Auch die ringförmige Scheibe, die grössern Lochdurchmessern entspricht, bietet Interesse, da sie als Versteifungssrippe bei Röhren und Gefässen eine Rolle spielt.

Im folgenden wird das Knickproblem der kreisringförmigen Scheibe behandelt. Es zeigt sich, dass in dem wichtigsten Falle des Druckes am Aussenrand und spannungsfreien Innenrandes sich die Rechnungen ohne allzu grosse Mühe durchführen lassen. Das Hauptziel der Untersuchung ist die Abhängigkeit der Knicklast vom Lochdurchmesser.

Bezeichnungen:

Halbmesser von Aussen- und Innenrand a , bezw. b , $\mu = b/a$
Halbe Scheibendicke h , Scheibenmittelfläche horizontal,
 E , $\nu = \frac{1}{3}$ Zugmodul und reziproke Poisson'sche Zahl des Materials,

ρ_1, ρ_2 radiale Druckspannung am Aussen- und Innenrand,
 r, φ Polarkoordinaten eines Punktes der Mittelebene der Scheibe,

w Ordinate dieses Punktes in der ausgeknickten Lage,
 G und S Biegmomment und vertikale Schubkraft pro Längeneinheit längs der Schnittkurve $r = \text{konst.}$

1. Der radialsymmetrische Spannungszustand in der ebenen Scheibe.

Ist u die radiale Verschiebung eines Punktes der Mittelebene, so sind die Dehnungen in radialer Richtung und normal dazu

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \quad \varepsilon_t = \frac{u}{r}$$

Das Hooke'sche Elastizitätsgesetz gibt für die Radialspannung σ_r und die Ringspannung σ_t die Beziehungen

$$\frac{du}{dr} = \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu \sigma_t] \quad \frac{u}{r} = \frac{1}{E} [\sigma_t - \nu \sigma_r]$$

Eliminiert man hieraus u , so erhält man die Verträglichkeitsbedingung

$$\sigma_r - \nu \sigma_t = \frac{d}{dr} (r \sigma_t) - \nu \frac{d}{dr} (r \sigma_r).$$

Dazu tritt die Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{d}{dr} (r \sigma_r) - \sigma_t = 0$$

¹⁾ Bezeichnungen siehe nachstehend.

Geiser 90 Jahre. Eidgen. Technische Hochschule. Das permanente Dielektrikum. Gartenhäuschen für Familiengärten. Grundlegende Untersuchungen über die Schallabsorption. — Wettbewerbe: Erweiterung des Bürgerspitals in Zug. — Literatur: Forschungsarbeiten über Metallkunde und Röntgenmetallographie. Eingegangene Werke. — Mitteilungen der Vereine. — Vortrags-Kalender.

woraus

$$\frac{d}{dr} \left[r \frac{d}{dr} (r \sigma_r) \right] = \sigma_t,$$

und dies ergibt die Lösung

$$\sigma_r = a_1 + \frac{\beta_1}{r^2} \quad \text{und} \quad \sigma_t = a_1 - \frac{\beta_1}{r^2}. \quad \dots \quad (1)$$

Da am Rand σ_r mit $-\rho_1$ bzw. $-\rho_2$ übereinstimmen muss, so wird

$$a_1 = -\frac{\rho_1 a^2 - \rho_2 b^2}{a^2 - b^2} \quad \beta_1 = \frac{(\rho_1 - \rho_2) a^2 b^2}{a^2 - b^2}. \quad \dots \quad (2)$$

Aus diesen bekannten Formeln folgt, dass für $\rho_2 = 0$ und verschwindenden Lochhalbmesser die Spannung am Lochrand den Wert $-\rho_1$, der der undurchlochten Scheibe entspricht, um 100 % überschreitet.

2. Die Differentialgleichung des Knickproblems.

Die ebene Gleichgewichtsform wird für diejenigen kritischen Werte von ρ_1, ρ_2 labil, für die sich die Möglichkeit einer zweiten, ausgebogenen Gleichgewichtsform ergibt (Verzweigungswerte). Die Differentialgleichung der gebogenen Platte lautet²⁾

$$\Delta \Delta w = \frac{q}{D} \quad \text{mit} \quad \Delta w = \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \\ D = \frac{2 E h^3}{3(1-\nu^2)} \quad \dots \quad (3)$$

Biegmomment G und Schubkraft S sind dabei gegeben durch²⁾

$$G = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{r}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{r}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right], \quad S = -D \frac{\partial}{\partial r} \Delta w \quad (4)$$

q ist die spezifische Belastung, normal zur (horizontal gedachten) Platte.

In unserem Fall ist nun eine äussere Last normal zur Plattenebene nicht vorhanden. Aber durch die Verbiegung werden die in der Mittelebene wirkenden Kräfte etwas geneigt und geben so vertikal gerichtete Komponenten, deren Resultante pro Flächeneinheit die Belastung q liefert.

Auf das in Abb. 1 gezeichnete Scheibenelement wirkt in der Mittelfläche längs AB die Kraft $2h \sigma_r r d\varphi$, die zur

Horizontalen um den kleinen Winkel $\frac{\partial w}{\partial r}$ geneigt ist, sodass ihre nach unten gerichtete Vertikalkomponente $2h \sigma_r r d\varphi \frac{\partial w}{\partial r}$ beträgt. Auf das Randstück CD wirkt nach oben eine analoge Komponente, nur gebildet für den um dr nach aussen verschobenen Bogen.

Man erhält daher als Ueberschuss nach oben

$$(2h \sigma_r r \frac{\partial w}{\partial r})_{r+dr} - (2h \sigma_r r \frac{\partial w}{\partial r})_r = \frac{\partial}{\partial r} (2h \sigma_r r \frac{\partial w}{\partial r}) dr d\varphi \quad (5)$$

Auf das Randstück AC wirkt die Kraft $2h \sigma_t dr$, die um den Winkel $\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi}$ geneigt ist und die die Vertikalkomponente $2h \frac{\sigma_t}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} dr$ ergibt. Der Ueberschuss der Vertikalkraft längs BD über diese ist $\frac{\partial}{\partial \varphi} (2h \frac{\sigma_t}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi}) dr d\varphi$. Addiert man hierzu den Ausdruck (5) und dividiert durch die Grösse $r d\varphi dr$ des Flächenelementes, so erhält man als Vertikalbelastung pro Flächeneinheit

$$q = \frac{2h}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\sigma_r r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{2h}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sigma_t \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right).$$

²⁾ Nadai loc. cit. § 8, § 16.

Setzt man dies in die Plattengleichung (3) ein und schreibt man Striche für Ableitungen nach r , Punkte für solche nach φ , so kommt

$$\Delta \Delta w = \frac{2h}{D} \left[\frac{1}{r} (r \sigma_r w')' + \frac{1}{r^2} \sigma_t \ddot{w} \right]$$

oder mit Benützung der Ausdrücke (1) für σ_r und σ_t

$$\Delta \Delta w = -\alpha \left(w'' + \frac{w'}{r} + \frac{\ddot{w}}{r^2} \right) - \frac{\beta}{r^2} \left(w'' - \frac{w'}{r} - \frac{\ddot{w}}{r^2} \right) \quad (I)$$

wobei

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= -\frac{a_1 \nu h}{D} = \frac{(\rho_1 a^2 - \rho_2 b^2) 3(1 - \nu^2)}{E h^2 (a^2 b^2)} \\ \beta &= -\frac{3(1 - \nu^2)}{E h^2} \frac{(\rho_1 - \rho_2) a^2 b^2}{a^2 - b^2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

3. Der radialsymmetrische Fall.

Wenn eine Abhängigkeit von φ nicht besteht, so vereinfacht sich die Gl. (I). Es wird dann $\Delta w = \frac{1}{r} (r w')$, und sie geht über in

$$\frac{1}{r} [r (\Delta w)']' = -\frac{\alpha}{r} (r w')' - \frac{\beta}{r} \left(\frac{w'}{r} \right)'$$

Dies ist integrierbar und gibt

$$r (\Delta w)' = -\alpha r w' - \beta \frac{w'}{r} + k$$

oder mit $w' = \zeta$:

$$(\Delta w)' = \zeta'' + \frac{\zeta'}{r} - \frac{\zeta}{r^2} = -\zeta \left(\alpha + \frac{\beta}{r^2} \right) + \frac{k}{r} \quad (II)$$

k bedeutet hierin eine von den Randbedingungen abhängige Integrationskonstante.

Die Gl. (II) lässt sich durch Reihen integrieren. Doch soll hier allgemein nicht darauf eingegangen werden. Wir beschränken uns auf den besondern Fall, wo einer der Scheibenränder frei ist. Für diesen Rand wird die Schubkraft und also nach (4) $(\Delta w)'$ zu null. Ebenso verschwindet die Spannung σ_r und damit der Ausdruck $\alpha + \frac{\beta}{r^2}$. Daraus folgt, dass die Konstante k für diesen Fall null wird. Jetzt wird Gl. (II) zu

$$\zeta'' + \frac{1}{r} \zeta' + \zeta \left(\alpha - \frac{1 - \beta}{r^2} \right) = 0 \quad (III)$$

Setzt man $x = \sqrt{a} r$ und $n = \sqrt{1 - \beta}$, so geht dies über in die Bessel'sche Gleichung

$$\frac{d^2 \zeta}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\zeta}{dx} + \zeta \left(1 - \frac{n^2}{x^2} \right) = 0 \quad (III')$$

Ein erstes Integral davon ist die Besselfunktion

$$J_n(x) = c x^n \left[1 - \frac{x^2}{2(2n+2)} + \frac{x^4}{2 \cdot 4 \cdot (2n+2)(2n+4)} - \frac{x^6}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot (2n+2)(2n+4)(2n+6)} + \dots \right]$$

worin c eine für das folgende ganz un wesentliche Konstante bedeutet. Ein zweites, davon i. a. unabhängiges Integral $J_{-n}(x)$ erhält man, wenn n überall durch $-n$ ersetzt wird. Nur für den Fall eines ganzzahligen Wertes von n ergibt sich nichts Neues beim Vertauschen. Man hat aber als zweites Integral dann die sog. Besselfunktion zweiter Art $Y_n(x)$, deren Reihendarstellung sich durch Grenzübergang ergibt, aber hier nicht gebraucht wird. Unter dem Vorbehalt, dass für ganzzahliges n diese Funktion an Stelle von J_{-n} gesetzt wird, lautet nun das allgemeine Integral von (III')

$$\zeta = c_1 J_n(x) + c_2 J_{-n}(x).$$

Wenn nur der Innenrand belastet ist, so wird α negativ und das Argument x der Reihe imaginär. Wir wollen hier daher von diesem Fall absehen und annehmen, dass der Innenrand frei, der Außenrand belastet sei.

4. Die Randbedingungen für eingespannten Außenrand.

Unter der Annahme $\rho_2 = 0$ wird sowohl α wie $1 - \beta = n^2$ positiv, also x und auch n reell. Ist der Außenrand eingespannt, so ist dort $w' = \zeta$ null. Am Innenrand muss das Biegungsmoment verschwinden; die Schubkraft verschwindet wegen $k = 0$ ohnedies. Mithin sind die Forderungen zu erfüllen:

$$(\zeta)_{r=a} = 0 \quad (G_1)_{r=b} = -D \left(\zeta' + \nu \frac{\zeta}{r} \right)_{r=b} = 0$$

Setzt man noch

$$x_1 = \sqrt{a} a, \quad x_2 = \sqrt{a} b = \mu x_1,$$

so gilt

$$c_1 J_n(x_1) + c_2 J_{-n}(x_1) = 0, \\ c_1 \left(\frac{dJ_n}{dx} + \nu \frac{J_n}{x} \right)_{x=x_2} + c_2 \left(\frac{dJ_{-n}}{dx} + \nu \frac{J_{-n}}{x} \right)_{x=x_2} = 0$$

Da c_1 und c_2 nicht beide null sein können, müssen die zwei Gleichungen für das Verhältnis dieser Größen den selben Wert liefern. Dies ergibt die Hauptgleichung

$$\frac{J_n(x_1)}{J_{-n}(x_1)} = \frac{\left(\frac{dJ_n}{dx} + \nu \frac{J_n}{x} \right)_{x=x_2}}{\left(\frac{dJ_{-n}}{dx} + \nu \frac{J_{-n}}{x} \right)_{x=x_2}} \quad (IV)$$

Aber da jetzt $\beta = -b^2 a$, $n^2 = 1 - \beta = 1 + b^2 a = 1 + x_2^2$, (7)

wird $x_2 = \sqrt{n^2 - 1}$, $x_1 = \mu \sqrt{n^2 - 1}$. (8)

Die Gleichung (IV) enthält daher als einzige Unbekannte den Index n . Wäre sie gelöst, so würde sich aus diesen Gleichungen der Wert von α berechnen und damit der kritische Knickwert des Randdruckes ρ_1 .

Dass die hochtranszendenten Gl. (IV) praktisch unlösbar ist, liegt indessen auf der Hand. Man kann aber so vorgehen, dass man in ihr n als bekannt annimmt und das Verhältnis $\mu = b/a$ als Unbekannte ansieht. Die rechte Seite hat dann einen bestimmten, ohne weiteres berechenbaren Wert h und man hat im Ausdruck der linken Seite $J_n(x_1)$: $J_{-n}(x_1)$ das x_1 so lange abzuändern, bis Gleichheit beider Seiten erreicht wird. Und zwar handelt es sich um die Ermittlung des kleinsten über $x_2 = \sqrt{n^2 - 1}$ liegenden Wertes x_1 , für den dies der Fall ist.

Praktisch kann folgendermassen vorgegangen werden: Für ganzzahlige Werte n sind die Funktionen J_n , Y_n und ihre Ableitungen durch J_0 , J_1 ausdrückbar. Man hat nämlich für J_n die Beziehungen³⁾

$$x J_n' + n J_n = x J_{n-1}, \quad J_{n-1} + J_{n+1} = \frac{2n}{x} J_n,$$

für die Y_n die analogen. Die Funktionen J_0 , J_1 aber sind für alle Argumente bis zu $x = 16$ und Intervalle $\Delta x = 0,02$ bis auf sieben Stellen genau berechnet.³⁾ Ist weiter n ein ungerades Vielfaches von $\frac{1}{2}$, so werden die Funktionen elementar, nämlich

$$J_{k+\frac{1}{2}} \cong x^{k+\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^n \left(\frac{\sin x}{x} \right), \quad J_{-(k+\frac{1}{2})} \cong x^{k+\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^n \left(\frac{\cos x}{x} \right)$$

Es zeigt sich darüber hinaus notwendig, im Intervall $n=1$ bis $n=2$ weitere Wurzeln der Gleichung (IV) auszurechnen. Hierzu wurde die Reihendarstellung benutzt, was freilich einige Rechenarbeit erforderte, die aber wegen der guten Konvergenz in erträglichen Grenzen blieb. Die nachfolgende Tabelle zeigt die errechneten Resultate. Für ν wurde der Wert $\frac{1}{3}$ genommen.

| n | x_1 | $\mu = b/a$ | $Z = x_1^2 + 1 - n^2$ |
|-------|-------|-------------|-----------------------|
| 1 | 3,831 | 0 | 14,68 |
| 1,05 | 3,757 | 0,085 | 14,01 |
| 1,10 | 3,718 | 0,123 | 13,61 |
| 1,18 | 3,711 | 0,169 | 13,37 |
| 1,25 | 3,736 | 0,200 | 13,39 |
| 1,33 | 3,792 | 0,233 | 13,60 |
| 1,375 | 3,872 | 0,246 | 13,76 |
| 1,5 | 3,948 | 0,283 | 14,34 |
| 2 | 4,522 | 0,383 | 17,45 |
| 2,5 | 5,123 | 0,447 | 21,04 |
| 3 | 5,727 | 0,493 | 24,80 |
| 4 | 6,912 | 0,560 | 33,77 |

In der ersten Zeile dieser Tabelle sind auch die Werte für die undurchlöcherte Scheibe verzeichnet. x_1 ist dann gleich der ersten Nullstelle der Besselfunktion J_1 . Setzt man nun in (IV) $n = 1 + \varepsilon$, so geht die rechte Seite für verschwindend kleine ε über in

$$-\frac{3^2}{19} (2\varepsilon + \varepsilon^3) \left(1 + \frac{125}{456} \varepsilon \dots \right) \sim -\frac{3^2}{19} = -1,6892$$

Die linke Seite würde sich, falls Zähler und Nenner von null verschieden bleiben, dem Wert -1 nähern; der Widerspruch löst sich, wenn beide nach null gehen, x_1

³⁾ Vergl. etwa: G. N. Watson, Theory of Bessel Functions, Cambridge 1922.

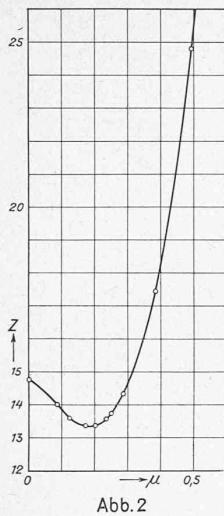


Abb. 2

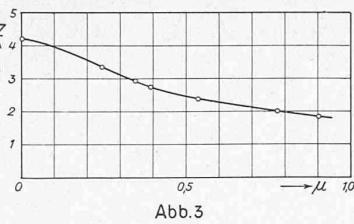


Abb. 3

also zur Nullstelle von J_1 wird. Der Grenzübergang zu verschwindendem Lochhalbmesser führt demnach zur undurchlochten Platte.

Für die Knickbelastung p_1 ergeben die Formeln (6) und (7) jetzt⁴⁾

$$p_1 = Z \frac{E h^2}{3(1 - \nu^2) a^2}$$

$$\left(\nu = \frac{1}{3} \right)$$

In Abb. 2 sind die Werte der Ziffer Z als Funktion des Verhältnisses $\mu = b/a$ aufgetragen. Es zeigt sich die bemerkenswerte Erscheinung, dass ein kleines Loch die Knickfestigkeit der Scheibe etwas herabsetzt. Mit wachsendem Lochradius steigt indessen die Knicklast rasch an, da ein schmäler Kreisring wegen der Einspannung des Außenrandes recht steif ist.

5. Die Randbedingungen für freie Scheibenränder.

Wenn der Außenrand nicht eingespannt, sondern völlig frei ist, tritt an Stelle der Forderung $\zeta = 0$ die Bedingung, dass G_1 auch am Außenrand null wird. Das Integral hat jetzt

$$0 = \left(\frac{d\zeta}{dx} + \nu \frac{\zeta}{x} \right)_{x=x_1} \quad 0 = \left(\frac{d\zeta}{dx} + \nu \frac{\zeta}{x} \right)_{x=x_2}$$

zu genügen. Dies gibt die zu (IV) analoge Gleichung

$$\left| \begin{array}{l} \frac{dJ_n}{dx} + \nu \frac{J_n}{x} \\ \frac{dJ_{-n}}{dx} + \nu \frac{J_{-n}}{x} \end{array} \right|_{x=x_1} = \left| \begin{array}{l} \frac{dJ_n}{dx} + \nu \frac{J_n}{x} \\ \frac{dJ_{-n}}{dx} + \nu \frac{J_{-n}}{x} \end{array} \right|_{x=x_2}$$

Sie wurde auf die selbe Art behandelt, wie Gl. (IV). Das Ergebnis der Rechnung ist folgende Tabelle, wobei für ν wieder der Wert $1/3$ gewählt wurde.

| n | x_1 | $\mu = b/a$ | $Z = x_1^2 + 1 - n^2$ |
|------|-------|-------------|-----------------------|
| 1 | 2,04 | 0 | 4,20 |
| 1,1 | 1,884 | 0,243 | 3,34 |
| 1,18 | 1,823 | 0,344 | 2,93 |
| 1,22 | 1,796 | 0,389 | 2,74 |
| 1,4 | 1,829 | 0,536 | 2,39 |
| 2 | 2,235 | 0,775 | 2,00 |
| 3 | 3,140 | 0,901 | 1,86 |

Wieder ergibt sich stetiger Anschluss an die undurchlochte Scheibe. Die Knicklast ist wieder durch

$$p_1 = Z \frac{E h^2}{3(1 - \nu^2) a^2}$$

gegeben. In Abb. 3 ist die Ziffer Z als Funktion von μ aufgetragen. Mit wachsendem Lochdurchmesser nimmt sie erst rasch, dann unwesentlich ab.

Selbsttätige Zugbeeinflussung.

Von Reichsbahnoberrat Dr. Ing. W. BÄSELER, München.

Das Unglück im Gütschtunnel hat die schweizerische Öffentlichkeit, wie es bei solchen Katastrophen immer der Fall ist, in Aufregung versetzt. Wir sind gewohnt, von der Eisenbahn als öffentlichem Verkehrsmittel auch eine sozusagen 100 prozentige Sicherheit zu verlangen, während man sich mit der um vieles höhern Unfallquote beim Auto eben abfindet.

⁴⁾ Wir schreiben die Formel in dieser Form zum Vergleich mit jener der Literatur für den Grenzfall der undurchlochten Platte. Bei ihrer Ableitung wurde $\nu = 1/3$ angenommen.

Die Eisenbahnen müssen deshalb dem Schutz gegen das Ueberfahren von Haltesignalen mehr Aufmerksamkeit zuwenden. Sie haben das früher immer abgelehnt; ihre Gründe waren zum Teil wenig stichhaltig. Freilich haben auch erst die letzten Jahre unsere technischen Mittel zur Lösung der Frage geschaffen. In Amerika, wo die Zugbeeinflussung auf staatliche Anordnung schon bei fast 10000 Lokomotiven und auf rund 30000 km Strecke durchgeführt ist, denken heute weder der Staat noch die Eisenbahngesellschaften selber daran, die Einrichtungen aufzugeben, obwohl sie Summen kosten, die bei der ungünstigen finanziellen Lage der Eisenbahnen erheblich ins Gewicht fallen, und auch technisch noch keineswegs einen abschliessenden Zustand erreicht haben.¹⁾

Es ist auch nicht zu verkennen, dass die kommende Entwicklung im Eisenbahnwesen manche Momente aufweist, die die Zugbeeinflussung dringender erscheinen lassen als früher. Dazu gehört vor allem die Erhöhung der Fahrgeschwindigkeiten, die im Wettbewerb mit dem Auto überall angestrebt wird und überhaupt die Auflösung langer, schwerer Züge in häufig verkehrende, kleine, leichte Einheiten. Denn mit der Vermehrung der Fahrten steigt auch die Kollisionsmöglichkeit. Es wird allmählich zu einer einfachen Forderung des gesunden technischen Menschenverstandes, das Ueberfahren an Haltesignalen zu verhindern.

Die Entwicklung in Amerika, so lehrreich sie ist, kann doch keineswegs ohne weiteres auf europäische Verhältnisse übertragen werden. Denn die Betriebsverhältnisse und auch das Signalsystem sind wesentlich anders aufgebaut. Wichtig ist nur, festzustellen, dass der weitaus grösste Teil der Zugbeeinflussungseinrichtungen auf elektrischem Wege arbeitet, entweder durch Wechselwirkung zwischen Lokomotiv- und Geleisemagneten oder dadurch, dass in den Geleisen selbst Geleiseströme laufen, die ein Empfangsorgan auf der Lokomotive beeinflussen. Diese letztgenannten Systeme sind sehr feinfühlig ausgebildet worden. Sie gestalten vor allem, dem Zug schon vorbereitend, wenn eine vorliegende Strecke gesperrt ist, die Einhaltung bestimmter Geschwindigkeiten aufzuzwingen. Solche Geleiseströme setzen aber wegen der gegenseitigen Isolierung der beiden Schienenstränge Holzschwellen voraus, auf die wir uns in Europa nicht allgemein festlegen können. Ob für Geleise mit Eisenschwellen allgemein Geleiseströme verwendet werden können, erscheint mir recht fraglich.

Die Entwicklung in Europa ist denn auch andere Wege gegangen. Im Vordergrund der neuern Systeme steht die Uebertragung von Magnet zu Magnet. Wir sehen hier ab von den Systemen mit mechanischer Berührung zwischen den Schienen, entweder mit oder ohne gleichzeitige elektrische Berührung; sie sind in Ländern mit günstigem Klima, Frankreich und England, weit verbreitet, die Zuverlässigkeit ist aber keineswegs bei allen befriedigend. Für rauheres Klima werden die Schwierigkeiten noch grösser werden.

Die magnetische Uebertragung, auch induktive Zugbeeinflussung genannt, befindet sich in Norddeutschland auf längeren Strecken im Versuch. In der Schweiz wurde von „Signum“ Wallisellen ein System auf ähnlicher Grundlage durchgebildet. Die Entwicklung des magnetischen Systems wird, wenn nicht alle Zeichen trügen, ihre Grenze finden in den Betriebsanforderungen. Es ist nämlich nicht so, dass es einfach genügen würde, am Hauptsignal einzutreten, wenn der Lokomotivführer das Signal überfahren will. Das würde bei den Einfahrten in Bahnhöfe wenig nützen, denn dahinter kommt erst die Bremsstrecke, die schon bei den heutigen D-Zügen 700 m beträgt und bei Erhöhung der Geschwindigkeit quadratisch steigt. Man muss mit der Zugbeeinflussung schon in der Nähe des Vorsignals anfangen, und zwar hat sich gezeigt, dass ohne

¹⁾ Vergl. den ausführlichen Artikel in „Zeitung des V. M. E.“ vom 29. Dezember 1932. — Eine eingehende Arbeit über den Stand dieser Angelegenheit in der Schweiz befindet sich in Vorbereitung; einstweilen wird dieser Ueberblick vom Standpunkt dieses bekannten deutschen Eisenbahnfachmannes aus die Grundzüge des Problems umrissen. Red.



Abb. 4. Buhne im Bau bei franz. Km. 53,429 bei Niederwasser, $Q = 456 \text{ m}^3/\text{sec}$ (18. Febr. 1932).



Abb. 5. Buhne zum Abschluss einer Nebenrinne bei bad. Km. 121,3 bei Niederwasser, $Q = 478 \text{ m}^3/\text{sec}$. Außere Hälfte im Rohbau, innere fertig gepflastert (28. Dez. 1931).

schrittweise Ueberprüfung der Geschwindigkeit kein sicheres Urteil möglich ist, ob der Lokomotivführer wirklich bremsen will oder nicht. Deshalb wird die *Geschwindigkeitsprüfung* immer mehr Kernpunkt der Zugbeeinflussung. Diese lässt sich aber beim magnetischen System auf einfache Weise nicht bewerkstelligen, selbst wenn man den mit Wechselstrom gespeisten Lokomotiv-Sendemagneten mit mehreren Frequenzen ausrüstet, von denen jede nur auf bestimmte, auf Resonanz geschaltete Streckenmagneten anspricht. Systeme dieser Art sind auf den bei der Deutschen Reichsbahn im Sommer 1933 zum ersten Mal laufenden Schnell-Triebwagen mit 150 km Geschwindigkeit zwischen Berlin und Hamburg ausgebildet worden. Der Nachweis ihrer Bewährung lässt sich aber erst nach Jahren erbringen.

Die gleichen Einwendungen, wie gegen das magnetische System lassen sich auch gegen die sowohl in Deutschland wie in der Schweiz neuerdings viel propagierten mechanischen Zugbeeinflussungen geltend machen. Es ist zwar nicht so, dass bei den heutigen Geschwindigkeiten die mechanische Berührung an sich nicht haltbar ausgeführt werden könnte, denn wenn man die Anschlaghebel gut federt, lässt sich das sehr wohl machen. Nur eben eine so schwierige Anforderung wie die stufenweise Geschwindigkeitsüberwachung lässt sich mechanisch schwer erfüllen. Von diesem Punkt aber abgesehen, waren die Einwendungen, die die zünftigen Eisenbahner bisher gegen mechanische Beeinflussung machten, nicht stichhaltig. Auf bestimmten Spezialbahnen, wo für die Zugbeeinflussung einfache Betriebsanforderungen genügen, kommen deshalb mechanische Systeme sehr wohl in Frage, nur müssten sie bei kontinentalem Klima eine Lage ausserhalb des Geleises erhalten. Mit Rücksicht auf die Wagenfenster und etwa hinauslehnende Reisende kommt nur die Lage seitlich unten oder seitlich oben in Frage. Die erste ist z. B. auf der Berliner Stadtbahn mit grossem Erfolg durchgeführt. Bei einfachen Betriebsanforderungen wird auch die mechanische Zugbeeinflussung sowohl im Bau als im Unterhalt billiger als die andern Systeme. Wählt man die Berührung seitlich oben, also an der Kante des Wagendaches, so muss man dem Umstand Rechnung tragen, dass verschobene Ladungen die Streckenteile abreißen können. Das geht nach meinem

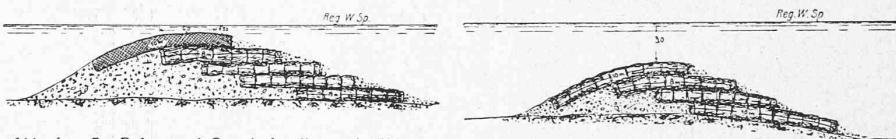


Abb. 6 u. 7. Buhne und Grundschwelle. — 1 : 500.

Vorschlag bei der von Ing. Kofler ausgebildeten Zugbeeinflussung, wenn man das Streckengerät so einrichtet, dass es nach Berührung auf der Lokomotive und nach Ausübung seiner Wirkung selbst hochschnappt und das Profil des lichten Raumes vollständig freigibt²⁾. Denn die Lokomotive wird in allen praktisch vorkommenden Fällen an der Spitze des Zuges stehen.

Je feiner und intensiver sich das Eisenbahnwesen entwickelt — und das wird es aller Voraussicht nach bestimmt tun — desto wichtiger wird es, ein Kommandogerät zu besitzen, das dem Zug die ihm zugemessene Fahrtbewegung wirklich streng aufzuzwingen gestattet, insbesondere ihn stufenweise auf seine Fahrtgeschwindigkeit überprüft, nicht nur zwischen Vorsignal und Hauptsignal, sondern auch in Gefällstrecken, vor Kurven, an Baustellen und ähnlichem. Diese Forderung erfüllt genügend einfach, sicher und billig bisher nur das optische System, bei dem das Fahrzeug einen Lichtkegel nach oben aussendet, der von einem Tripelspiegel an der Strecke zurückgeworfen die gewünschten Wirkungen hervorbringt, insbesondere die Geschwindigkeitsbegrenzung. Ich glaube deshalb, dass auf den Hauptbahnen der Kulturländer die Zukunft dem optischen System gehören wird.

Die Eisenbahnverwaltungen können sich dem Drängen der Öffentlichkeit auf Ausbildung geeigneter Schutzvorrichtungen nicht entziehen. Sie haben auch selbst ein Interesse daran, dem Publikum zu beweisen, dass sie alles tun, was in ihren Kräften steht. Nur eines darf das Publikum nicht verlangen: die sofortige Einführung bestimmter Einrichtungen auf dem ganzen Netz. Dazu sind die Fragen noch nicht reif. Aber eine vorausschauende Entwicklung geeigneter Einrichtungen, die Heranbildung bestimmter Erfahrungen und eingearbeiteten Personals, und vor allem die Herausschärfung eines allen Zukunftserfordernissen Rechnung tragenden Betriebsprogramms für die Zugbeeinflussungen darf die Öffentlichkeit wohl verlangen.

²⁾ Vergl. „Organ“, vom 15. Dezember 1932.



Abb. 1. Schematische Darstellung des Bauzustandes der Rheinregulierung am 31. Dezember 1932. Die Bauleistungen in den einzelnen Teilstrecken sind hier jeweils gegen das untere Ende der betreffenden Teilstrecke zusammengedrängt.