Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 101/102 (1933)
Heft: 25

Artikel: Vom neuzeitlichen nordischen Brückenbau
Autor: Roš, M.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-83119

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Vom neuzeitlichen nordischen Brückenbau. — Zu den kritischen Störungen zweiter Ordnung. — Ueber Friedhof und Grabmal. — Mitteilungen: Das Ende der Drehstromtraktion auf der Burgdorf-Thun-Bahn. Der Kino-Saal „Viktor Hugo" in Paris. Basler Rheinhafenverkehr. — Wettbewerbe: Ausstellungs- und Festhalle auf der Allmend Luzern. — Literatur: Stielers Hand-Atlas. Eingegangene Werke. — Mitteilungen der Vereine.

Band 102 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 25

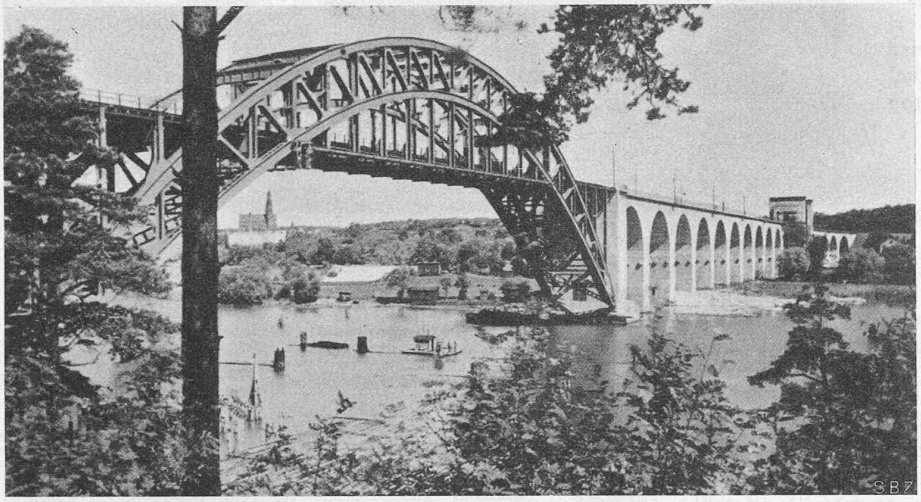


Abb. 1. Eisenbahnbrücke über die Arstabucht bei Stockholm. Zweigelenk-Sichelbogen mit Zugband, 150,8 m weit. Hochwertiger Stahl von $\beta_{z\,min} = 50$ kg/mm², Fliessgrenze 30 kg/mm²; $\sigma_{zulässig} = 15$ kg/mm².

Vom neuzeitlichen nordischen Brückenbau.

Von Prof Dr. M. ROŠ, Direktor der E M. P. A, Zürich.

I. DIE EISENBETON-BOGENBRÜCKE ÜBER DEN TRANEBERGS-SUND IN STOCKHOLM.

Der gewaltigen Verkehrszunahme der letzten Jahre verdankt Stockholm den Bau von drei grossen Brücken, nämlich der Eisenbahnbrücke über die Arstabucht[1]) (Abb. 1), der Väster-Strassenbrücke über den Mälarsee zwischen Kungsholmen und Langholmen (Abb. 2 u. 3) und der Brücke über den Tranebergssund für Bahn- und Strassenverkehr[2]) (Abb. 4 u. 5). Diese soll 1934, die Västerbrücke 1935 dem Verkehr übergeben werden.

Bereits anlässlich der Wettbewerbe für die Eisenbahn-Brücke über die Arstabucht und für die Strassenbrücke über die Mälarsee waren Eisenbetonbögen gewaltiger Stützweiten von 170 m und 226 m in Vorschlag gebracht. Die inzwischen in Frankreich, namentlich mit der von der Société des Entreprises Limousin, nach dem Entwurf von Ing. Freyssinet in den Jahren 1926 bis 1930 erbauten Brücke über den Elorn zwischen Brest und Plougastel für Strassen- und Eisenbahnverkehr[3]) (Abb. 6), gemachten Erfahrungen mit Eisenbeton-Bogenbrücken grösster Stützweiten von 180 m, haben die zuständigen Behörden von Stockholm bewogen, den Tranebergssund in einem einzigen Eisenbetonbogen von 181 m Stützweite zu überbrücken, während man sich für die weitgespannten Bogenbrücken der Arsta-Bucht und über den Mälarsee zur Ausführung in Stahl von hochwertiger Qualität entschlossen hatte.

*

Die städtische Hafenverwaltung von Stockholm hat, unter Leitung ihres Oberingenieurs, Major *E. Nilsson*, zu Beginn des Jahres 1932 den Bau der heute weitestgespannten Eisenbeton-Bogenbrücke der Welt über den Tranebergs-Sund, zwischen Traneberg und Kungsholmen, in eigener Regie in Angriff genommen. Die Ausrüstung des zweiten Zwillingsgewölbes erfolgte am 17. Juli 1933; zurzeit befinden sich die Bauarbeiten noch im Gange.

Die Gesamtlänge der Brücke beträgt 545 m. Der Sund wird von einem einzigen Eisenbetonbogen mit 181 m Stützweite überspannt. Die beiden, zum Teil in Kurven von $R = 300$ liegenden Uferzufahrten werden von durchlaufenden geschweissten Stahlbalken von 13 m Stützweite gebildet. Die gleiche Teilung weisen auch die, die durchgehende Fahrbahn tragenden Stützen des Hauptbogens auf. Die Strassenfahrbahn liegt im Bogenscheitel auf der Kote + 35,76, rund 31 m über dem Mittelwasserspiegel, von wo aus sie nach den beiden Ufern hin gleichmässig mit einer Neigung von 1 : 30 fällt. Durch eine solche Lage und Formgebung der Brückenbahn war es möglich, das für die Durchfahrt der grossen Schiffe erforderliche lichte Profil von 26 m Höhe auf 45 m Breite zu gewinnen (Abb. 4). Die Nutzbreite der Brückenbahn beträgt 27,5 m, wovon 8,5 m auf die beiden in einem gegenseitigen Axabstand von 3,5 m angeordneten Geleise der Vorortbahn entfallen, 14,5 m

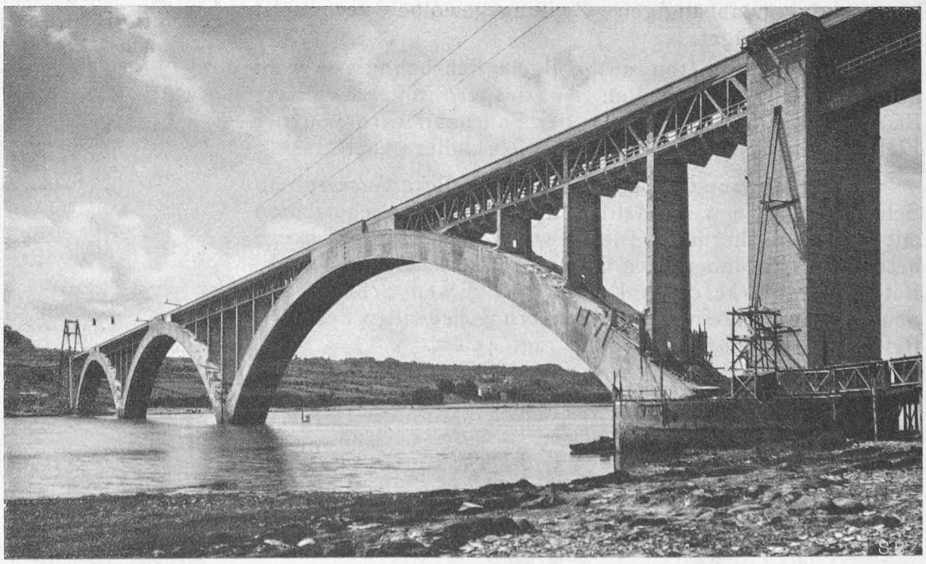


Abb. 6. Strassen- und Eisenbahnbrücke Albert Loupe über den Elorn zwischen Brest und Plougastel in der Bretagne. Drei gelenklose Eisenbetonbögen von je 180 m Spannweite. Erbaut von E. Freyssinet 1926 bis 1930.

[1]) M. Roš, „Grundsätzliches zum internat. Wettbewerb für die Arstabrücke bei Stockholm". „S.B.Z.", Bd. 76, S. 177* u. 190* (Okt. 1920).

[2]) E. Nilsson, „Tranebergsbrücke. Die neue kombinierte Strassen- und Vorortbahnbrücke über den Tranebergssund in Stockholm". „Beton und Eisen", Heft 19 u. 20 (Okt. 1933).

[3]) Die zwei weitestgespannten Eisenbeton-Bogenbrücken in Frankreich sind Pont de Plougastel, drei Oeffnungen von je 180 m Stützweite, siehe E. Freyssinet „Le pont en béton armé Albert Loupe sur l'Elorn, entre Brest et Plougastel". „Génie Civil", No. 2512 (Octobre 1930) und Pont de la Caille mit einer Oeffnung von 140 m Stützweite, nach den Plänen von Pelnard-Considère et Caquot durch die Cie. Lyonnaise d'Entreprises et Travaux d'Art 1926 bis 1928 erbaut; siehe F. Chavaz, „Le nouveau pont de la Caille près de Cruseilles (Haute Savoie)", „S.B.Z.", Bd. 90, S. 113 (27. Aug. 1927) u. Bd. 92, S. 53 (28. Juli 1928).

von einer vierreihigen Fahrbahn und 2,00 bezw. 2,50 m von den beidseitig aussen angeordneten Fussgängerwegen eingenommen werden (Abb. 5).

Das Gesamtbrückenbild weist eine einheitliche, einfache und klare Gliederung auf. Ein 40 cm tiefer und 0,27 h (h = Bogenhöhe) hoher, der oberen Leibung folgender Vorsprung, lässt den wuchtigen Bogen schlanker und dadurch kühner erscheinen (Abb. 4). Die fertige Brücke wird als Ingenieurbauwerk kräftig, mit der Umgebung jedoch harmonisch in Erscheinung treten.

1. Der Hauptbogen und der Brücken-Querschnitt.

Der 181 m weit gespannte Hauptbogen besitzt einen Pfeil von 26,2 m (f/l = 1/6,9); er besteht aus zwei in den Granitfelsgrund eingespannten, je 9,0 m breiten Zwillingsgewölben mit einem gegenseitigen lichten Abstand von 6,2 m. Die Gewölbehöhen betragen im Scheitel 3,0 und an den Kämpfern 5,0 m (Abb. 4). Jedes der beiden Zwillingsgewölbe weist kastenförmigen Querschnitt mit zwei Abschluss- und zwei Zwischenwänden von 0,5 bis 0,6 m bezw. 0,45 bis 0,60 m Stärke auf. Die Längsbewehrung jedes Gewölbes besteht aus 108 Stück Rundstahl von 22 mm Durchmesser, die Querbewehrung aus 22 mm Rundstahl von 600 mm Teilung. Der gesamte Armierungsprozentsatz der Hauptgewölbe beträgt 0,79 %. Die Fahrbahnstützen sind als 0,38 m starke, an den obern und seitlichen Rändern auf 0,90 bis 1,3 m verstärkte, in zwei Hauptrichtungen armierte, vollwandige, mit Durchgangsöffnungen versehene Betonwände ausgebildet (Abb. 5). Sämtliche Fahrbahnstützen mit Ausnahme der beiden unmittelbar an den Bogenscheitel anschliessenden und der zwei Endstützen über den Kämpfern, die an ihren Enden elastisch eingespannt sind, wurden als Pendelstützen ausgebildet.

Gesamtanordnung und Einzelheiten der Fahrbahn sind aus Abb. 5 ersichtlich. Die Fahrbahn weist zwei konstruktiv und durch Geländer von einander äusserlich deutlich getrennte Verkehrstreifen auf, nämlich die Geleise der Vorortbahn und die Strassendecke für den vierspurigen Fahrzeugverkehr. Der Fussgängerverkehr ist auf seitlich auskragende Eisenbeton-Konsolen verlegt. Die 19,0 m breite Fahrbahndecke für den Strassen- und Fussgängerverkehr zeigt ihrerseits eine weitere Unterteilung in zwei konstruktiv gleich ausgebildete, durch eine Längsfuge getrennte Teile. Die Notwendigkeit einer solchen Unterteilung ergibt sich als Folge der Querverbindung der beiden von einander konstruktiv unabhängigen Zwillingsgewölbe vermittelst eiserner Querträger.

Die in Eisenbeton ausgebildete Fahrbahnplatte ruht auf eisernen, durchlaufenden Längsträgern in geschweisster Bauart. Die Stahlkonstruktion der Fahrbahn wird von der Elektrischen Schweissgesellschaft Stockholm geliefert.

Die Fahrstrasse erhält eine 35 mm dicke Gussasphalt-Schicht auf 35 mm Asphaltbeton und 50 mm Schutzbeton mit Bitumenisolierung. Die Stärke der Fussgängerwege beträgt 40 mm, inbegriffen Gussasphaltschicht und Asphalt-Beton. Die Stärke des auf einer 5 cm dicken Schutzbeton-Schicht mit Drahteinlage und Isolierung liegenden Schotter-Bettes der Eisenbahngeleise beträgt 45 cm.

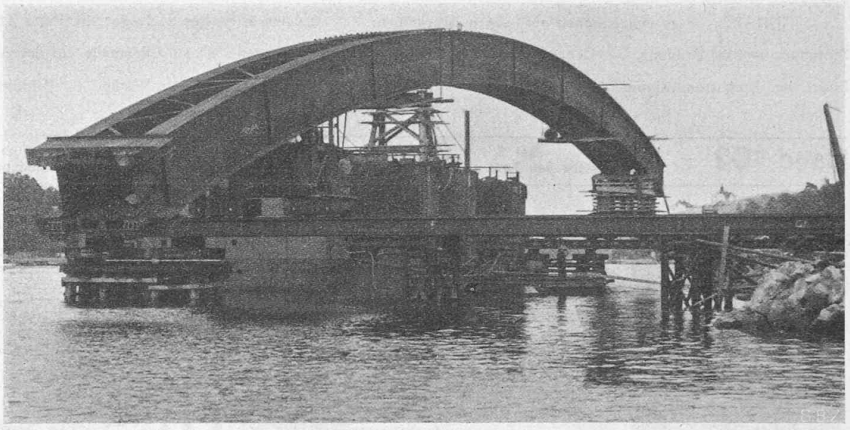


Abb. 7. Lehrgerüst-Bogenhälfte auf der Werft, bereit zum Verfahren an die Baustelle.

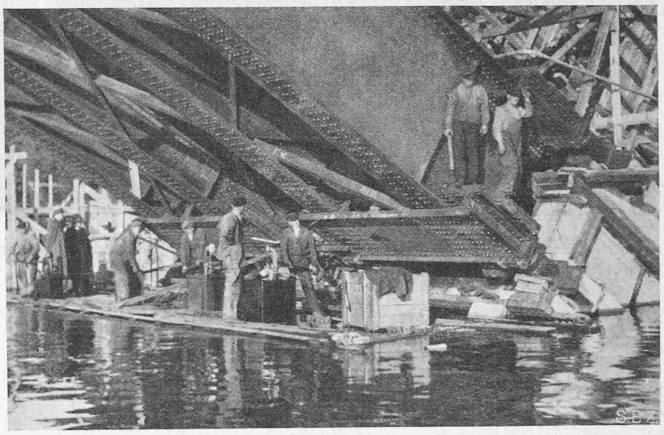


Abb. 9. Hydraulische Pressen am Kämpfer des Lehrgerüstbogens, zur Einstellung der richtigen Form und zum Absenken.

2. Das Lehrgerüst.

Das Lehrgerüst jedes Zwillingsbogens bestand aus vier vollwandigen, genieteten, zu räumlichen Gebilden zusammengebauten Blechträgern gleichbleibender Höhe von 2,4 m und unveränderlichen Querschnittes, aus hochwertigem Kupfer-Mangan-Stahl „St 52", die als eingespannte Bögen von 172 m Stützweite wirkten. Ein ganzer Bogen wurde aus 16 Einzelstücken von je rd. 10 m Länge zusammengebaut. Die Ausführung erfolgte durch die Konstruktions-Werkstätte A. B. Motala, in Gemeinschaft mit der Werft Eckensberg A. B. Der hochwertige Kupfer-Mangan-Stahl „St 52" wurde vom schwedischen Walzwerk Strömsnäs geliefert. Die von der Konstruktionswerkstätte auf Schiffen

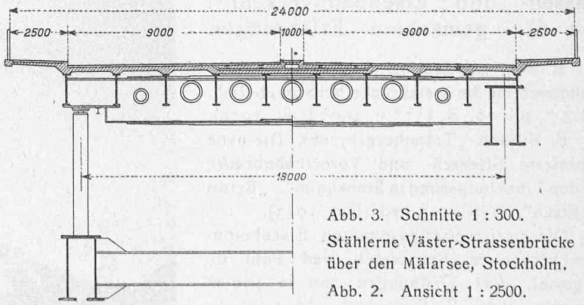


Abb. 3. Schnitte 1 : 300.
Stählerne Väster-Strassenbrücke über den Mälarsee, Stockholm.
Abb. 2. Ansicht 1 : 2500.

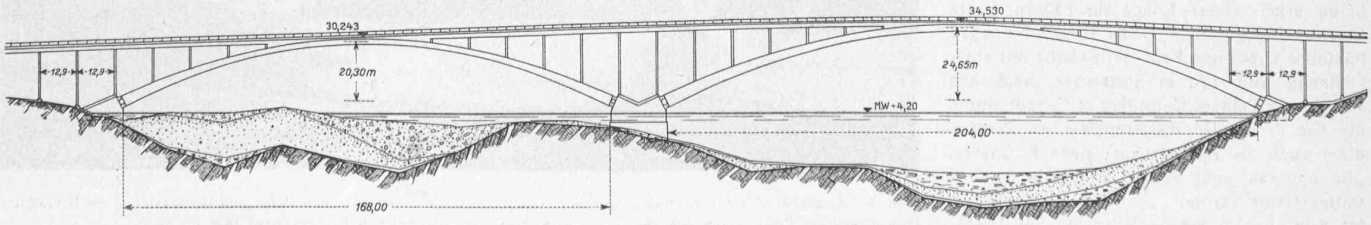


Abb. 8. Lehrgerüst der Tranebergs-Brücke, Hebung der zweiten Bogenhälfte für den ersten Zwillingsbogen.

fertig genietet angelieferten Einzelstücke von 15 t Gewicht wurden in der Werft Eckensberg auf festen Gerüsten zu räumlichen Bogenhälften mit je zwei Bogenträgern zusammengebaut und jede Bogenhälfte im Gewichte von rd. 200 t auf zwei Schwimmdockteilen zur Baustelle gefahren (Abb. 7). Die Kämpferenden der jeweiligen Bogenhälften wurden auf seitlich verschiebbare Drehlager besonderer Konstruktion abgesetzt und die Scheitelenden in vermittelst hydraulischer Kolben lotrecht hochziehbaren Stahlbändern gelagert. Die hydraulischen Kolben waren am oberen Ende eines rd. 30 m hohen, eisernen Gerüstturmes eingebaut, der seinerseits auf den übrigen drei Teilen des bereits erwähnten Schwimmdockes aufgebaut war (Abb. 8). Die durch das Hochziehen und Drehen um die Kämpfergelenke in die richtige Lage gebrachten Bogenhälften wurden im Scheitel vermittelst eines Kugelgelenkes verbunden. Das Einstellen der richtigen Scheitelhöhe mit einer Ueberhöhung von $\sim$ 200 mm geschah sodann durch an den Kämpfern eingebaute, gleichfalls hydraulische Kolben (Abb. 9). Nach endgültigem Ausrichten hat man den Scheitel zusammengenietet und das Kugelgelenk entfernt. Die Dimensionierung des Lehrgerüstes erfolgte für das gesamte Gewicht des Eisenbeton-Gewölbes. Die höchstzulässige Spannung von $\sigma_{zul} = 24$ kg/mm² konnte nicht voll ausgenützt werden, da die Knicksicherheit eine Erniedrigung von σ_{zul} bedingte. Der eingespannte Bogen des Lehrgerüstes mit unveränderlichem Querschnitt besitzt eine Knicklänge l_k von $\sim$ 0,35 s (s = Bogenlänge) und einen Schlankheitsgrad von $l_k/i = 63$; die zulässige Randspannung wurde zu 15 kg/mm² festgesetzt.

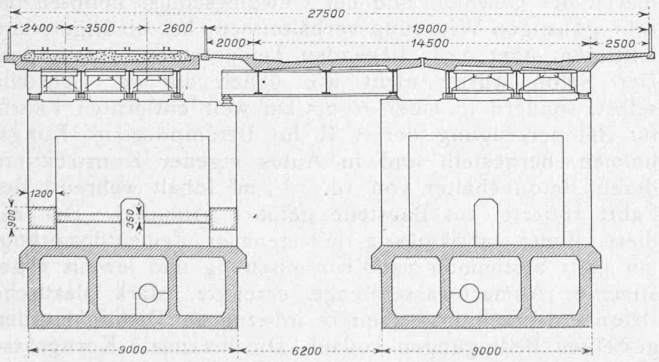
Das so erstellte Lehrgerüst wurde nach Fertigbetonierung des ersten Zwillingsgewölbes um 15,20 m seitlich verschoben und nach erfolgtem Ausrichten für die Erstellung des zweiten Zwillingsgewölbes mit Erfolg benützt.

Mit Rücksicht auf die Bedeutung, die der Einhaltung der statisch richtigen Form des Gewölbes zukommt, auf die grosse Wassertiefe und die Aufrechterhaltung des sehr regen Schiffsverkehrs, erwies sich, auf Grund vergleichender Studien, die Wahl eines von direkter Sonnenbestrahlung geschützten (Abb. 10) querverschiebbaren Bogenträgers aus Stahl für das Lehrgerüst als technisch richtig und wirtschaftlich vorteilhaft.

3. *Die Bauausführung.*

Der Beton der Bogenwiderlager wurde nach erfolgter Felssprengung innerhalb von Fangdämmen in offener Baugrube als Stampfbeton eingebracht; die Zementdosierung dafür war zu 365 kg/m³ gewählt. In der Höhe der Seespiegelschwankung von 1,2 m sind die Sichtflächen der Widerlager mit Granitquadern verkleidet.

Um eine günstige Lastverteilung mit möglichst gleichmässigen geringen Verformungen des Lehrgerüstes zu erzielen und um den Einfluss der Schwindspannungen auf ein Mindestmass zu reduzieren, hat man die Gewölbe in 20 einzelnen Lamellen von 7,2 m bis 8,5 m Länge, zum Bogenscheitel stets symmetrisch, in einer besonderen, günstigen Reihenfolge betoniert. Die Grundplatten der einzelnen Lamellen wurden gegenseitig durch acht spiralum-



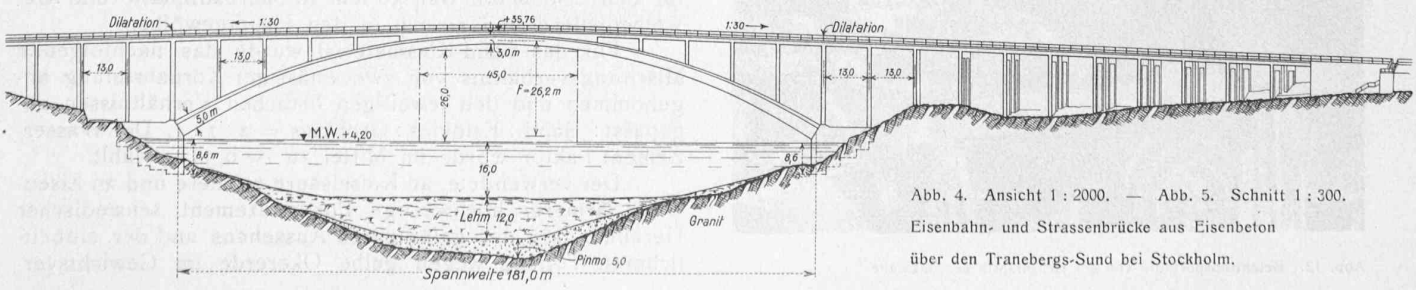


Abb. 4. Ansicht 1 : 2000. — Abb. 5. Schnitt 1 : 300. Eisenbahn- und Strassenbrücke aus Eisenbeton über den Tranebergs-Sund bei Stockholm.

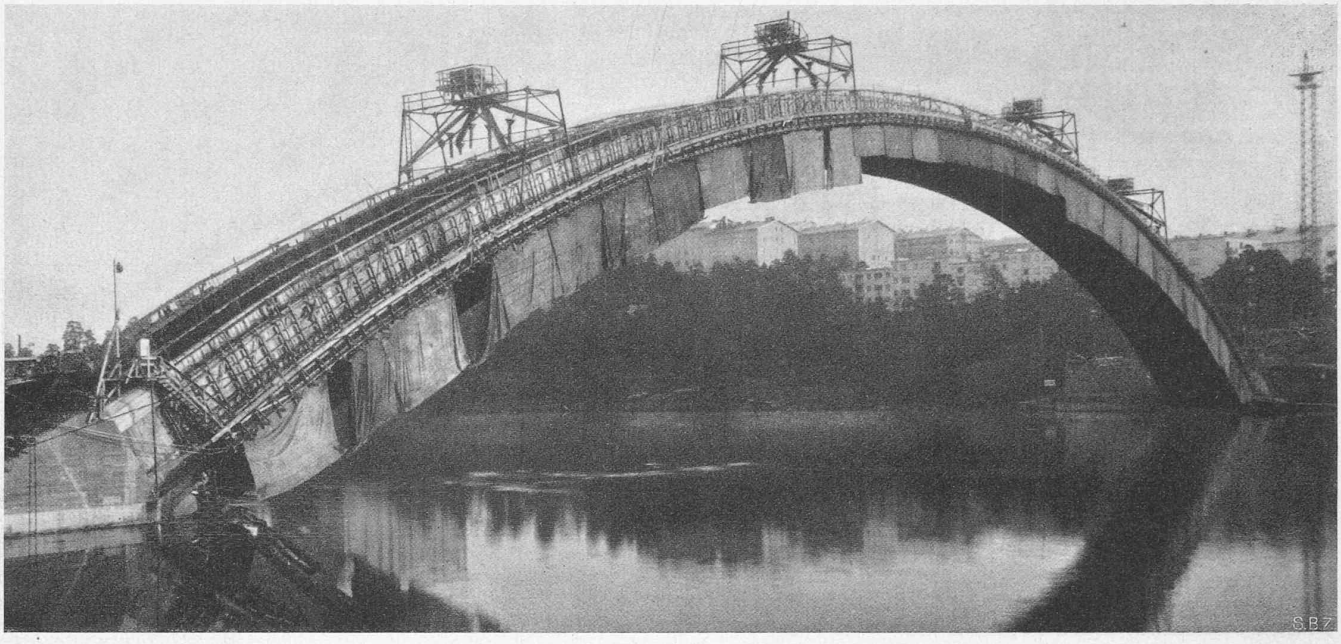


Abb. 10. Betonieren des ersten Bogens mit vier verstellbaren Gerüsten; das stählerne Lehrgerüst durch nasse Tücher vor Sonnenbestrahlung geschützt.

schnürte Betonzylinder abgestützt, wodurch ein Verschieben der Lamellenabschnitte verhindert und für eine gewisse Entlastung des hochbeanspruchten stählernen Lehrgerüstes bereits von Beginn an gesorgt wurde. Die Betonierung des kastenförmigen Gewölbequerschnittes erfolgte in zwei Abschnitten, wobei man zuerst die untere Gewölbeplatte mit den beiden lotrechten Seitenwänden — Erster Gewölbering — und sodann die zwei Zwischenwände mit der obern Gewölbeplatte — Zweiter Gewölbering — erstellte (Abb. 13). Die Zwischenräume — Schwindfugen — der einzelnen, später ausbetonierten Lamellenabschnitte betrugen 1,2 m; der Gewölbeschluss erfolgte im Scheitel.

Die Gewölbeschalungen bestehen aus fabrikmässig hergestellten 25 mm dicken, roh gespundeten Holztafeln in 50 verschiedenen Grössen, deren Gesamtzahl rund 5000 beträgt; sie wurden zwei- bis viermal verwendet. Die Schalung der untern Bogenleibung beim zweiten Zwillingsgewölbe war gehobelt, um das Loslösen des Gerüstes vom Betonbogen beim Ausrüsten zu erleichtern.

Die Betonierung der Hauptbögen erfolgte von vier verstellbaren Gerüsten aus, in welche Betonbehälter von 1,25 m³ Fassungsvermögen eingebaut waren (Abb. 10). Vermittelst eines über die Baustelle 310 m weit gespannten Kabelkrans von 4 t Tragfähigkeit (Abb. 11) wurde der Transport der Schalungen des Beton, der Armierungseisen, sowie das Versetzen der Betonierungsgerüste an die jeweilige Verwendungsstelle mit einer Fahrgeschwindigkeit von 3 m/sec und einer Hubgeschwindigkeit von 1 m/sec

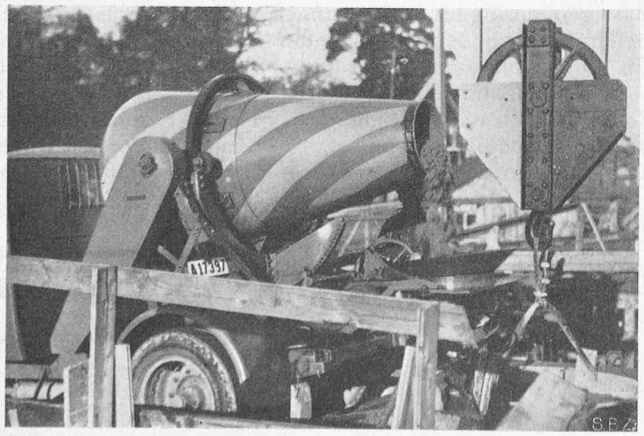


Abb. 12. Betontransportauto von der Betonfabrik zur Baustelle.

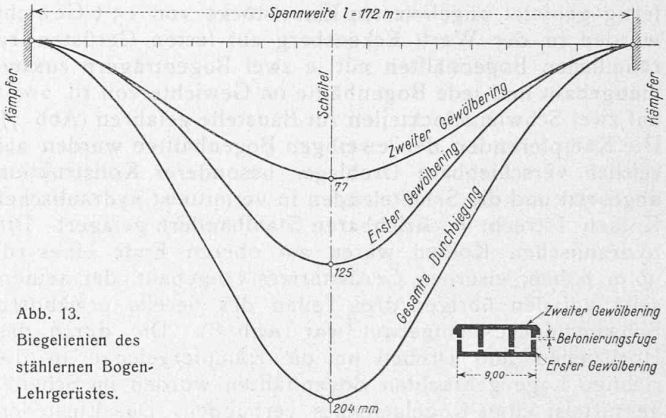


Abb. 13. Biegelienien des stählernen Bogen-Lehrgerüstes.

bewirkt. Der Beton von stark plastischer Konsistenz wurde den Betonbehältern entnommen und durch Rohre der Verwendungsstelle zugeführt. Die stündliche Leistungsfähigkeit der Seilbahn betrug 18 bis 20 m³, die grösste Betonierungsleistung 117 m³ Beton in acht Stunden. Das Betonieren der Gewölbe und der Gewölbeschluss konnten bei sehr günstigen Witterungsverhältnissen, bei niedrigen und mittleren, über 0° C liegenden Temperaturen stattfinden. Der Beton wurde nicht wie üblich auf der Baustelle selbst, sondern in einer ~ 2,5 km weit entfernten Fabrik für Betonerzeugung der A. B. für Betonindustrie, Kungsholmen, hergestellt und in Autos eigener Konstruktion, deren Betonbehälter von rd. 1 1/4 m³ Inhalt während der Fahrt rotierte, zur Baustelle geführt (Abb. 12). Der auf diese Weise fabrikmässig mit genauer Zementdosierung, mit ganz bestimmter Sand-Kiesmischung und jeweils abgestimmter Anmachwassermenge erzeugte, stark plastische Beton entsprach, insbesondere inbezug auf Dichtigkeit, den gestellten Bedingungen vollauf. Die maximale Korngrösse für den Eisenbeton war 30 mm in Fahrbahnplatte und Gewölbepfeilern und 50 mm in den Hauptgewölben.

Für das Sand-Kiesmaterial wurde das nachfolgende Mischungsverhältnis von zweckmässiger Kornabstufung angenommen und den jeweiligen örtlichen Verhältnissen angepasst: Sand : Feinkies : Grobkies = 2 : 1 : 1. Der Wasser-Zement-Faktor wurde im Mittel zu ~ 0,55 gewählt.

Der verwendete, an Kieselsäure reichere und an Eisen-Oxyd ärmere, hochwertige Portlandzement schwedischer Herkunft, dem des gefälligeren Aussehens und der einheitlicheren Tönung wegen gelbe Okererde im Gewichtsver-

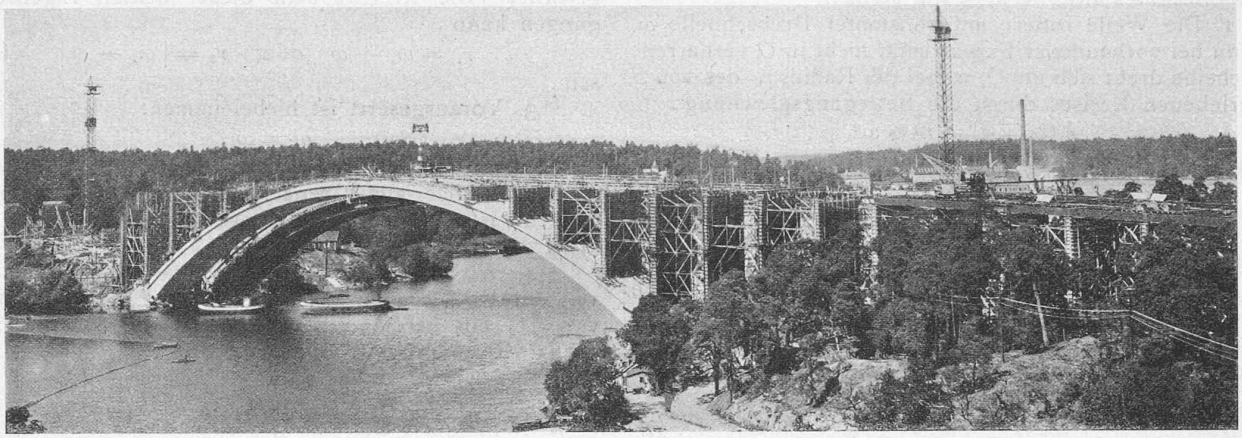


Abb. 11. Bauzustand vom Herbst 1933 der Tranebergs-Brücke bei Stockholm. Eisenbeton-Zwillingsbogen von 181,5 m Spannweite.

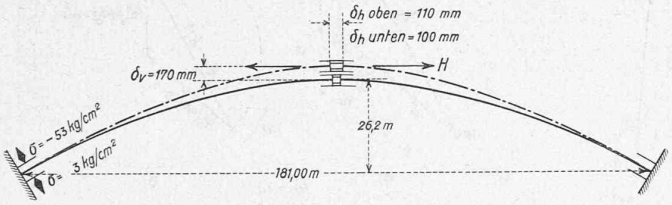


Abb. 14. Abhebung des Gewölbes vom Lehrgerüst durch hydraulische Scheitelpressung von $H = 6000$ t.

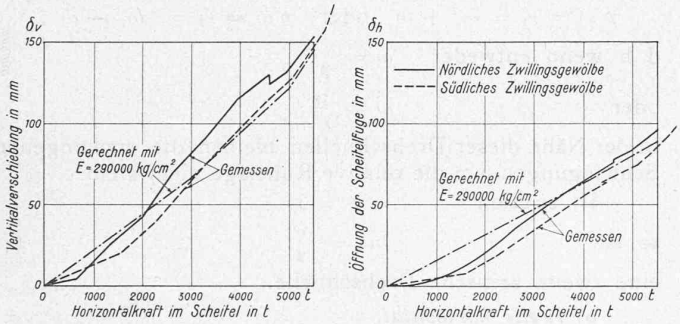


Abb. 15. Hebung δ_v und Ausweitung δ_h der Scheitelfuge beim Ausrüsten.

hältnis von 1 % zugesetzt wurde, hatte für erdfeucht gestampfte Mörtelwürfel 1 : 3 im Alter von 28 Tagen eine Druckfestigkeit von 620 kg/cm². Die Betonierung für ein Gewölbe nahm ~ 6 Wochen in Anspruch.

4. Die Bogenausrüstung.

Während des Betonierens des Hauptgewölbes senkte sich das Lehrgerüst im Bogenscheitel um 204 mm, also praktisch genau um das berechnete und dem stählernen Bogengerüst als Ueberhöhung gegebene Mass von 200 mm. Der Verlauf der lotrechten Biegelinien des stählernen Bogen-Lehrgerüstes von 172 m Spannweite ist auf der Abb. 13 graphisch dargestellt. Die Entlastung des Bogen-Lehrgerüstes durch den ersten Gewölbering geht aus dieser Darstellung deutlich hervor; die Durchbiegung unter dem zweiten Gewölbering hat nur ~ 60 % der vom ersten Gewölbering herrührenden betragen.

Das Ausrüsten erfolgte rd. zwei Monate nach Fertigstellung jeden Gewölbes und wurde nach dem Verfahren von *Freyssinet* durch das Abhehen des Eisenbetonbogens vom Lehrgerüst, mittels 18 in der eigens zu diesem Zwecke ausgebildeten Bogenscheitelfuge angeordneten hydraulischen Pressen von je 330 t Hubkraft bewirkt. Das Auseinanderpressen der beiden Gewölbehälften eines Zwillingsbogens erfolgte mit einer im Bogenscheitel wagrecht wirkenden Kraft von ~ 6000 t. Die gemessenen Werte der vertikalen Hebung des Bogenscheitels und die horizontale Ausweitung der Bogenscheitelfuge sind in den Abb. 14 und 15 als Funktion der wagrechten Bogenscheitelkräfte angegeben und die zugeordneten rechnerischen Werte, unter Zugrundelegung desjenigen Elastizitätsmoduls E_b des Beton, der eine zufriedenstellende Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Messung ergibt, eingetragen.

Der so ermittelte Wert von E_b ergibt sich zu $E_b =$ 270 000 bis 310 000, somit im Mittel zu 290 000 kg/cm². Dieser Wert ist, abgesehen von stärkeren örtlichen Zusammenpressungen in den Arbeitsfugen (Schwindfugen), zufolge des Zeiteinflusses auf die Plastizität des relativ jungen Beton um 25 bis 30 % niedriger als für kurzfristige Einwirkungen. Wohl ist dieser Einfluss feststellbar, es kommt ihm aber innerhalb der zulässigen Spannungen nicht diejenige Bedeutung zu, die man in der letzten Zeit glaubte in weitergehendem Masse berücksichtigen zu sollen. Die an den Bogenkämpfern anlässlich der Ausrüstung mit elektrischen Spannungsmessern, System Karlson, gemessenen Betonspannungen betrugen im Obergurt — 49 kg/cm² (Abb. 14 irrtümlich — 53 kg/cm²) und im Untergurt + 3 kg/cm² (Abb. 14).

Nach erfolgter Ausrüstung des ersten Zwillingsgewölbes wurde das entlastete stählerne Lehrgerüst an den Kämpfern vermittelst acht Stück 330 t-Pressen angehoben, auf Rollen-Wagen abgesetzt, nachdem vorher die Lager entfernt worden waren, und um 15,2 m seitlich verschoben.

5. Einstellung des Spannungszustandes.

Die Erzeugung des günstigsten Spannungszustandes im Gewölbe, unter Berücksichtigung des gesamten Eigengewichtes, der Verkehrslast und des Schwindens, erfolgte in der Weise, dass, nachdem der Gewölbescheitel auf die Hälfte der beim Ausrüsten erzwungenen vertikalen Hebung von ~ 170 mm, also um ~ 85 mm gesenkt war, vermittelst 22 Stück im Scheitel wirkender 330 t-Pressen ein negatives Biegungsmoment von 1500 mt durch verschieden grosse Drücke in den oberen und unteren Bogengurten erzeugt wurde. Der Gewölbeschluss erfolgte in diesem Spannungszustand durch Einbringen plastischen Zementmörtels von 500 kg/m³ Zement-Dosierung. (Schluss folgt.)

Zu den kritischen Störungen zweiter Ordnung.

Die klassischen Fälle[1]) solcher Störungen sind durch eine Exzentrizität bedingt. *C. R. Soderberg* hebt jedoch einen Störungsfall hervor, der lediglich auf ungleichmässiger Wellensteife beruht. Demnach erscheint es aussichtslos, bei einer ungleich steifen Welle diese Störungen allein durch Verringerung der Exzentrizität unterdrücken zu wollen.

Im Folgenden soll ausschliesslich eine einzelne, auf masseloser Welle gelagerte, an keine antreibende noch angetriebene Maschine angeschlossene Scheibe (Einanker-Umformer) betrachtet werden (Abb. 1, Seite 306).

Bezeichnungen: O Projektion der Lagermitte, W Durchstosspunkt der Welle, S Scheibenschwerpunkt, m Masse der Scheibe, q ihr Trägheitsradius, k Koeffizient der Wellensteife, e Exzentrizität.

[1]) Enthalten in der Fundgrube Abschnitt Nr. 191 der „Dampf- und Gasturbinen" von *Aurel Stodola*, S. 929 u. ff. 6. Auflage.

I. Exzentrische Fälle. — a) *Welle vertikal.*

1. Die Welle rotiere mit konstanter Drehschnelle ω. W kann bei vorhandener Exzentrizität nicht in O verharren; die Scheibe dreht sich um O, wobei der Radius r_0 des von S beschriebenen Kreises durch die Bewegungsgleichung:

$$k\,(r_0 \mp e) = m\, r_0\, \omega^2$$

mit der Abkürzung $\frac{k}{m} = \omega_1{}^2$ . . . . . (1)

zu $r_0 = \pm \frac{e\,\omega_1{}^2}{\omega_1{}^2 - \omega^2}$ . . . . . (2)

bestimmt ist, jenachdem $\omega < \omega_1$ oder $\omega > \omega_1$.

2. Dieser „stationären" Bewegung können sich kleine Schwingungen überlagern. Um sich dessen zu vergewissern, schreibt man (Abb. 2) die beiden Schwerpunktsgleichungen und den Drallsatz auf:

$$E_r = m\,(\ddot{r} - r\,\dot{\Theta}^2),$$

$$r\,E_t = m\,(r^2\,\dot{\Theta})^{\cdot},$$

$$M = m\,q^2\,\ddot{\Phi}.$$

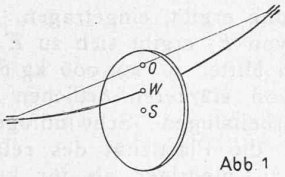


Abb 1

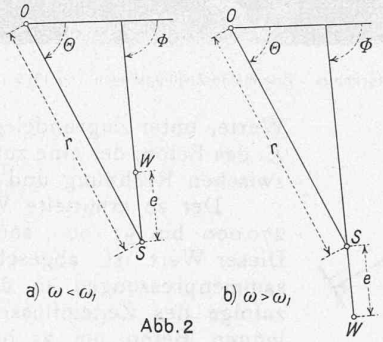


Abb. 2

E_r und E_t sind die radiale, bzw. transversale Komponente der in W angreifenden elastischen Wellenkraft $\mathfrak{E}$ (die in zwei den Strecken e, bzw. r proportionale Kräfte zerlegbar ist), M ihr Moment um S:

$$E_r = k\,[\pm e\cos(\Phi - \Theta) - r], \quad E_t = \pm k\,e\sin(\Phi - \Theta),$$

$$M = \mp k\,r\,e\sin(\Phi - \Theta).$$

Mit (1) wird also:

$$\left.\begin{aligned} &\text{a)}\ \ddot{r} + r\,(\omega_1{}^2 - \dot{\Theta}^2) &&= \pm\,\omega_1{}^2\,e\cos(\Phi - \Theta)\\ &\text{b)}\ (r^2\,\dot{\Theta})^{\cdot} &&= \pm\,\omega_1{}^2\,r\,e\sin(\Phi - \Theta)\\ &\text{c)}\ \ddot{\Phi} &&= \mp\,\omega_1{}^2\,\frac{e\,r}{q^2}\sin(\Phi - \Theta)\end{aligned}\right\} \quad \text{(I)}$$

Setzt man

$$r = r_0 + \varrho, \quad \Theta = \omega\,t + \delta, \quad \Phi = \omega\,t + \varepsilon, \quad . \quad (3)$$

so wird aus (I), kleine Schwankungen, ϱ, δ, ε vorausgesetzt, bei Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung:

$$\left.\begin{aligned} &\text{a)}\ \ddot{\varrho} + (\omega_1{}^2 - \omega^2)\,\varrho - 2\,r_0\,\omega\,\dot{\delta} = 0\\ &\text{b)}\ r_0\,\ddot{\delta} + 2\,\omega\,\dot{\varrho} \mp e\,\omega_1{}^2\,(\varepsilon - \delta) = 0\\ &\text{c)}\ \pm\frac{e\,r_0}{q^2}\,\omega_1{}^2\,(\varepsilon - \delta) + \ddot{\varepsilon} = 0\end{aligned}\right\} \quad . \quad (\mathrm{I}^*)$$

Bleiben ϱ, δ, ε klein? Mit

$$\varrho = R\,e^{\lambda t}, \quad \delta = D\,e^{\lambda t}, \quad \varepsilon = E\,e^{\lambda t}$$

liefert die letzte Gleichung bei Ignorierung des ersten Terms ($e\,r_0 << q^2$):

$$E = 0;$$

die beiden ersten:

$$[\lambda^2 + (\omega_1{}^2 - \omega^2)]\,R - 2\,r_0\,\omega\,\lambda\,D = 0$$

$$2\,\omega\,\lambda\,R + [\pm\,e\,\omega_1{}^2 + r_0\,\lambda^2]\,D = 0$$

Sollen nicht alle Schwankungen verschwinden, so folgt hieraus, mit Rücksicht auf (2):

$$\lambda^4 + 2\,(\omega_1{}^2 + \omega^2)\,\lambda^2 + (\omega_1{}^2 - \omega^2)^2 = 0$$

$$\therefore\ \lambda_{1,2} = \pm\,i\,(\omega_1 + \omega) \quad \lambda_{3,4} = \pm\,i\,|\,\omega_1 - \omega\,|.$$

∴ Die Scheibe auf vertikaler Welle vermag mit konstanter Drehschnelle ω um O zu kreisen, wobei ihrem Schwerpunkt seine Bahn, ein Kreis vom Radius r_0, durch (2) vorgezeichnet ist. Sie ist jedoch an ihre Ruhelage relativ zu einem mit ω um O rotierenden Raum nicht starr gefesselt, sondern elastisch: Unter der getroffenen Annahme unendlichen Trägheitshalbmessers sind der Scheibe kleine harmonische Bewegungen von zwei Freiheitsgraden[2]) gestattet. Die Kreisfrequenz dieser beiden Eigenschwingungen kann

$$\nu_1 = \omega_1 + \omega \quad \text{oder} \quad \nu_2 = |\,\omega_1 - \omega\,|$$

sein.

3. Vorausgesetzt ist hiebei immer:

$$\omega \neq \omega_1.$$

Nähert sich ω der kritischen Drehschnelle ω_1, so wächst r_0 über alle Grenzen; ehe ein stationärer Lauf erreicht ist, sind die Grundlagen der Rechnung, wenn nicht die Lager, zerstört.

4. Wirkt auf die Scheibe ein variables Drehmoment von der Kreisfrequenz $p\,\omega$, so steht auf der rechten Seite von (Ic) ein harmonischer Störungsterm von dieser Frequenz. Resonanz tritt auf, wenn

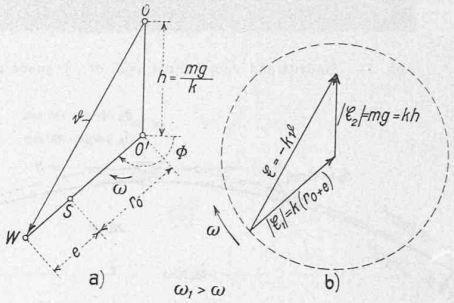


Abb.3

$$p\,\omega = \nu_1 = \omega_1 + \omega \quad \text{oder} \quad p\,\omega = \nu_2 = |\,\omega_1 - \omega\,|,$$

d. h. wenn entweder $\omega = \frac{\omega_1}{|p - 1|}$,

oder $\omega = \frac{\omega_1}{p + 1}$.

In der Nähe dieser Drehschnellen bleiben die erzwungenen Schwingungen um die relative Ruhelage nicht klein.

Ist speziell $p = 1$,

so ist $\omega_2 = \frac{\omega_1}{2}$ . . . . . (4)

eine zweite kritische Drehschnelle.

b) *Welle horizontal.*

5. Bei horizontaler Welle ist ein gleichförmiges Kreisen der Scheibe um die Ruhelage O' von W genau genommen überhaupt nicht möglich: Eine solche Bewegung (Abb. 3a) vorausgesetzt, würde wegen der Aehnlichkeit des Kräftedreiecks (Abb. 3b) mit dem Dreieck $W\,O\,O'\,r_0$ wie oben durch (2) bestimmt sein. Indessen würde das von $\mathfrak{E}$ um S ausgeübte periodische Moment

$$\pm\,m\,g\,e\cos\Phi$$

Pendelungen der Scheibe um S und damit Störungen der in Abb. 3b angedeuteten Bewegung des Kräftedreiecks hervorrufen.

Die „stationäre" Bewegung wird somit stets von elastischen Schwingungen begleitet sein. Zu deren Berechnung stellt man wie oben die drei Bewegungsgleichungen auf. Sie unterscheiden sich, wenn O' statt O zum Koordinatenursprung gewählt wird, mit der Abkürzung (1), von (I) nur durch den Störungsterm

$$\pm\,\frac{g\,e}{q^2}\cos\Phi$$

auf der rechten Seite von (Ic). Führt man wiederum gemäss (3) die klein vorausgesetzten Grössen ϱ, δ, ε ein, so folgt mit den selben Näherungen (I^*), abgesehen von dem Störungsterm

$$\pm\,\frac{g\,e}{q^2}\cos\omega\,t.$$

Dieser prägt der Scheibe harmonische Schwingungen ϱ, δ, ε von der Kreisfrequenz ω auf, die (wegen $e << q$) klein sind, solange ω sich der Eigenfrequenz

$$\nu_2 = \omega_1 - \omega$$

nicht nähert. Andernfalls, d. h. wenn ω dem kritischen Wert

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{2}$$

[2]) Dabei schwingt die Scheibenstrecke $\overline{WS}$ translatorisch um ihre radiale Gleichgewichtslage, während ihre Endpunkte radialsymmetrische Ellipsen beschreiben.

nahe kommt, wird die Voraussetzung kleiner Amplituden zunichte.

6. Bisher war die rücktreibende Wellenkraft $\mathfrak{E}$ der Auslenkung ϑ proportional angenommen (Abb. 3). Trifft dies, z. B. eines Keils halber, nicht genau zu, so werden sich zwei orthogonale Scheibenrichtungen — die Hauptrichtungen — insofern auszeichnen, als die bezüglichen Komponenten von $\mathfrak{E}$ und ϑ einfach zusammenhängen (Abb. 4):

$$E_x = -k\,x, \quad E_y = -k_1\,y,$$

wobei jetzt $k_1 \neq k$ ist, sodass $|\mathfrak{E}|$ extremal wird, wenn ϑ in eine Hauptrichtung fällt. Es werde

$$k_1 = k\,(1+\chi) \quad (5)$$

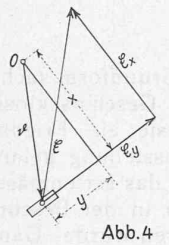


Abb. 4

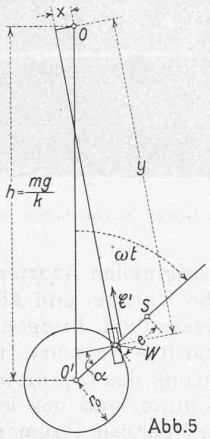


Abb. 5

gesetzt; χ wird praktisch klein sein. Es sei (Abb. 5) $e \ll h$ angenommen, infolgedessen, wegen (2), normalerweise auch $r_0 \ll h$. Wie sub 5 kreise die Scheibe annähernd stationär um O'; die Richtung minimaler Steife bilde mit $\overline{SW}$ den (spitzen) Winkel α. Zu der im Fall 5 zentripetal gerichteten Resultierenden der äusseren Kräfte gesellt sich eine Zusatzkraft $\mathfrak{E}'$ von der eingezeichneten Richtung und vom Betrag $\chi\,k\,y$; ihre radiale und transversale Komponente sowie ihr Moment um S sind proportional

$$y \cong h \sin(\omega\,t - \alpha);$$

der „quasi-stationären" Bewegung von Nr. 5 werden somit durch die ungleiche Steife Schwingungen von der (Grund-) Frequenz ω aufgezwungen, die wie sub 4 und 5 für

$$\omega \cong \omega_2$$

kritisch werden.

II. Zentrischer Fall (Welle horizontal).

7. *S. P. Den Hartog*[3]) versuchte, durch Aenderung der Exzentrizität mit Hülfe von Balancierlöchern die kritischen Störungen zu beeinflussen; die erster Ordnung mit, die zweiter Ordnung ohne Erfolg. Ein stationärer, für $\omega = \omega_2$ versagender Fall, von *C. R. Soderberg*[4]) betont, bei dem die Exzentrizität keine wesentliche Rolle spielt, macht dies verständlich: Ungleichmässige Steife ermöglicht nämlich bei verschwindender Exzentrizität eine Bewegung, bei der sich (Abb. 6a) einer gleichförmigen Rotation Ω von $S = W$ um O'' eine gleichförmige Drehung ω der Scheibe um S superponiert. Dies setzt eine von S nach O'' gerichtete Resultierende der äusseren Kräfte vom konstanten Betrag $m\,r_1\,\Omega^2$ voraus. Die Resultierende aus dem Scheibengewicht und der elastischen Kraft $-k\,\vartheta$ ist $k\,\overrightarrow{SO'}$. Dazu tritt wegen der ungleichen Steifigkeit die Zusatzkraft $\mathfrak{E}'$ von der Richtung der maximalen Steife und dem Betrag $k\chi y$. Im Kräftepolygon (Abb. 6b) beschreibt ihre Spitze offenbar mit der Drehschnelle

$$\dot{\tau} = \Omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

einen Kreis C. Während S von A nach B läuft, neigt sich $\mathfrak{E}'$ mit

$$\dot{\psi} = \omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

von der vertikalen in die horizontale Lage und verschwindet offenbar, wenn S in B ankommt. O' liegt demnach auf dem C entsprechenden Kreis C' vom Radius ϱ, d. h.:

$$\tau = 2\,\psi.$$

Somit, wegen (6) und (7):

$$\Omega = 2\,\omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

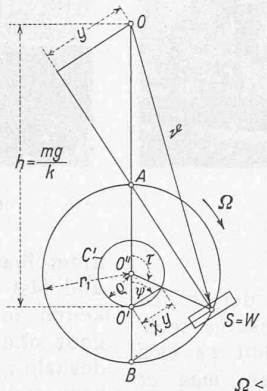
Diese Bewegung, bei der die durch S in Richtung der minimalen Steife gezogene Scheibengerade beständig durch A geht und (Abb. 6a)

$$\frac{\chi}{2} = \frac{\varrho}{h - r_1 - \varrho} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

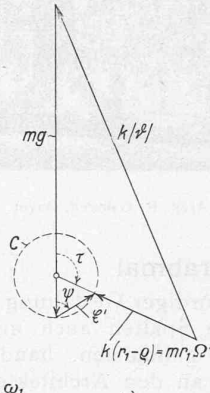
ist, bedingt jedoch wegen (8) (Abb. 6b):

$$\frac{k}{m}(r_1 - \varrho) = 4\,r_1\,\omega^2 \quad (10)$$

Aus (9) und (10) ergibt sich mit der Abkürzung (1) der Radius r_1 des von S beschriebenen Kreises angenähert (χ klein) zu:



a)



$\Omega < \omega_1$
Abb. 6
b)

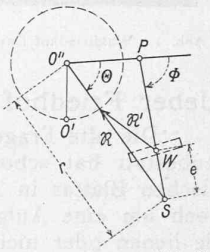


Abb. 7

$$r_1 = \frac{\chi\,h}{2}\,\frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 - 4\,\omega^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

$$\omega < \frac{\omega_1}{2} = \omega_2$$

vorausgesetzt; andernfalls versagt die Ueberlegung.

8. Ist die geschilderte Bewegung wirklich ausführbar, d. h. stabil?

Läuft S mit Ω auf dem Kreis vom Radius r_1, so bewirkt eine kleine Exzentrizität e, dass die resultierende aller äusseren Kräfte nicht mehr $\mathfrak{R}$, sondern $\mathfrak{R}'$ ist (in Abb. 7 in passendem Masstab eingetragen); e verursacht also in radialer Richtung den Zuwachs

$$k\,e\,\cos(\Phi - \Theta),$$

in transversaler Richtung den Zuwachs

$$k\,e\,\sin(\Phi - \Theta).$$

Ausserdem weckt e ein Moment um S, das im wesentlichen

$$m\,g\,e\,\cos\Phi$$

gesetzt werden kann. Die Bewegungsgleichungen sind demnach angenähert:

$$\left.\begin{aligned} \ddot{r} - r\,\dot{\Theta}^2 &= \frac{R}{m} + \frac{k}{m}\,e\,\cos(\Phi - \Theta) \\ (r^2\,\dot{\Theta})^{\cdot} &= \frac{k}{m}\,r_1\,e\,\sin(\Phi - \Theta) \\ q^2\,\ddot{\Phi} &= g\,e\,\cos\Phi \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (\mathrm{II})$$

Hierin bedeutet R die bei verschwindender Exzentrizität resultierende Radialkraft:

$$\frac{R}{m} = -r_1\,\Omega^2.$$

Mit $\Theta = \Omega\,t + \delta, \quad \Phi = \omega\,t + c + \varepsilon, \quad r = r_1 + \varrho$ wird demnach aus (II) bei Vernachlässigung höherer Glieder ein Gleichungssystem, dessen linke Seiten der Reihe nach

$$\ddot{\varrho} - \Omega^2\,\varrho - 2\,r_1\,\Omega\,\dot{\delta},$$
$$2\,\Omega\,r_1\,\dot{\varrho} + r_1^2\,\ddot{\delta},$$
$$q^2\,\ddot{\varepsilon}$$

sind, während rechts wegen (8) harmonische Störungsterme von der Kreisfrequenz ω stehen. Die Eigenschwingungen $R\,e^{\lambda t}$, $D\,e^{\lambda t}$, $E\,e^{\lambda t}$ des diesen Störungen unterworfenen Systems sind durch die Wurzeln der Gleichung

$$\lambda^2 + 12\,\omega^2 = 0$$

bestimmt; sie sind harmonisch von der Kreisfrequenz $2\sqrt{3}\,\omega$; Resonanzgefahr besteht nicht; e ist harmlos, die Bewegung stabil.

K. H. Grossmann.

[3]) ASME Transactions 1932, APM-54-4, S. 51.

[4]) On the subcritical speeds of the rotating shaft, l. c. S. 45 fg.