

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 101/102 (1933)  
**Heft:** 17

**Artikel:** Zusammengesetzte Beanspruchung und Sicherheit bei statischer und wechselnder Belastung  
**Autor:** Kohn, Paul  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-83077>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 22.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**



zwar keinen Anspruch darauf erhebt, eine endgültige Lösung dieses schwierigen Problems zu sein, die aber wegen ihrer Einfachheit und weil sie für alle statischen Festigkeitshypothesen gültig ist, vielleicht auch späterhin für den Ingenieur brauchbar bleiben kann.

Nachdem die bisherigen Festigkeitshypothesen sich nur auf langsame (statische) Zustandsänderungen beziehen, ist es naheliegend, die Anwendung dieser Hypothesen auch auf Belastungsfälle mit wechselnder Beanspruchung auszudehnen, indem man diese durch eine hinsichtlich der Sicherheit gleichwertige statische Beanspruchung ersetzt.

Um diesen Ersatz richtig durchzuführen, betrachten wir nochmals das Grenzspannungsdiagramm Abb. 1 für einen einfachen Belastungsfall. Die Sicherheit  $\gamma$  gegen Dauerbruch oder bleibende Formänderung war durch den Ausdruck  $\gamma = \frac{\sigma}{k_v + k_w}$  gegeben. Bezeichnen wir mit  $\kappa$  jenen Umwandlungsfaktor, der mit der Wechselbeanspruchung  $k_w$  multipliziert die ihr gleichwertige statische Beanspruchung  $\kappa k_w$  ergeben soll, so ist die Sicherheit  $\gamma$ , da es sich nach der Umwandlung um statische Spannungen handelt, durch  $\gamma = \frac{\sigma_s}{k_v + \kappa k_w}$  gegeben. Da der Ersatz der Wechselbeanspruchung so durchzuführen ist, dass die Sicherheit die selbe bleibt, so muss sein

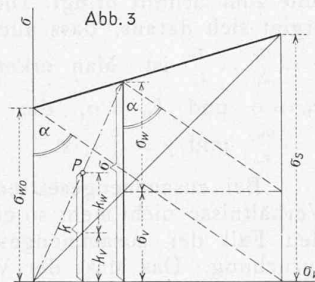
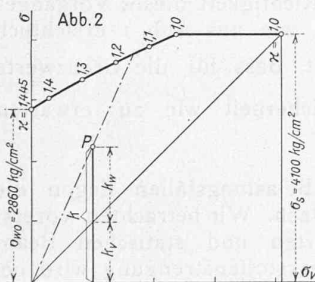
$$\frac{\sigma}{k_v + k_w} = \frac{\sigma_s}{k_v + \kappa k_w} \quad (1)$$

Aus (1) ergibt sich

$$\kappa = \frac{\sigma_s}{\sigma} \left( \frac{k_v}{k_w} + 1 \right) - \frac{k_v}{k_w} \quad (2)$$

Berücksichtigt man ferner, dass  $\sigma = \sigma_v + \sigma_w$  und aus Abb. 1  $\frac{k_v}{k_w} = \frac{\sigma_v}{\sigma_w}$  folgt, so wird schliesslich der Umwandlungsfaktor

$$\kappa = \frac{\sigma_s - \sigma_w}{\sigma_w} \quad (3)$$



Der Umwandlungsfaktor  $\kappa$  lässt sich anschaulich geometrisch deuten, er ist die Tangente des in Abb. 1 eingezeichneten Winkels  $\alpha$ . Aus dieser Abbildung erkennt man, dass zu allen Gesamtbeanspruchungen  $k$ , die auf einem Strahl durch den Ursprung liegen, der gleiche Umwandlungsfaktor  $\kappa$  gehört, der sich, wenn die Grenzspannungslinie gegeben ist, eindeutig bestimmen lässt. In Abb. 2 haben wir als Beispiel die Werte  $\kappa$  als Parameter der Grenzspannungslinie bei Biege-Wechselbeanspruchung für einen polierten Kohlenstoffstahl von 81 kg/mm<sup>2</sup> Festigkeit eingetragen. Durch diese Darstellungsweise wird es möglich, für jede Gesamtbeanspruchung  $k$  rasch den Umwandlungsfaktor  $\kappa$  zu finden. Ist z. B.  $k_v = 1000$  kg/cm<sup>2</sup>,  $k_w = 1250$  kg/cm<sup>2</sup>, so wird die diesen Beanspruchungen gleichwertige statische Beanspruchung  $k = k_v + \kappa k_w$  mit  $\kappa = 1,15$  gleich  $k = 2440$  kg/cm<sup>2</sup>. Prinzipiell ist mit der Bestimmung des Umwandlungsfaktors das gesteckte Ziel erreicht, denn nach der Umwandlung lassen sich die reduzierten Gesamtbeanspruchungen wie wirkliche statische Beanspruchungen in die Festigkeitshypothese einführen; praktisch ist jedoch der Verlauf der Grenzspannungskurven für die einfachen Belastungsfälle und für die verschiedenen Oberflächenbeschaffenheiten nicht leicht zu bestimmen und dem Konstrukteur nur in einzelnen Fällen bekannt; um zu einer schon heute brauchbaren Berechnungsweise zu kommen, bedarf es noch einer Vereinfachung. Soderberg<sup>1)</sup> und nach ihm Modersohn<sup>2)</sup> und Fischer<sup>1)</sup> schlugen vor,

die Grenzspannungslinie durch die geradlinige Verbindung der Streckgrenze  $\sigma_s$  ( $\sigma_{0,2}$ ) mit der Wechselfestigkeit  $\sigma_{w0}$  zu ersetzen (s. Abb. 3) und auch wir wollen diese Annahme, die grosse Vereinfachungen mit sich bringt, weiterhin benutzen. Aus Abb. 3 erkennt man, dass unter Voraussetzung dieser Annahme der Umwandlungsfaktor  $\kappa$  entlang der ganzen Grenzspannungslinie konstant und zwar

$$\kappa = \frac{\sigma_s}{\sigma_{w0}} \quad (4)$$

wird. D. h., dass durch Multiplikation der Schwingungsbeanspruchung mit dem Quotienten aus Streckgrenze und Schwingungsfestigkeit die Schwingungsbeanspruchung in eine gleichwertige statische Beanspruchung übergeführt wird.

In einem einfachen Belastungsfall bestimmt sich daher die Sicherheit  $\gamma$  beim gleichzeitigen Vorhandensein einer gleichbleibenden und einer wechselnden Beanspruchung  $k_v$  und  $k_w$  aus

$$\gamma = \frac{\sigma_s}{k_v + \frac{\sigma_s}{\sigma_{w0}} k_w} \quad (5)$$

wenn  $\sigma_s$  die Streckgrenze und  $\sigma_{w0}$  die Wechselfestigkeit für den betreffenden Belastungsfall bedeuten.

Bei einem zusammengesetzten Belastungsfall sind erst die Beanspruchungen derselben Art auf gleichwertige statische Beanspruchungen zu reduzieren, indem man die Wechselbeanspruchungen mit dem Quotienten aus der Streckgrenze der betreffenden Beanspruchungsart und der Wechselfestigkeit der betreffenden Beanspruchungsart multipliziert; aus den reduzierten Spannungen ist dann, als ob diese wirkliche statische Spannungen wären, die Vergleichsspannung zu bilden. Die Sicherheit ergibt sich dann schliesslich bei zähen Materialien als Verhältnis der Streckgrenze zur Vergleichsspannung. Bei spröden Materialien, bei denen Streck- und Quetschgrenze verschieden sind, bestimmt sich die Sicherheit am einfachsten auf Grund der Mohr'schen Hypothese zeichnerisch.

Die Anwendung des Verfahrens soll für ein zähes Material an einem Beispiel gezeigt werden. Eine gerade Stahlwelle, auf der ein Schwungrad sitzt, übertrage ein konstantes Drehmoment, dem ein wechselndes Drehmoment überlagert ist. Das konstante Drehmoment verursacht eine statische Torsionsbeanspruchung  $k_{vr}$ , das wechselnde Drehmoment eine wechselnde Torsionsbeanspruchung  $k_{wr}$  und das Gewicht des Schwungrades eine wechselnde Biegebeanspruchung  $k_{wb}$ . Das Schwungrad sei durch einen Nutenkeil mit der Welle verbunden, deren Oberfläche daher als gekerbt zu betrachten ist. Es sei ferner  $\sigma_{sb}$  die Fließgrenze auf Biegung,  $\sigma_{sr}$  die Fließgrenze auf Torsion,  $\sigma_{wb}$  die Wechselfestigkeit auf Biegung,  $\sigma_{wr}$  die Wechselfestigkeit auf Torsion für den Probestab mit Kerbe [Angaben über die empirische Bestimmung dieser Werte siehe unter 1) und 4)] und schliesslich  $\sigma_s$  die Streckgrenze auf Zug bei gleichmässiger Spannungsverteilung.

Die reduzierte Biegebeanspruchung wird dann

$$k_b = \frac{\sigma_{sb}}{\sigma_{wb}} k_{wb} \quad (6)$$

und die reduzierte Torsionsbeanspruchung ist

$$k_r = k_{vr} + \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{wr}} k_{wr} \quad (7)$$

Nehmen wir vorerst an, dass das Material den Gesetzen der Hauptschubspannungshypothese folge und dass die ungleichmässige Spannungsverteilung infolge Biegung und Torsion keine Erhöhung der Fließgrenze bewirke, dass also  $\sigma_{sb} = 2 \sigma_{sr} = \sigma_s$ , so ist die Vergleichsspannung  $k_0$  mit den Gleichungen (6) und (7),

$$k_0 = \sqrt{k_b^2 + 4 k_r^2} = \sqrt{\left( \frac{\sigma_{sb}}{\sigma_{wb}} k_{wb} \right)^2 + 4 \left( k_{vr} + \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{wr}} k_{wr} \right)^2} \quad (8)$$

und die Sicherheit  $\gamma$  wird

<sup>2)</sup> Dr. Ing. F. Modersohn, „Grenzspannungskurven“ Maschinenbau 1931, Nr. 3, S. 78.

<sup>4)</sup> A. Thum und F. Wunderlich, „Die Fließgrenze bei behinderter Formänderung“, Forschung 1932, Nr. 6, S. 261.

W. Kuntze, „Ermittlung des Einflusses ungleichförmiger Spannungen und Querschnitte auf die Streckgrenze“, Der Stahlbau 1933, Nr. 7, S. 49.

W. Prager, „Die Fließgrenze bei behinderter Formänderung“, Forschung 1933, Nr. 2, S. 95.



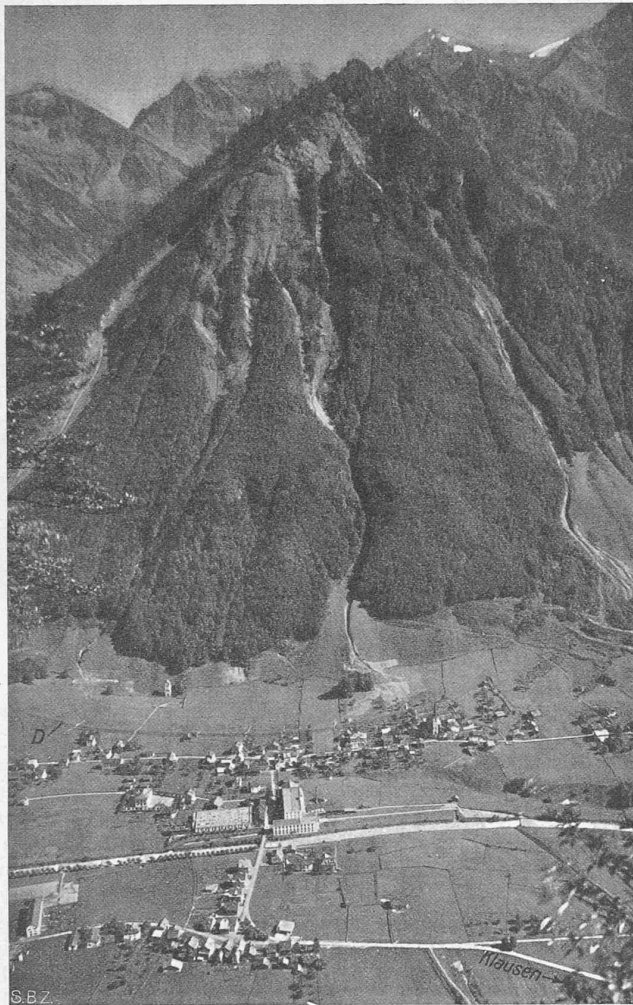


Abb. 1. Gesamtbild von Linthal mit dem Kilchenstock, Zustand August 1931.

$$\gamma = \frac{\sigma_s}{k_0} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{sb}}{\sigma_{wb}} k_{wb}\right)^2 + 4 \left(k_{vr} + \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{wr}} k_{wr}\right)^2}} \quad (9)$$

Da aber in Wirklichkeit  $\sigma_{sb} \neq 2 \sigma_{sr} = \sigma_s$ , so kann man analog dem Vorgang von C. Bach, K. Lachmann<sup>5)</sup> die theoretisch richtige Formel (8) für die Vergleichsspannung wie folgt korrigieren.

Wir setzen

$$k_0 = \sqrt{\beta^2 k_b^2 + \alpha^2 k_r^2} \quad (10)$$

und bestimmen die Berichtigungskoeffizienten  $\alpha$  und  $\beta$  aus der Bedingung, dass für  $\sigma_{sb} = 2 \sigma_{sr} = \sigma_s$  die Formel (8) in Formel (10) übergehe. Man erkennt, dass dies am einfachsten erreicht wird, wenn man

$$\alpha = \frac{\sigma_s}{\sigma_{sr}} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{\sigma_s}{\sigma_{sb}} \quad (11)$$

setzt. Zu beachten ist, dass hier die Koeffizienten  $\alpha$  und  $\beta$  nicht nur die Abweichungen der Hauptschubspannungshypothese gegenüber der Wirklichkeit, sondern auch den Einfluss der Spannungsverteilung auf die Fließgrenze berücksichtigen. Führt man (6), (7) und (11) in (10) ein, so wird die Vergleichsspannung

$$k_0 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_s}{\sigma_{wb}} k_{wb}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_{sr}} k_{vr} + \frac{\sigma_s}{\sigma_{wr}} k_{wr}\right)^2} \quad (12)$$

und schliesslich die Sicherheit

$$\gamma = \frac{\sigma_s}{k_0} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{k_{wb}}{\sigma_{wb}}\right)^2 + \left(\frac{k_{vr}}{\sigma_{sr}} + \frac{k_{wr}}{\sigma_{wr}}\right)^2}} \quad (13)$$

<sup>5)</sup> K. Lachmann, „Anstrengungsverhältnis und Festigkeitshypothese“, Ingenieur-Archiv 1930, Nr. 3, S. 293 und 1931, Nr. 3, S. 378.

Zur Ueberprüfung dieser Formel setzen wir  $k_{vr} = 0$  und  $k_{wr} = 0$  und erhalten  $\gamma = \frac{\sigma_{wb}}{k_{wb}}$ , ferner  $k_{wb} = 0$  und  $k_{wr} = 0$ , erhalten so  $\gamma = \frac{\sigma_{sr}}{k_{vr}}$  und schliesslich  $k_{wb} = 0$  und  $k_{vr} = 0$  und finden  $\gamma = \frac{\sigma_{wr}}{k_{wr}}$  in Uebereinstimmung mit dem Begriff der Sicherheit.

Da alle Festigkeitshypothesen, die von der Vorstellung eines homogenen Materials und einer langsamen Zustands-Aenderung ausgehen, weder die Erhöhung der Fließgrenze infolge ungleichmässiger Spannungsverteilung, die auf einem inhomogenen Verhalten des Materials beruht, noch auch den Bruchvorgang bei wechselnder Beanspruchung erklären können, so bleibt, solange nicht wirklichkeitstreue Hypothesen vorliegen, nichts anderes übrig, als durch eine Art Extrapolation die bestehenden Hypothesen den neuen Erkenntnissen anzupassen, um deren praktische Verwertung zu ermöglichen. Die gemachten Vorschläge sind auch nur in diesem Sinne zu verstehen.

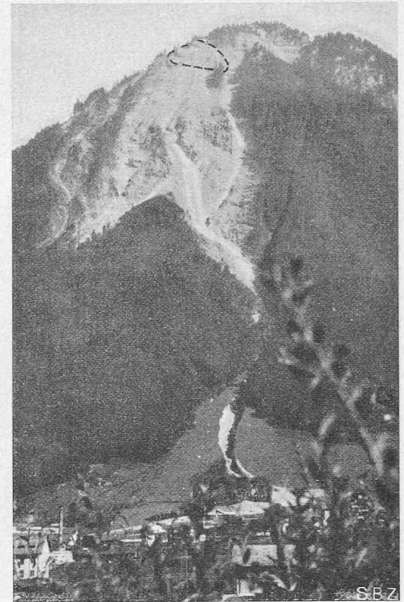


Abb. 2. Gesamtbild vom Kilchenstock am 28. August 1933. — Phot. Th. Wider.

## Neues vom Kilchenstock ob Linthal.

Als wir im Frühling d. J.<sup>1)</sup> erstmals über die Vorgänge am Kilchenstock berichteten, stützten wir uns auf die Veröffentlichung von Prof. Dr. Alb. Heim „Bergsturz und Menschenleben“, die von den Bergstürzen im Allgemeinen handelt, und unter den zahlreichen Typen als Beispiel auch die seit über 50 Jahren beobachteten Bewegungen am Kilchenstock erörtert; von diesen befürchtet Heim, sie könnten zu einem förmlichen Bergsturz führen. In der Tat mussten die Argumente für diese Annahme, insbesondere die in dem auch von uns wiedergegebenen Diagramm sich zeigende, von 1927 bis Herbst 1932 andauernde Beschleunigung in der Talwärtsbewegung charakteristischer Beobachtungspunkte ernste Besorgnisse erwecken. Diese Beschleunigung war periodisch unterbrochen durch etwa dreimonatige Winterruhe von Januar bis März, also während der Frostperiode, um jeweils im Herbst das Höchstmass an Geschwindigkeit zu erreichen, wie im einzelnen in unserem ersten Bericht ausgeführt.

Indessen war die aus diesen Erscheinungen zu gewärtigende „Bergsturzgefahr“ einmal natürlich zeitlich nicht bestimmt vorherzusagen, sodann auch ist ihr Bestehen überhaupt bestritten worden. Schon Ende März d. J. erhielten wir eine längere Zuschrift von seiten des Betriebes des E.-W. Linthal, Herrn Th. Wider, der sich als Optimist bekannte und damit die weit überwiegende Ansicht der Bevölkerung von Linthal vertrat. Dass die am Fusse des Kilchenstocks ansässigen Menschen (vergl. Abb. 1 u. 2) angesichts der Kassandrastimme Prof. Heims in grosse Sorge geraten mussten, ist klar, ebenso begreiflich aber auch, dass sie nach wiederholter Räumung ihrer Wohnungen und Rückkehr darein, den Warnungen der Geologen immer weniger Gewicht beilegen; daraus entstand in Linthal eine sehr zwiespältig gedrückte, eigentlich gequälte Stimmung, der Th. Wider hier Ausdruck verleihen wollte.

<sup>1)</sup> In Band 101, S. 125 (18. März 1933), mit Plänen und Bildern.