Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 99/100 (1932)
Heft: 23

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Die Biegungslinie sehr schlanker Stäbe in graphischer Darstellung. — Die Elektrifikation der Solothurn-Münster-Bahn, der Emmental-Bahn und der Burgdorf-Thun-Bahn. — Die Ersparniskasse Nidau, Kt. Bern. — Die Wild'schen photogrammetrischen Instrumente. — Mitteilungen: Die Gesetzmässigkeit der Abflussmengen von Wasserläufen. Torsionskritische Drehzahlen von Flugmotoren. Die neuen italienischen Motorschiffe „Neptunia" und „Victoria". Ueber die Nutzbarmachung der Hinterrhein-Wasserkräfte. Gestaltung geschweisster Körper. Weihnachts-Ausstellung des Schweizerischen Werkbundes. — Nekrologe: Maurice Turrettini. Hans Schmid-Volkart. Friedrich Pulfer. — Wettbewerbe: Verstoss gegen die Wettbewerb-Grundsätze. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Sitzungs- und Vortragskalender.

Band 100 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 23

Die Biegungslinie sehr schlanker Stäbe in graphischer Darstellung.

Von Privatdozent Dr. Ing. RICHARD SABATHIEL, Budapest.

Die Formänderung von Stäben, die innerhalb der Elastizitätsgrenze übermässig grosse Durchbiegungen erleiden können, kann durch die genaue Erörterung der allgemeinen Biegungsgleichung

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{1}{\varrho} = -\frac{M}{EJ} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

bestimmt werden, wonach die Winkeländerung $d\alpha$ der Endquerschnittsebenen eines Stabelementes bezogen auf seine Länge ds proportional mit dem Moment M der äusseren Kräfte auf das Element und umgekehrt proportional mit dem Trägheitsmoment J des Querschnittes ist und der Proportionalitätsfaktor der reziproke Wert des Elastizitätsmoduls E ist; diese Winkeländerung, Krümmungsmass genannt, und der Krümmungshalbmesser des ursprünglich geraden Stabes sind reziproke Werte.

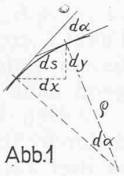


Abb.1

Mit den in Abb. 1 angegebenen Bezeichnungen wird diese Gleichung, in rechtwinklige Koordinaten umgesetzt,

$$\varrho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}} = -\frac{EJ}{M} \quad . \quad . \quad . \quad (b)$$

bei kleinen Formänderungen so vereinfacht, dass der Wert $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \mathrm{tg}^2\alpha$ gegen 1 vernachlässigt wird. Wenn wir nun bei starken Krümmungen, wo $(\mathrm{tg}\,\alpha)^2$ nicht vernachlässigt werden kann, die Differentialgleichung (b) in Funktion der rechtwinkligen Koordinaten auflösen wollen, so kommen wir im einfachsten Falle auf komplizierte, schwer handliche sogenannte elliptische Integrale. In folgendem werden wir eine Konstruktionsmethode einführen, mit der die Form der stark gebogenen Stäbe übersichtlich und sehr genau gezeichnet werden kann. — Auch wird diese Konstruktion zu graphischen Lösungen ähnlicher analytischer Funktionen dienen.

Wir behandeln den einfachsten Fall des stark gebogenen Stabes, wenn am freien Ende des eingespannten schlanken Stabes eine Kraft P angreift und zwar erstens, wenn die Kraft P senkrecht auf die Einspannungsebene ist, und zweitens, wenn sie senkrecht auf die ursprüngliche gerade Axe des Stabes wirkt. (Siehe Abb. 2).

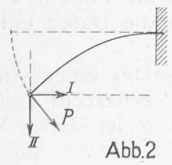
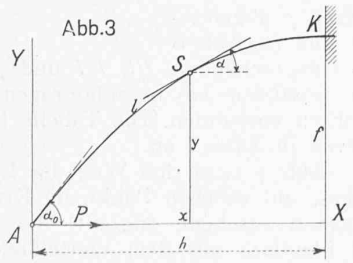


Abb.2

Abb.3



I. Am freien Ende des eingespannten schlanken Stabes greift eine Kraft senkrecht zur Einspannungsebene an.

Wir nehmen als Koordinaten-Axenmittelpunkt des nach Abb. 3 gebogenen Stabes den freien Endpunkt A. So ist die Grundgleichung der Biegung

$$\frac{d\alpha}{ds} = -\frac{Py}{EJ} = \frac{1}{\varrho} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Die beiden Seiten mit dy multipliziert gibt:

$\frac{dy}{ds}\,d\alpha = -\frac{Py}{EJ}\,dy$; da aber $\frac{dy}{ds} = \sin\alpha$ ist und der Ausdruck der physikalischen Grössen $\frac{P}{EJ}$ durch $\frac{2}{p^2}$ vereinfacht werden kann, wonach also

$$p^2 = \frac{2EJ}{P} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

ist und p die physikalische Länge genannt werden kann, so ist die geometrische Form der Differentialgleichung:

$$\sin\alpha\,d\alpha = -\frac{2y}{p^2}\,dy$$

Nach Integration ist

$$-\cos\alpha = -\frac{y^2}{p^2} + C \text{ oder } \cos\alpha = \frac{y^2}{p^2} - C$$

Im Punkt A ist $y = 0$; $\cos\alpha_0 = -C$ also

$$\cos\alpha = \cos\alpha_0 + \frac{y^2}{p^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

In K (Firstpunkt) ist $\cos\alpha = 1$ und $y = f$ wonach

$$\cos\alpha_0 = 1 - \frac{f^2}{p^2} \text{ oder } p^2 = \frac{f^2}{1 - \cos\alpha_0} \quad . \quad . \quad (4)$$

Die Form der Biegungslinie ist durch α_0, den Neigungswinkel der Endtangente A charakterisiert und nach Gleichung (3) bestimmt.

Diese Gleichung veranschaulichen wir in Abb. 4. Aus dem Einspannungspunkt K ziehen wir die Linie mit der Neigung α_0; um deren Schnittpunkt mit der Kraftlinie P zeichnen wir den Halbkreis mit dem Radius $r = OK$. Diesen Kreis nennen wir den Richtungskreis. Der innere Schnittpunkt F des Kreises mit der $x \equiv P$-Axe liegt vom Fusspunkt B der Vertikalen K $\overline{BF} = r(1 - \cos\alpha_0)$ entfernt und nach Gleichung (4) ist

$$(1 - \cos\alpha_0) = \frac{f^2}{p^2};\ \overline{BF} = r\,(1 - \cos\alpha_0)$$

Zeichnen wir noch die horizontalaxige Parabel mit dem Scheitel B und den Punkt G, wo $KG = BF = r\frac{f^2}{p^2}$.

Ist S ein beliebiger Punkt des gebogenen Stabes mit der Ordinate y und wird der Punkt horizontal auf die Parabel projiziert, weiter dieser Punkt S_2 vertikal auf den Kreis, so wird der Kreispunkt S_3 die Richtlinie OS_3 der

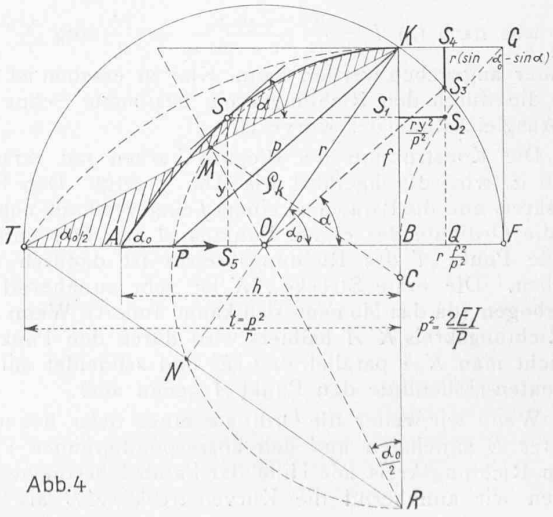


Abb.4