

# Tech. Methoden photoelastischer Forschung

Autor(en): **Baud, R.V.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **99/100 (1932)**

Heft 1

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-45519>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Technische Methoden photoelastischer Forschung — Die „Privat-klinik Hirslanden“ in Zürich. — Das Haus im Windstrom. — Um die Elektrifikation der französischen Bahnen. — Mitteilungen: Der Arvo Glühkathoden-Gleichrichter. Industrielle Verwertung der Erdwärme. Studienreisen des Verbandes schweizerischer Studentenschaften. Sektion Ostschweiz des schweizerischen Rhone-Rheinschiffahrts-Verbandes. Vom Etzelwerk. Bundesgesetz über den Motorfahrzeug- und Fahrrad-

Verkehr. Kraftwerk Albruck-Dogern. Synagogen-Neubau in Zürich. Ueber Wandlung des Geleiseoberbaues. Eine Universitätstadt in Rom. — Nekrologe: Ludvig Mathys. — Wettbewerbe: Schulhaus an der Tannenrauchstrasse. Kollegienhaus der Universität Basel. Bebauungsplan der Stadt Lausanne. — Korrespondenz. — Schweizerischer Verband für die Materialprüfungen der Technik und S. I. A.-Fachgruppe für Stahl- und Eisenbetonbau. — Mitteilungen der Vereine. — Sitzungs- u. Vortragskalender.

Band 100

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung

Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 1

## Techn. Methoden photoelastischer Forschung.

Von R. V. BAUD, Dipl. Ing., Zürich.

Wie bekannt haben die sogenannten photoelastischen Methoden heute für das Studium zweidimensionaler Spannungszustände eine grosse Bedeutung erlangt. Dem Verfasser sind zehn Hochschulen und sechs industrielle Betriebe bekannt, an denen photoelastische Laboratorien betrieben werden. Ueber die physikalischen Grundlagen, sowie über eine neue Methode ist in dieser Zeitschrift bereits berichtet worden.<sup>1)</sup> Es soll hier in ergänzender Weise die mehr technische Seite der einschlägigen Fragen beleuchtet werden, unter spezieller Berücksichtigung der besonders einfachen, schnell arbeitenden Methoden.

Die folgende geschichtliche Darstellung, die keinen Anspruch auf Vollständigkeit macht, soll einen Ueberblick auf die Anwendungsmöglichkeit und die bisher entwickelten Methoden ermöglichen.

Die Grundlage zu photoelastischen Untersuchungen schuf Seebeck (1813), indem er die accidentelle Doppelbrechung entdeckte. Ungefähr zu gleicher Zeit (1814/16) machte Brewster die ersten bedeutungsvollen Experimente. Neumann (1841) untersuchte den technisch wichtigen Fall eines durch mehrere Speichen mit der Achse verbundenen Ringes, insbesondere die bei Temperaturveränderung auftretenden Spannungen. Kundt (1864), Mach (1873) und König (1901) untersuchten die Spannungen in schwingenden Platten. Wilson (1891) studierte gerade Stäbe, Mesnager (1901) Brücken, Höhnigsberg (1904) gekrümmte Stäbe, Aue (1909) und Asch (1922) gekrümmte Stäbe, Coker (1910) die Vorgänge beim Spanabheben in Werkzeugmaschinen, Birnbaum (1924) Maschinenteile mit scharfen und abgerundeten Ecken, Kimball und Heymans (1923) und der Verfasser (1926) Zahnräder, Favre (1929) und Müller (1930) Stauwandprofile, der Verfasser (1925 bis 1931) Elemente elektrischer Maschinen, Eisenbahnschienenprofile. Zur Untersuchung rotierender Zahnräder wurde von Kimball und Heymans eine intermittierende Lichtquelle verwendet; zum gleichen Zweck wurden vom Verfasser (1929) kinematographische Aufnahmen gemacht<sup>2)</sup>).

James Clerk Maxwell<sup>4)</sup> (1850) bewies theoretisch, dass die Untersuchung mit gekreuzten Polarisationsprismen zur vollständigen zweidimensionalen Spannungsermittlung genügt; jedoch waren Maxwell's Vorschläge bezüglich der Trennung der Hauptspannungen noch zu umständlich. Den vorhandenen Quellen nach zu urteilen, hat Mesnager als Erster dieses Problem praktisch vollständig gelöst, indem er neben der üblichen Messung der Gangdifferenz auch noch die Aenderung der Dicke auf optischem Wege gemessen hat. Diese Aenderung ist bekanntlich der Summe der Hauptspannungen proportional, während die Messung der Gangdifferenz ausser den Hauptspannungsrichtungen die Differenz der Hauptspannungen ergibt. Coker (1910) adoptierte das selbe Prinzip; er benützt jedoch einen auf mechanischer Grundlage beruhenden

Dickenänderungsmesser mit optischer Spiegelvergrößerung. Coker hat ferner als Erster Celluloid als Material für die Modelle herangezogen. Bis zu jener Zeit wurde nämlich ausschliesslich Glas benützt. Ebenso hat man bis 1910 ausschliesslich Kristallkompensatoren, hauptsächlich jene von Babinet und Soleil zur Messung der Gangdifferenz verwendet. Coker ersetzte diese Kristallkompensatoren in seinen Messungen durch einen vereinfachten Kompensator, bestehend aus einem Streifen desselben Materials, von dem das Modell hergestellt ist und unterwarf diesen Streifen korrespondierenden Zugbeanspruchungen. Um die Untersuchung und Apparatur noch weiter zu vereinfachen, hat der Verfasser<sup>5)</sup> (1929) vorgeschlagen, die Differenz der Hauptspannungen im Modell durch Vergleich mit den Spannungen in einem reinen Biegung unterworfenen Streifen zu ermitteln. Eine weitere Methode zur einfachen Ermittlung der Spannungsdifferenz, nämlich die der „empfindlichen“ Farbe, wird hier zum ersten Mal beschrieben.

Vorschläge, wie man vorgehen kann, um die Hauptspannungen zu trennen, haben ausser Maxwell<sup>4)</sup> (1850), Coker<sup>6)</sup> (1914), Filon<sup>7)</sup> (1914 und 1923), Föppl<sup>7)</sup> (1928) und der Verfasser<sup>8)</sup> (1931) gemacht. Eine rein optische Methode wurde von Favre<sup>1)</sup> (1927) entwickelt.

### Charakterisierung der Methoden.

Aus den bisherigen Ausführungen ist ersichtlich, dass es eine ganze Anzahl von Methoden photoelastischer Untersuchung gibt, von denen man je nach dem besondern Fall die eine oder die andere anwenden wird. Die verschiedenen Methoden unterscheiden sich von einander im wesentlichen in folgenden vier Punkten: in der Wahl des Materials, in der Art der möglichen Belastung, in der Methode der Messung der Spannungsdifferenz ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) und in dem Umfang der zu den Messungen notwendigen Apparaten. a) *Material*. Aus Kunststoffen, wie Celluloid, Bakelite usw. sind selbst sehr komplizierte Modelle verhältnismässig billig und in kurzer Zeit ausführbar, und zwar im Betriebe selbst, während Glasmodelle viel kostspieliger sind, im allgemeinen von einer Spezialfirma hergestellt werden müssen, und ihre Herstellung bedeutend längere Zeit beansprucht. Glas wiederum hat den Vorteil, dass es keine elastischen Nachwirkungen hat und dass keine chemischen Veränderungen vorkommen. Günstig ist die starke Doppelbrechung der Kunstprodukte, die sich bei Bakelite, Campherzelluloid und Glas etwa wie 25:5:1 verhält. Zur Untersuchung theoretischer Ansätze der Plastizitätslehre braucht man ein Material, dessen Spannungs-Dehnungsdiagramm aus einer geeigneten und anschliessenden horizontalen Geraden besteht. Celluloid kommt unter den bisher untersuchten Materialien diesem Idealzustand am nächsten, sodass man es wahrscheinlich auch für photoplastische Untersuchungen heranzuziehen versuchen wird, was für die weitere Entwicklung der optischen Methode von Wichtigkeit sein dürfte. b) *Belastung*. Der zunehmenden Beachtung, die man heute auf fast jedem

<sup>5)</sup> Baud: Further Development in Photoelasticity, „The Journal of the Optical Society of America“ and „Review of Scientific Instruments“, Vol. 18, No. 5, Mai 1929, p. 422.

<sup>6)</sup> Filon and Coker: Experimental Determination of the Distribution of Stress and Strain in Solids, „British Assoc. Report“, 1914. Filon: On the Graphical Determination of Stress from Photoelastic Observation, „Engineering“, Oct. 19, 1923, p. 511.

<sup>7)</sup> Föppl: Untersuchung ebener Spannungszustände mit Hilfe der Doppelbrechung, „Sitzungsbericht der Bayerischen Akademie der Wissenschaften“ vom 10. Nov. 1928.

<sup>8)</sup> Baud: On the Determination of Principal Stresses from Crossed Nicol Observations, „The Journal of the Franklin Institute“, Vol. 211, No. 4, April 1931, p. 457.

<sup>1)</sup> Favre: Méthode purement optique de détermination des tensions intérieures se produisant dans les constructions, „S. B. Z.“, Bd. 90, S. 291\* und 307\*, 3. und 10. Dez. 1927.

<sup>2)</sup> Baud und Himes: The Use of Motion Pictures to Illustrate the Generation of Involute Gearing and the Use of Motion Pictures and Polarized Light as a Method of Studying Gear Stress, „Iron and Steel Engineer“, Vol. 6, No. 6, June 1929, p. 372.

<sup>3)</sup> Baud und Peterson: Load and Stress Cycles in Gear Teeth, „Mechanical Engineering“, Vol. 51, Nr. 9, Sept. 1929, p. 653.

<sup>4)</sup> Clerk Maxwell: On the Equilibrium of Elastic Solids, „Trans. Roy. Soc. Edin.“, 1850, and „Collected Papers“.

Gebiet der Technik den dynamischen Vorgängen entgegenbringt, muss Rechnung getragen werden, indem man Methoden entwickelt, die das gesamte Spannungsbild für solche Belastungsfälle ergeben. c) *Messung der Hauptspannungsdifferenz.* Vom Standpunkt der Einfachheit aus ist es wünschenswert, dass sich das Messresultat direkt in Einheiten der Spannung ergibt, und nicht erst in Teilen von Wellenlängen, wie dies bei den Kristallkompensatoren der Fall ist. d) *Apparatur.* Erwünscht ist in vielen Fällen ein Minimum an Umfang der Apparatur und ein Maximum an Einfachheit in der Bedienung, da bei komplizierten Instrumenten speziell geschulte Kräfte benötigt werden, über die nicht jeder Betrieb verfügen kann. — Es werden nun in den folgenden Ausführungen diejenigen Methoden besprochen, die den geschilderten Forderungen am besten entsprechen.

Abb. 1<sup>9)</sup> zeigt schematisch die im Prinzip von Coker entworfene Apparatur<sup>10)</sup>, die sich sehr gut für alle technischen Methoden photoelastischer Untersuchung eignet. Sie besteht im wesentlichen aus Linsen, zwei Polarisationsprismen, zwei Viertelwellenplatten, Schirm, Kamera, Lichtquelle und zwei Belastungseinrichtungen, wovon eine für den Kompensationstreifen und die andere für das Modell.

Die Linsen erzeugen zweifach parallelen Strahlengang, nämlich zum Durchgang durch das Modell und den Kompensationstreifen. Sowohl vom Modell als auch vom Streifen wird ein reelles Bild auf dem Schirm entworfen. Bei der Coker'schen Messmethode werden zur Messung von  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  beide Bilder superponiert.

Schirm und Belastungsapparat für das Modell (Abb. 2) wurden vom Verfasser konstruiert. Wesentlich dabei ist Freiheit in der Bewegung des belasteten Modelles und des Schirmes in der Ebene senkrecht zum Strahlengang, da es oft wünschenswert ist, die Modelle grösser als den Durchmesser des parallelen Strahlenbüschels zu machen.

Eine Anordnung, die sich gut bewährt hat, besteht darin, den Schirm durch eine Glasplatte und Papier zu ersetzen. In dieser Weise kann man die Linien in der Durchsicht beobachten und aufzeichnen.

*Ableitung der Energietransmissionsgleichung für die Apparatur ohne Viertelwellenplatten.*

Abb. 3 zeigt eine Platte aus durchsichtigem Material von der Dicke  $t$  in der Ansicht. MM sei die Polarisations-Ebene des ersten Polarisationsprisma und NN jene des zweiten. Das Licht falle senkrecht auf die Platte. Die

<sup>9)</sup> Die Abbildungen zu diesem Artikel stammen grösstenteils aus Untersuchungen, die der Verfasser in den Forschungslaboratorien der Westinghouse Electric and Manufacturing Co. in East Pittsburgh, U. S. A., ausgeführt hat.

<sup>10)</sup> Hergestellt von Adam Hilger Ltd., 24 Rochester Place, London.

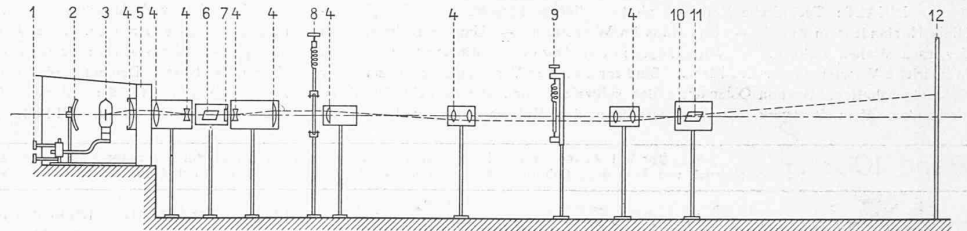


Abb. 1. Schematische Darstellung der von Coker entworfene Apparatur.

LEGENDE: 1 Verstellvorrichtung der Lampe, 2 Reflektor, 3 Lampe, 4 Linse, 5 Kühlgefäss, 6 Erstes Polarisations-Prisma, 7 Erste Viertelwellenplatte, 8 Belastungsapparat für das Modell, 9 Belastungsapparat für den Vergleichstab, 10 Zweite Viertelwellenplatte, 11 Zweites Polarisations-Prisma, 12 Schirm.

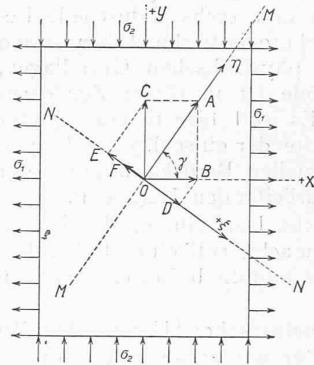


Abb. 3. Brechung der Strahlen beim Durchgang durch eine belastete Platte und den Analysator.

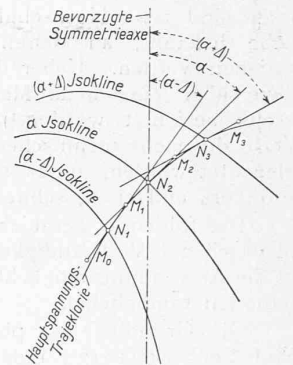


Abb. 4. Konstruktion der Trajektorien bei gegebenen Isoklinen.

Amplitude des eben-polarisierten Strahles durch O sei durch den Vektor  $OA = a_0$  gegeben. Die Schwingung des einfallenden Strahles ist dann zeitlich ausgedrückt durch die Gleichung

$$y = a_0 \cos \omega t \dots \dots \dots (1)$$

Man kann sich diese einfallende Schwingung in zwei zueinander senkrechte, phasengleiche Schwingungen zerlegt denken, z. B. in die Schwingungen  $x, y$ :

$$x = OB \cos \omega t; \quad y = OC \cos \omega t \dots \dots (2)$$

Diese Gleichungen kennzeichnen den unbelasteten Zustand. Infolge der Belastung der Platte durch die Spannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  tritt zweierlei ein: 1. Der einfallende Strahl wird doppelt in die Richtungen der Spannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  gebrochen, sodass die in den Gl. (2) gegebenen Amplituden OB und OC jene der gebrochenen Strahlen sind. 2. Die beiden Strahlen durchheilen die Platte mit verschiedenen Geschwindigkeiten, sodass eine Gangdifferenz zwischen ihnen entsteht. Wertheim (1854) hat das beim Austritt aus der Platte erreichte Maximum der Gangdifferenz  $R$  durch

$$R = c(\sigma_1 - \sigma_2)t \dots \dots \dots (3)$$

ausgedrückt, worin  $c$  eine spannungsoptische Konstante ist. Die Gleichung besagt, dass die Gangdifferenz  $R$  direkt proportional der Hauptschubspannung  $\tau_{max}$  ist, da

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \dots \dots \dots (3a)$$

Die der Gangdifferenz  $R$  entsprechende Phasenverschiebung  $\Phi$  ist gegeben durch den Ausdruck

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} R \dots \dots (4)$$

Es sei angenommen, dass nach dem Austritt aus der Platte der Strahl  $y$  dem Strahl  $x$  um den Betrag  $R$ , bzw.  $\Phi$  nacheilt. Dann ist der Schwingungszustand des Lichtes gegeben durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} x &= OB \cos \omega t; \\ y &= OC \cos(\omega t - \Phi) \end{aligned} \dots \dots (5)$$

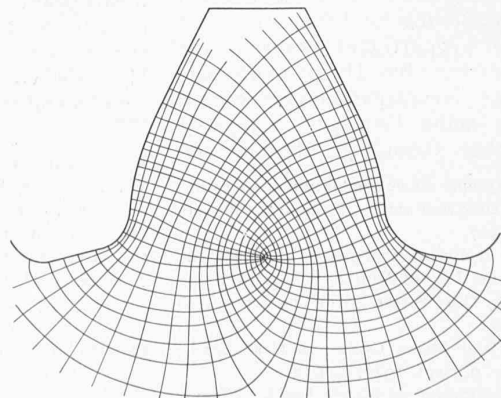
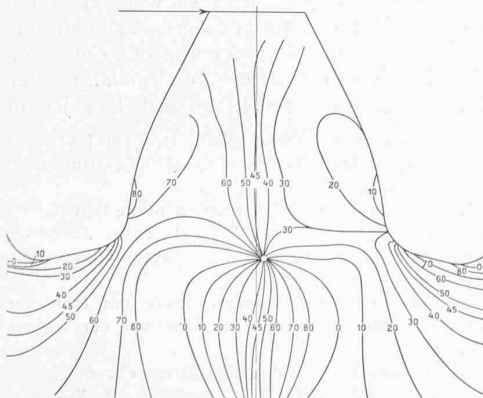


Abb. 5 und 6. Isoklinen (links) und Hauptspannungs-Trajektorien (rechts) im Zahn eines Zahnrades.

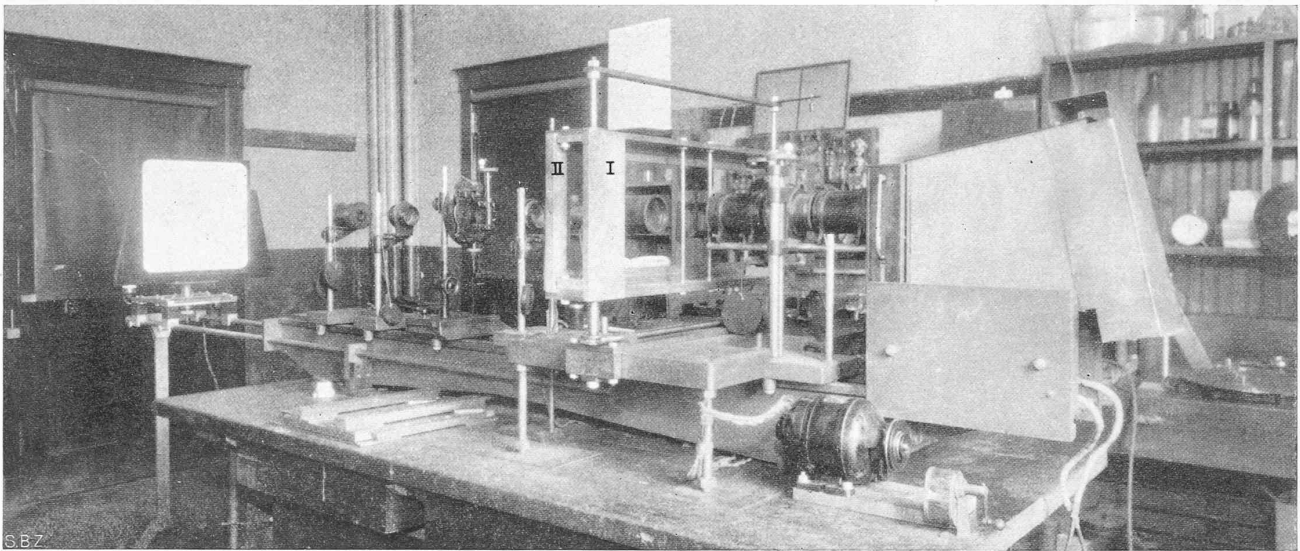


Abb. 2. Vom Verfasser vervollständigte Apparatur. Der Belastungsapparat des Modells ist so konstruiert, dass der Rahmen I mittels elektrischem Motor, Schnecke und Schraube in die gewünschte Höhenlage gebracht werden kann. Im Rahmen I gleitet ein Rahmen II zur seitlichen Einstellung des Modells.

Beim Auftreffen auf das zweite Polarisationsprisma werden die Strahlen erneut gebrochen, und zwar sowohl in die ursprüngliche Richtung MM, als auch in die Richtung NN, jedoch werden nur die Strahlen, die in der Richtung NN schwingen, durch das zweite Prisma durchgelassen. Sie sind gegeben durch die Gleichungen

$$\xi_1 = a_\xi \cos \omega t; \quad \xi_2 = -a_\xi \cos(\omega t - \Phi) \quad (5a)$$

wobei, wie aus Abb. 3 ersichtlich ist,

$$a_\xi = OD = OE = OA \sin \gamma \cos \gamma = \frac{a_0}{2} \sin 2\gamma \quad (6)$$

Um die endgültige Schwingung  $\xi$  zu erhalten, sind die Gleichungen (5a) zu addieren. Man findet dann:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = -2 a_\xi \sin \frac{\Phi}{2} \sin \left( \omega t - \frac{\Phi}{2} \right) \quad (7)$$

Wenn man jetzt den Wert für  $a_\xi$  aus Gl. (6) in Gl. (7) einsetzt, erhält man die Amplitude  $a = OF$  der aus dem zweiten Polarisationsprisma austretenden Schwingung:

$$a = a_0 \sin 2\gamma \sin \frac{\Phi}{2} \quad (8)$$

Da die Energie proportional dem Quadrat der Amplitude ist, erhält man die gewünschte Transmissionsgleichung

$$E = \sin^2 2\gamma \sin^2 \frac{\Phi}{2} E_0 \quad (9)$$

in der  $E_0 = a_0^2$  die auf ein Element der Platte auftreffende Energie ist, und  $E = a^2$  jene, die von Verlusten abgesehen, durch das zweite Prisma durchgelassen wird.

*Energietransmissionsgleichung für die Apparatur mit Viertelwellenplatten.*

Durch Hinzufügen einer Viertelwellenplatte zum ersten Polarisationsprisma<sup>11)</sup> wird im Polarisator zirkular polarisiertes Licht erzeugt und dadurch wird der Faktor  $\sin^2 2\gamma = 1$ . Die Transmissionsgleichung lautet also in diesem Falle:

$$E = \sin^2 \frac{\Phi}{2} E_0 \quad (10)$$

Diese Formel ist streng nur für monochromatisches Licht gültig, das eine den Viertelwellenplatten entsprechende Wellenlänge hat.<sup>12)</sup> Die Gl. (5) und (10) bilden den Ausgangspunkt für die Bestimmung der Hauptspannungsrichtungen und der Hbuptschubspannung  $\tau_{max}$ .

*Ermittlung des Trajektorienfeldes auf Grund von Gl. (9).*

Die in Abb. 3 angedeutete Platte soll von nun an als ein einzelnes Element des Modelles und die Spannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  als die Hauptspannungen dieses Elementes betrachtet werden. Richtung und Grösse dieser Spannungen ändern sich von Element zu Element. Bei einer beliebigen Stellung der Polarisationsprismen ist für die meisten Elemente sowohl  $\gamma$  von 0 und  $\pi/2$  als auch  $\Phi$  von 0 verschieden, sodass die Energie für jedes Element einen durch die Gleichung (9) gegebenen Wert hat, d. h. das projizierte Bild erscheint in starken und matten Farben, von den später ausführlich die Rede sein wird. Dieses Bild ist durchsetzt von dunklen Bändern niedriger Energie, die ihre Gestalt bei der Drehung der Prismen ändern, sie haben ihren Ursprung darin, dass der Faktor  $2\gamma$  sehr klein ist. Durch Uebung ist es möglich, aus den betreffenden dunklen

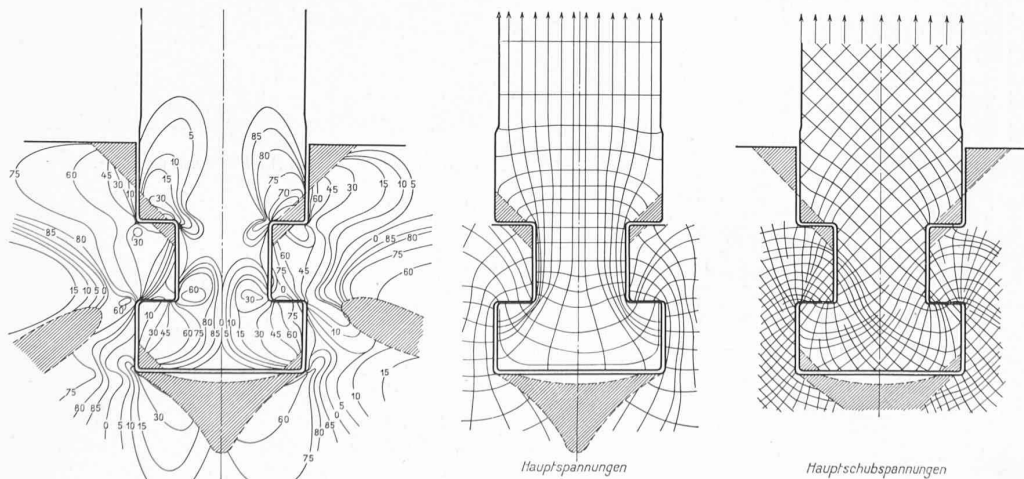


Abb. 7 bis 9. Isoklinen und Hauptspannungs-Trajektorien im Fuss einer Dampfturbinenschaukel.

<sup>11)</sup> Eine weitere Viertelwellenplatte, vor dem zweiten Prisma angeordnet, hebt den zusätzlichen Gangunterschied der ersten Viertelwellenplatte wieder auf. Die Axen der Platten schliessen dabei unter sich den Winkel von  $90^\circ$ , mit den Axen der Prismen den Winkel von  $45^\circ$  ein.

<sup>12)</sup> Baud: Contribution to Study of Elliptical Polarization upon Energy Transmission. „The Journal of the Optical Society of America“. Vol. 21, No. 2, February 1931, p. 119.



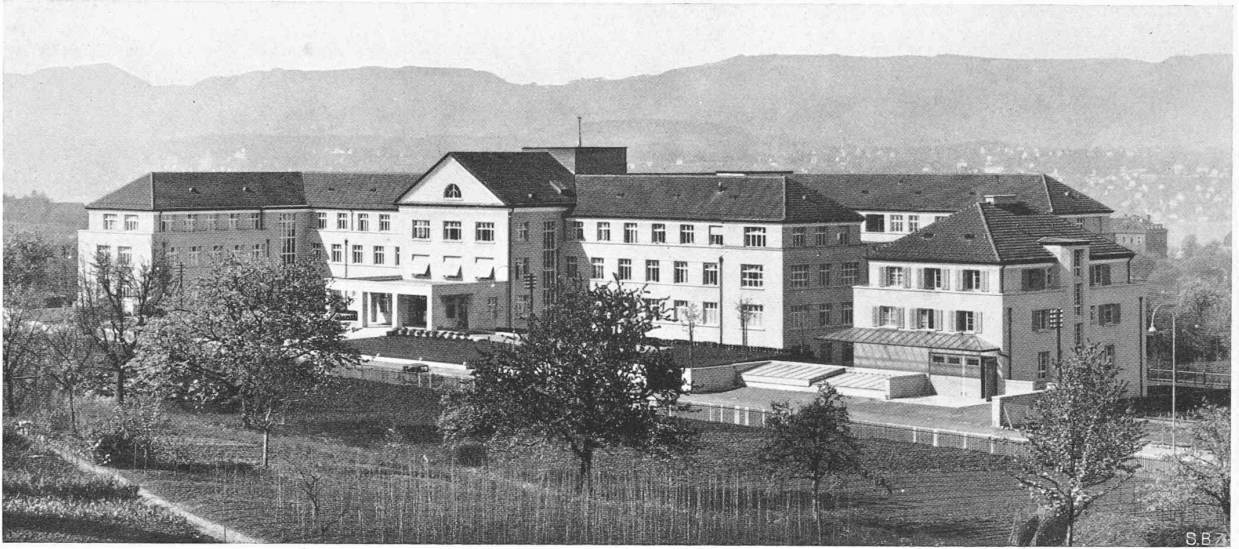


Abb. 4. Gesamtbild aus Nordost der „Privatklinik Hirslanden“ in Zürich. — Architekt Hermann Weideli, Zürich.

Bändern die dunkelsten Linien genügend genau herauszusuchen, für die also  $E = 0$  und somit  $\gamma = 0$  ist. Solche Linien nennt man Isoklinen, d. h. Linien gleicher Neigung der Hauptspannungsrichtungen. Zu ihrer systematischen Ermittlung geht man folgendermassen vor.

Man wählt eine Ebene senkrecht zur Ebene des Modells, z. B. durch eine bevorzugte Symmetrieaxe desselben, als Nullebene und bringt die Polarisationsebene  $MM$  des ersten Prismas, Abb. 3, mit dieser Nullebene zur Deckung, wobei auch das zweite Prisma entsprechend gedreht wird, sodass  $NN$  senkrecht  $MM$  steht. Auf diese Weise erhält man die „Null-Isokline“; sie ist definiert als der geometrische Ort aller Elemente, deren Hauptspannungsrichtungen parallel und senkrecht zu der gewählten bevorzugten Symmetrieaxe sind. Dreht man nun die Polarisationsprismen um den Betrag  $\alpha$  und sucht die dunkelsten Linien, sodass wiederum  $\gamma = 0$ , dann erhält man die „ $\alpha$ “ Isokline, die der geometrische Ort aller derjenigen Elemente ist, deren Hauptspannungsrichtungen mit der bevorzugten Symmetrieaxe den Winkel  $\alpha$  und  $(\alpha + 90)^\circ$  einschliessen. Indem man  $\alpha$  um Inkremente  $\Delta$  von z. B.  $2\frac{1}{2}^\circ$  von  $\alpha = 0$  bis  $\alpha = 87\frac{1}{2}^\circ$ , wachsen lässt, erhält man das *Isoklinenfeld*, das eindeutigen Aufschluss über die Hauptspannungsrichtungen im ganzen Modell gibt. Es ist jedoch üblich, auf Grund der Isoklinen das Trajektorienfeld zu zeichnen.

Zu diesem Zweck geht man so vor, wie in Abb. 4 angedeutet, indem man  $M_0 N_1 = N_1 M_1 = M_1 N_2$  usw. macht. Das so entstehende Polygon  $M_0 M_1 M_2 M_3 \dots$  wird dann durch die Trajektorie in der Weise ersetzt, dass sich beide in den Isoklinenpunkten  $N_1, N_2, N_3 \dots$  berühren.

Ebenso wichtig wie die Hauptspannungstrajektorien sind die Hauptschubspannungstrajektorien, die entweder direkt aus dem Isoklinenfeld gezeichnet werden können, oder aus dem Trajektorienfeld, da sie die Hauptspannungstrajektorien unter den konstanten Winkel von  $45^\circ$  schneiden. Die Tangenten der Hauptschubspannungstrajektorien geben bekanntlich die Richtung der maximalen Schubspannungen  $\tau_{\max}$  an. Die Abb. 5 bis 9 stellen Beispiele für solche Isoklinen- und Trajektorienfelder dar. (Schluss folgt.)

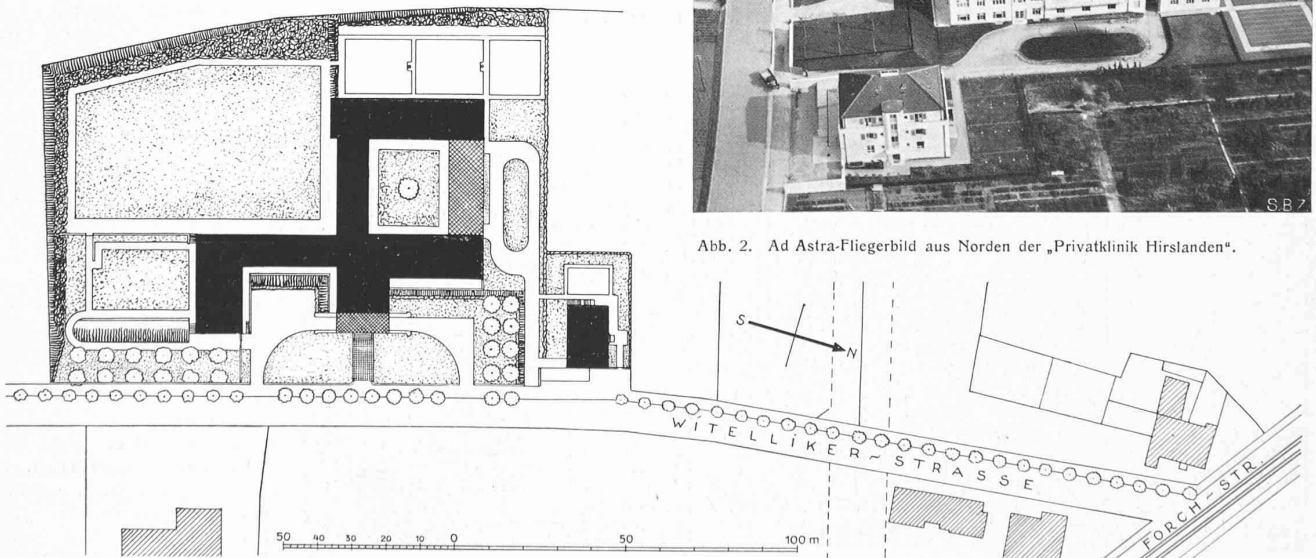


Abb. 2. Ad Astra-Fliegerbild aus Norden der „Privatklinik Hirslanden“.

Abb. 1. Lageplan. Rechts vorn das Dienstgebäude mit Heizung, Wäscherei, Näherei, zwei Beamtenwohnungen und 12 Einzelzimmern. — Masstab 1:2000.