

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizerische Bauzeitung
<b>Herausgeber:</b>	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
<b>Band:</b>	97/98 (1931)
<b>Heft:</b>	15
<b>Artikel:</b>	Der wahrscheinliche Druckverlust unkonstant strömender Flüssigkeiten im Betriebe
<b>Autor:</b>	Kummer, W.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-44758">https://doi.org/10.5169/seals-44758</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

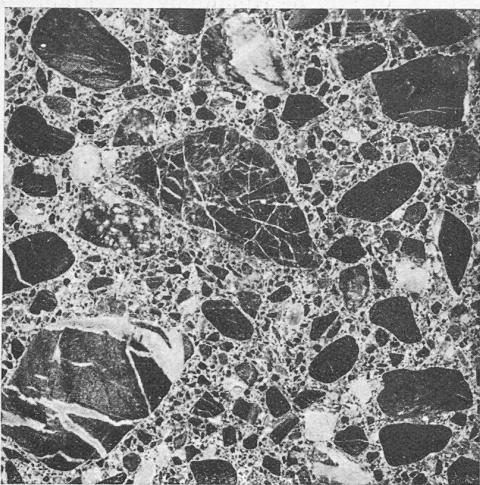
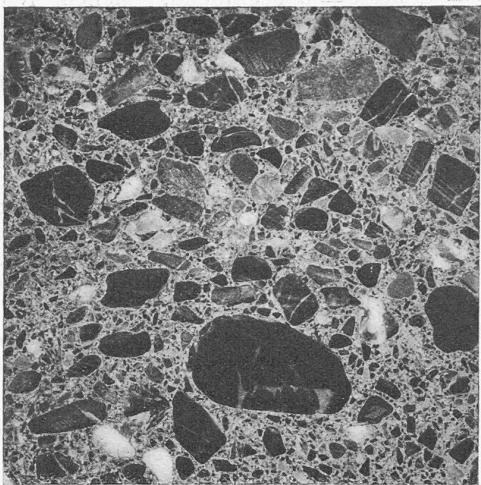
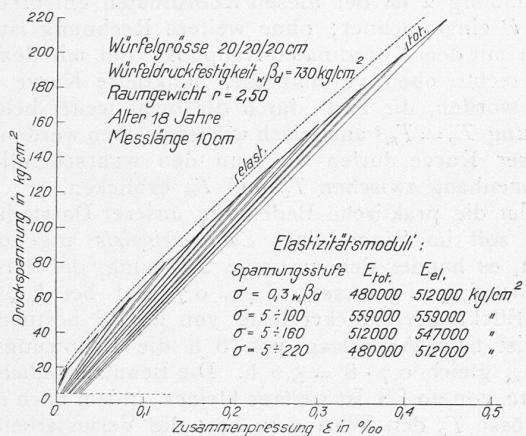
Abb. 10. Gewölbe-Beton — Alter 11 1/2 Jahre —  $\frac{1}{4}$  nat. Grösse.Abb. 11. Fahrbahn-Beton — Alter 18 Jahre —  $\frac{1}{4}$  nat. Grösse.

Abb. 12. Elastizitätsmessung von 18 Jahre altem, im Freien gelagerten Beton.

und  $-20^\circ\text{C}$ , Tages-Temperaturunterschiede von  $15^\circ\text{C}$ , direkte Sonnenbestrahlung und andauernd starker Frost) keinen schädlichen Folgen. Der Beton erweist sich als frostbeständig und witterfest; seine Festigkeit zunahme mit zunehmendem Alter vollzieht sich normal, einem Endwert zustrebend.

10. Die heute in der Schweiz im Gebrauch stehenden Messinstrumente und angewandten Prüfungsmethoden der Versuchspraxis an ausgeführten Bauwerken erwiesen sich als ausreichend empfindlich, um Einflüsse, selbst sehr geringer Störungen, wie Nachgiebigkeit der Lagerstellen, Verschiedenheit der Betonqualität usw., mit Sicherheit festzustellen. Sie dürfen daher als Grundlage einer sich auf Messungsergebnisse stützenden Theorie und Erfahrung dienen.

11. Für die Berechnung und Dimensionierung des Langwieser Viaduktes waren nachfolgende Bestimmungen des Eidg. Eisenbahndepartements bindend: Verkehrslasten für Schmalspurbahnen mit Lokomotivbetrieb entsprechend der Eidg. Brückenverordnung vom 7. Juni 1913; Einfluss der Temperatur und des Schwindens  $+15^\circ$  und  $-35^\circ\text{C}$  gegenüber der mittleren Ortstemperatur; zulässige Spannungen für alle Einflüsse: Beton auf Druck  $45 \text{ kg/cm}^2$ , auf Zug  $4 \text{ kg/cm}^2$ , Eisen auf Zug  $1200 \text{ kg/cm}^2$ ; Mindestfestigkeit des Beton plastisch  $180 \text{ kg/cm}^2$ , erdfeucht  $250 \text{ kg/cm}^2$ .

Auf Grundlage unserer heutigen Erfahrungen auf dem Gebiete des Eisenbetonbaues in der Schweiz und auch gestützt auf die als zulässig vorgesehenen Beanspruchungen gemäss Entwurf 1931 für die neuen Schweiz. Eisenbeton-Vorschriften, dürfen innerhalb der Grenzen der zulässigen Beanspruchungen und Knickstabilität für alle Konstruktionsteile des Langwieser Viaduktes bis zu  $80\%$  höhere Verkehrslasten als die zurzeit schwersten (Lokomotiven von  $40 \text{ t}$  Gesamtgewicht bei  $\sim 16 \text{ m}$  Länge, mit

Achsdrücken von  $10 \text{ t}$ , und Güterwagen von  $22 \text{ t}$  Gesamtgewicht bei  $\sim 8 \text{ m}$  Länge, mit Achsdrücken von  $11 \text{ t}$  zugelassen werden.

\*\*

Der Talübergang über die Plessur bei Langwies, eine der kühnsten Eisenbeton-Bogenbrücken, deren Verwirklichung unter Ueberwindung erheblicher behördlicher Bedenken Ing. G. Bener als damaliger Bauleiter der Chur-Arosabahn durchgesetzt hat, und für deren Ausführung sich die Bauunternehmung Ed. Züblin & Cie. A.-G., Zürich mit ihren damaligen, die Entwurfsherstellung und den Bau leitenden Ingenieuren Dr. Ing. H. Schürch, H. Müller (jetzt in Lyon), A. Zwygart und J. Fleury, sowie der Erbauer des Gerüsts R. Coray, Verdiente erworben haben, ist zu einer Quelle wertvoller Erfahrungen geworden. Ihnen allen gilt unser Dank für den Mut, die Energie und Ausdauer, womit sie damals den weitestgespannten Eisenbetonbogen der Welt erbauten.

### Der wahrscheinliche Druckverlust unkonstant strömender Flüssigkeiten im Betriebe.

Von Professor Dr. W. KUMMER, Ingenieur, Zürich.

Die Druckverluste strömender tropfbarer, gasförmiger oder dampfförmiger Flüssigkeiten in technischen Leitungsanlagen lassen sich zufolge der im Betrieb in der Regel rasch und oft eintretenden Belastungsänderungen nur umständlich oder bei Vorprojekten überhaupt nicht zuverlässig über eine Betriebsperiode weg berechnen. In solchen Fällen genügt jedoch die Kenntnis der wahrscheinlichen Druckverluste, mit deren Ermittlung wir uns hier beschäftigen. Dabei stützen wir uns auf ein Verfahren der Bestimmung der sogen. mittleren Dauer des Maximalwerts der Verluste, wie wir es, mit den entsprechend geänderten Verlustfunktionen, vor einigen Jahren für die Ermittlung der Stromwärme-Verluste in elektrischen Arbeitsübertragungen entwickelt haben.<sup>1)</sup> Während nämlich für die elektrische Strömung der Effekt des Stromwärmeverlustes sich mit dem Quadrat der Strömungsintensität ändert, ist für die mechanische Strömung, für die wir gemäss den Bedingungen der Praxis nur mit dem Turbulenzfall zu rechnen haben, der Effekt des Strömungsverlustes dem Kubus der Strömungsintensität proportional.

Wir bezeichnen mit  $J$  die Strömungsintensität der Flüssigkeit, die im üblichen technischen Massensystem in  $\text{m}^3/\text{sec}$  gemessen wird, und mit  $T$  die betrachtete Betriebsperiode, innerhalb der wir sehr starke und häufige Schwankungen voraussetzen. In genügend grossen Zeiteinheiten gemessen, ist in der Folge stets  $T=1$ , beispielsweise  $= 1 \text{ Tag}$  gesetzt. Innerhalb  $T$  messen wir die variable Zeit  $t$  mit einer passenden kleinen Einheit. Die Aufzeichnung von Intensitäten  $J$  über  $t$  liefert eine sogen. Belastungskurve:

$$J = f(t)$$

für die Leitungsanlage. Mit Hilfe des in der Betriebsperiode  $T$  auftretenden Maximums  $J_{\max}$  benutzen wir in der Folge anstelle der Einzelwerte  $J$  deren Relativwerte:

$$i = \frac{J}{J_{\max}}$$

die wir weiter nun auch nicht mehr in ihrer zeitlich richtigen Aufeinanderfolge über  $t$  darstellen, sondern nach

<sup>1)</sup> Vergl. Seite 19 bis 21 der Arbeit „Die wissenschaftlichen Grundlagen der Preisbildung für die elektrische Arbeit“. Sammlung Vieweg, Heft 100. Braunschweig 1929. Besprochen Bd. 94, S. 85 (17. Aug. 1929).

ihrer Grösse geordnet, mit:  $i_{\max} = 1$ , bei  $t = 0$  beginnend, wie dies in Abb. 1 ersichtlich ist. Zwischen der Kurve  $i$  und der Abszissenaxe liegt die schraffierte Belastungsfläche vom Inhalt  $\int_0^T i dt$  und vom Mittelwert  $i_m$ , der mit  $T$  multipliziert ebenfalls den Inhalt der Belastungsfläche liefert. Dieser Inhalt kann aber auch durch das an der Ordinatenaxe anliegende Rechteck  $i_{\max} T_m$  dargestellt werden, wobei

$$T_m = \frac{1}{i_{\max}} \int_0^T i dt$$

die sogenannte mittlere Dauer des Maximalwertes der Belastung, d. h. die sogenannte Benutzungsdauer dieses Maximums darstellt. Gestützt auf die oben erwähnte Proportionalität der Druckverluste mit  $J^3$ , und deshalb auch mit  $i^3$ , stellt die Grösse

$$T_v = \frac{1}{i_{\max}^3} \int_0^T i^3 dt$$

die sogenannte mittlere Dauer des Maximalwerts der Druckverluste dar.

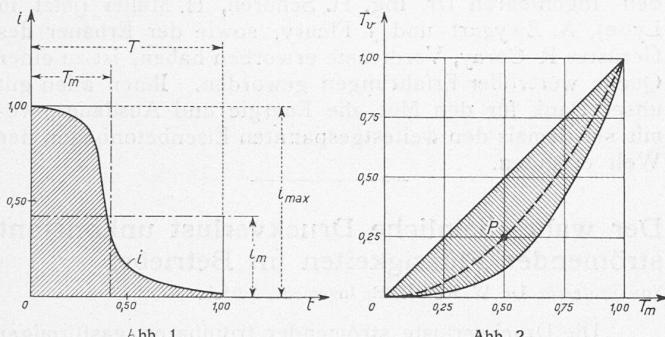


Abb. 1.

Abb. 2.

Nun vollziehen wir den, für unsere Berechnungsmethode entscheidenden Schritt, dass wir den beiden Rechtecken von dem mit der Belastungsfläche gleichen Inhalt:

$$i_m T = i_{\max} T_m$$

die Interpretation besonderer Belastungsfälle beilegen.

Das an der Abszissenaxe anliegende Rechteck vom Inhalt  $i_m T$  stellt einen Grenzfall der Belastung dar, der dadurch gekennzeichnet ist, dass bei  $t = 0$  eine nur unendlich kurze Zeit dauernde Maximalbelastung  $i_{\max}$  herrscht, auf die dann die von  $t = 0$  bis  $t = T$  dauernde konstante Belastung  $i_m$  folgt. Dabei besteht dann eine Arbeit der Druckverluste proportional der Grösse  $i_m^3 T$ . Für diese Arbeit lässt sich die mittlere Dauer  $T_v'$  des Maximalwerts der Verluste bestimmen aus:

$$T_v' = \frac{1}{i_{\max}^3} \int_0^T i^3 dt = \frac{1}{i_{\max}^3} i_m^3 T = \frac{T_m^3}{T^2}$$

weil ja  $i_m T = i_{\max} T_m$  sein muss.

Das an der Ordinatenaxe anliegende Rechteck vom Inhalt  $i_{\max} T_m$  stellt einen Grenzfall der Belastung mit dem konstanten Werte  $i_{\max}$  dar, wobei die Arbeit der Druckverluste proportional der Grösse  $i_{\max}^3 T_m$  ist. Für diese Arbeit errechnet sich die mittlere Dauer  $T_v''$  des Maximalwerts der Verluste zu:

$$T_v'' = \frac{1}{i_{\max}^3} \int_0^T i^3 dt = \frac{1}{i_{\max}^3} i_{\max}^3 T_m = T_m$$

Da die beiden behandelten Belastungs-Rechtecke tatsächlich die extremen Fälle möglicher Belastungsflächen darstellen, so lässt sich der Schluss ziehen, dass die mittlere Dauer  $T_v$  des Maximalwerts der Verluste zwischen den Extremwerten:

$$T_v' = \frac{T_m^3}{T^2} \text{ einerseits, und } T_v'' = T_m \text{ anderseits}$$

liegen muss. Man kann deshalb, gemäss der Abbildung 2, das Gebiet aller Werte  $T_v$  in Abhängigkeit von  $T_m$  dar-

stellen. Nach oben ist dieses, in Abbildung 2 schraffierte Gebiet durch die Gerade:

$$T_v = T_m,$$

nach unten durch die kubische Parabel:

$$T_v = \frac{T_m^3}{T^2}$$

begrenzt. Im Innern des schraffierten Gebiets liegt die Kurve der wahrscheinlichsten Werte  $T_v$ , zu der wir wie folgt gelangen. Wir greifen zurück auf Abbildung 1 und betrachten als mittlere, zwischen unsern extremen Rechtecken liegende Belastungsfläche eine, nach oben durch die Diagonale von Punkt 1 auf die Ordinatenaxe bis zum Punkt 1 auf der Abszissenaxe, als Hypotenuse, begrenzte Dreieckfläche, deren Katheten die beiden Koordinatenachsen je von 0 bis 1 bilden. Für diesen Belastungsfall gilt:

$$T_m = \frac{1}{i_{\max}^3} \int_0^T i dt = \frac{1}{i_{\max}^3} i_{\max} T \frac{1}{2} = \frac{T}{2}$$

$$T_v = \frac{1}{i_{\max}^3} \int_0^T i^3 dt = \frac{1}{i_{\max}^3} \int_0^T [i_{\max} (1 - \frac{t}{T})]^3 dt = \frac{T}{4}$$

In Abbildung 2 ist der diesen Koordinaten entsprechende Punkt  $P$  eingezeichnet; ohne weitere Rechnung ist dann die ihn mit dem Koordinaten-Nullpunkt und mit dem Endpunkt rechts oben verbindende, punktierte Kurve eingetragen worden, die zwar durch die nicht weiter belegbare Beziehung  $T_v = T_m^2$  analytisch wiedergegeben werden kann. In dieser Kurve dürfen wir nun den wahrscheinlichsten Zusammenhang zwischen  $T_v$  und  $T_m$  erblicken.

Um die praktische Bedeutung unserer Darstellung zu zeigen, soll im Sinne eines Zahlenbeispiels angenommen werden, es handle sich um eine Strömung, die durch die Grössen:  $J_{\max} = 5 \text{ m}^3/\text{sec}$ ,  $T_m = 0,7$  und bei  $J_{\max}$  durch einen Effekt der Druckverluste von 20 PS bestimmt sei. Dann ist beim Arbeitstag von 8 h die Benutzungsdauer von  $J_{\max}$  gleich  $0,7 \cdot 8 = 5,6$  h. Die Benutzungsdauer der Verluste von 20 PS ist weitaus kleiner, indem nach Abb. 2 die Grösse  $T_v$  den Wert 0,49 hat; die Verlustarbeit wird somit gegeben sein durch den wahrscheinlichsten Wert  $0,49 \cdot 8 \cdot 20 = 78,4 \text{ PSh}$ .

Ein Rückblick auf die vorliegende Darstellung zeigt, dass sie als Beitrag zur Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf technische Probleme, insbesondere solche der Projektierung zu betrachten ist. Allerdings wurde von der bekannten Analysis der Wahrscheinlichkeitsrechnung kein Gebrauch gemacht, sondern es wurde der zunächst „zufällige“ Zusammenhang der zwei massgebenden, passend ausgewählten, als echte Brüche dargestellten Grössen  $T_m$  und  $T_v$  geometrisch, in einer Flächendarstellung (Abbildung 2), als „Möglichkeit“ abgegrenzt. Die Abgrenzungen, sowie auch die im Innern der Möglichkeitsfläche liegende, wahrscheinlichste Funktion wurden aus Grenzfällen, bzw. aus Zwischenlagen, auf dem Wege unmittelbarer Beurteilung des Problems gewonnen.

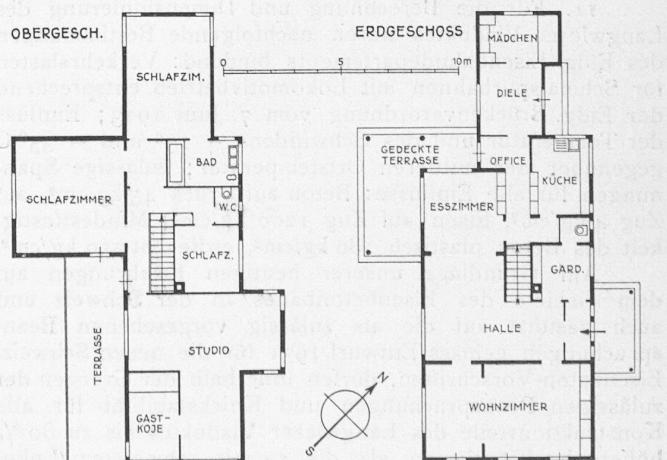


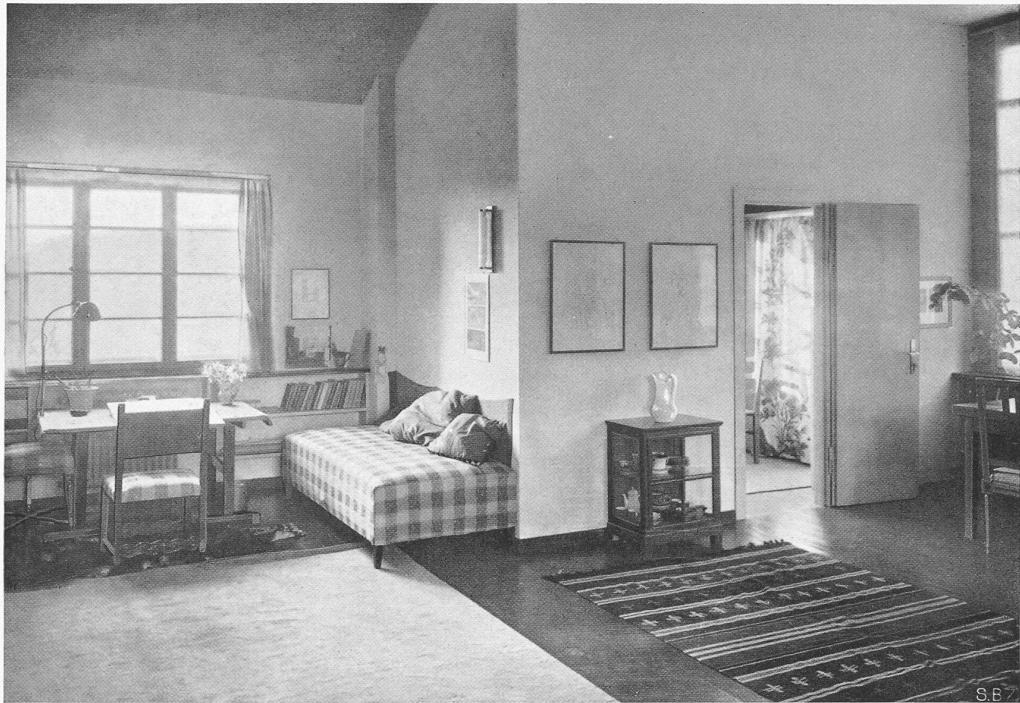
Abb. 1. Das „Rebhaus“ in Itschnach. — Erd- und Obergeschoss, 1 : 300.



DAS „REBHAUS“ IN ITSCHNACH OB KÜSNACHT-ZÜRICH  
ARCHITEKTIN LUX GUYER, ZÜRICH



OBEN ANSICHT AUS SÜDEN  
UNTEN AUS OSTEN



BLICK VOM SCHLAFZIMMER INS ATELIER MIT NÖRDLICHER NICHE



VORDERER TEIL DES SCHLAFZIMMERS IM OBERGESCHOSS  
LÄNDLICHES HOLZHAUS IN ITSCHNACH BEI ZÜRICH  
EIGENHEIM DER ARCHITEKTIN LUX GUYER



WOHNZIMMER IM SÜDWESTFLÜGEL DES OBERGESCHOSSES



TIEFBlick VON DER OBERN IN DIE UNTERE HALLE



HOLZHAUS IN ITSCHNACH BEI ZÜRICH  
EIGENHEIM DER ARCHITEKTIN LUX GUYER



OBEN GESAMTBILD AUS SÜDEN  
UNTEN SITZPLATZ AN DER WESTECKE DES HAUSES