**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung

**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

**Band:** 97/98 (1931)

**Heft:** 2

**Artikel:** Das Schwingrohr

**Autor:** Meissner, E.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-44713

**Band 98** Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. **Nr. 2**

## Das Schwingrohr.

Von Prof Dr. E. MEISSNER, Zürich.

Im folgenden wird eine Vorrichtung — das Schwingrohr — untersucht, die genau dem selben Zwecke dient, wie das Schwungrad. Sie soll also eine Welle, bei der das Antriebsmoment um den Mittelwert Null herum *periodisch* schwankt, zu möglichst gleichmässigem Umlaufen veranlassen.

Das Schwungrad, das als Speicher für Bewegungsenergie die Arbeitsüberschüsse periodisch aufnimmt und wieder abgibt, kann Geschwindigkeitschwankungen nie ganz verhindern, sondern nur auf zulässige Grösse herabsetzen; aber es muss dazu bei starken Schwankungen schon recht gross und schwer gemacht werden, sodass ein Bedürfnis nach einer leichtern Vorrichtung vorliegt. Dahingehende Vorschläge sind oft gemacht worden. Einen bemerkenswerten Beitrag dazu hat kürzlich R. Grammel [1]) geliefert und durch seinen Schüler W. Benz [2]) ausarbeiten lassen. Gefederte Massen werden der Welle aufgesetzt, geraten durch die Antriebschwankungen in Schwingungen und speichern dadurch die überschüssige Energie in den gespannten Federn auf. Aber die Vorrichtung erfordert Federn von vorgegebener Charakteristik und daher von kompliziertem Bau, es treten grosse Drücke in den Führungen auf, was zu ihrer raschen Abnützung und damit zum Rütteln im Spiel führen würde; man erhält, nach W. Benz, einen sehr komplizierten Maschinenteil, dessen Herstellung teuer und dessen Betriebsicherheit durch die Federn und durch die beweglichen Massen gefährdet wäre.

Das Schwingrohr, das ich vorschlage, dürfte diese Einwände in weniger starkem Masse verdienen. Es setzt an Stelle der schwingenden Massen eine Art Schlingertank, in dem ein Quecksilberfaden schwingt, und lässt diesen nicht gegen die Spannkraft von Federn arbeiten, sondern gegen das Gewicht und den Luftdruck, bezw. einen künstlich erzeugten Ueberdruck in einem Gefäss mit komprimiertem Gas. Der Grundgedanke ist hier wie dort der gleiche: der Welle ein System mit einem weitern, zweiten Freiheitsgrad aufzusetzen und es so einzurichten, dass die Antriebschwankungen im wesentlichen nur diesen zweiten Freiheitsgrad beeinflussen. Dazu ist eine Abstimmung des Zusatzsystems auf die Störung notwendig, und dieses führt bei Grammel zu der komplizierenden Federcharakteristik. Beim Schwingrohr übernehmen die Zentrifugalkräfte selbst und ausschliesslich die Rolle der Federkräfte. Das bewirkt, dass die Eigenfrequenz des Zusatzsystems der mittlern Drehzahl der Welle proportional geht, sodass die erwähnte Abstimmung für alle Drehzahlen erreicht werden kann. Der Einfluss der Reibung beeinträchtigt allerdings auch hier den Wirkungsgrad; dagegen sind die Schwierigkeiten der Führung (Klemmen, Abnutzung, Rütteln im Spiel) beseitigt und empfindliche Teile, wie Federn, ganz vermieden. Die ganze Vorrichtung besteht aus radial gestellten Röhren, in denen sich Quecksilberfäden befinden, die mit einem Ende in ein Ueberdruckgefäss einmünden. Sie hat allerdings den Nachteil, dass sie auf eine vertikale Drehachse aufgesetzt werden muss und unter Umständen beträchtliche Quecksilbermengen erfordert. Wenn man die Reibung zwischen Quecksilber und Rohrwand vernachlässigen dürfte, so wäre damit ein idealer Ausgleich der Geschwindigkeit erzielt, indem trotz des periodisch schwankenden Antriebs die Welle gleichförmig umlaufen könnte, während das Quecksilber lebhaft schwingen würde. Was in Wirklichkeit erreicht wird, kann errechnet werden und steht, wie die Versuche zeigen, mit der Erfahrung in guter Uebereinstimmung.

*

Auf einen Körper C (Abb. 1), der um eine vertikale Achse OO drehbar ist, sollen Kräfte wirken, deren resultierendes Drehmoment $M(t)$ eine periodische Funktion der Zeit vom Mittelwert Null ist, sodass die Drehgeschwindigkeit um einen konstanten Mittelwert $\Omega$ periodisch schwankt. Die periodische Funktion $M(t)$ kann nach Fourier in eine Summe harmonischer Glieder zerlegt werden, von denen man praktisch nur ganz wenige braucht, da die Amplituden der übrigen klein sind. Um nicht zu breit zu werden, beschränken wir uns auf den Fall eines einzigen Gliedes, setzen also für die Störung an

$$M(t) = S \cos(k\,\Omega\,t)$$

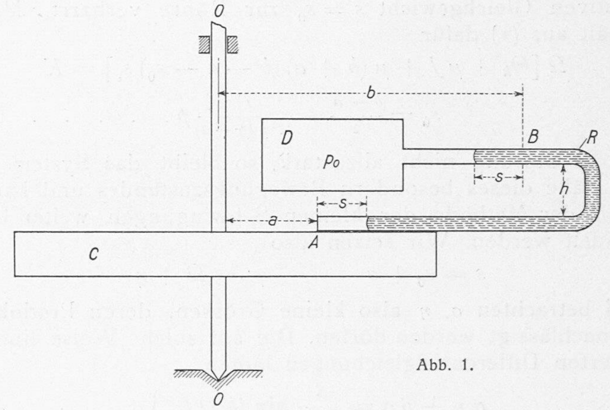


Abb. 1.

Auf den Körper werde jetzt das Schwingrohr R aufgesetzt, eine U-förmig gekrümmte Röhre in einer durch die Drehachse gehenden Ebene so gelegen, dass ihre Schenkel horizontal und übereinander liegen und das gekrümmte Stück nach aussen weist. Wir wollen uns etwa das unten liegende Rohrende A verschlossen denken und das obere Ende B in ein Ueberdruckgefäss D einmünden lassen, in dem der Druck $p_0$ herrscht. Die Röhre sei ursprünglich wie ein Barometer von A aus mit Quecksilber gefüllt; die Länge des Hg-Fadens sei $L$, seine Masse pro Längeneinheit sei $\mu$. Ferner sei $F$ der Rohrquerschnitt und $\Theta_k$ das Trägheitsmoment aller starrer Teile für die Drehachse. Die übrigen Bezeichnungen ergeben sich aus Abb. 1. Zum Drehwinkel $\varphi$ von C tritt jetzt die Grösse $s$, die die Lage des Fadens feststellt.

Ein Fadenelement von der Länge $dr$ im Abstand $r$ von der Achse hat in der Richtung des Rohres die Geschwindigkeit $\dot{s}$ [3]), normal dazu $r\dot{\varphi}$. Seine Bewegungsenergie ist mithin

$$\frac{1}{2}\mu\,ds\,(\dot{s}^2 + r^2\dot{\varphi}^2)$$

und die totale kinetische Energie des Systems wird

$$T = \frac{\dot{\varphi}^2}{2}\left(\Theta_k + \mu\,\Sigma r^2\,dr\right) + \frac{\mu L}{2}\dot{s}^2$$

Hier ist die Summe $\Sigma r^2 dr$ über die gesamte Fadenlänge zu erstrecken. Bezeichnet $J$ ihren Wert für $s = 0$, ferner $a$ bezw. $b$ den Abstand der Fadenenden von der Achse in dieser Lage, so errechnet man leicht

$$\Sigma r^2\,dr = J + (b + a)(b - a - s)\,s$$

[1]) *R. Grammel*, Ueber Schwungräder mit radial beweglichen Massen. Ing.-Archiv Bd. 1, 1929.

[2]) *W. Benz*, Schwungräder mit beweglichen Massen. Dissertation. Stuttgart 1930.

[3]) Punkte bedeuten Ableitungen nach der Zeit.

Jetzt können nach Lagrange die Bewegunsgleichungen in bekannter Weise hingeschrieben werden. Dabei hat man zu beachten, dass bei einer Zunahme von $s$ um $ds$ von der Schwerkraft die Arbeit $-\mu g h\, ds$, vom Ueberdruck $-p_0 F\, ds$ geleistet wird, da ja das Ende A im Vakuum schwingt. Berücksichtigt man noch die zwischen Faden und Rohr auftretende Reibung durch ein der Relativgeschwindigkeit proportionales Glied von der Form $-2\lambda\mu L s^{\cdot}$, so kommt

$$\varphi^{\cdot}[\Theta_k + \mu J + \mu (b+a)(b-a-s)s] = \frac{S}{k\Omega} \sin (k\Omega t) + K$$

$$s^{\cdot\cdot} + 2\lambda s^{\cdot} + \varphi^{\cdot 2} \frac{b+a}{2L}(2s - b + a) =$$

$$- \frac{F}{\mu L}\left(p_0 + \frac{\mu}{F} g h\right) = - \frac{F}{\mu L} p \quad . \quad (1)$$

wo $K$ eine Integrationskonstante bedeutet, $p = p_0 + \frac{\mu g}{F} h$ den Totaldruck.

Wenn die Störung wegfällt ($\mu = 0$), ist eine gleichförmige Bewegung $\varphi^{\cdot} = \Omega$ möglich, bei der der Faden im relativen Gleichgewicht $s = s_0$ zur Röhre verharrt. Man erhält aus (1) dafür

$$\Omega\,[\Theta_k + \mu J + \mu (b+a)(b-a-s_0)s_0] = K$$

$$s_0 = \frac{b-a}{2} - \frac{F}{\Omega^2 \mu (b+a)} p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Ist die Störung nicht allzustark, so bleibt das System in der Nähe dieses besondern Bewegungszustandes und kann nach der Methode der kleinen Schwingungen weiter behandelt werden. Wir setzen also

$$s = s_0 + \sigma \qquad \varphi^{\cdot} = \Omega + \eta$$

und betrachten $\sigma$, $\eta$ also kleine Grössen, deren Produkte vernachlässigt werden dürfen. Die auf solche Weise linearisierten Differentialgleichungen lauten

$$\left.\begin{aligned} \alpha\eta + \beta\sigma &= \frac{S}{k\Omega} \sin (k\Omega t) \\ \sigma^{\cdot\cdot} + 2\lambda\sigma^{\cdot} + \gamma\sigma - \delta y &= 0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

mit folgenden Abkürzungen:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \Theta_k + \mu J + \mu (b+a)(b-a-s_0)s_0 \\ \beta &= \Omega\mu (b+a)(b-a-2s_0) = 2\frac{Fp}{\Omega} \\ \lambda &= \Omega^2 \frac{b+a}{L} \qquad \delta = \frac{\beta}{\mu L} = \frac{Fp}{\Omega\mu L} \end{aligned}\right\} \quad . \quad (4)$$

$\alpha$ bedeutet das Trägheitsmoment des ganzen Systems, wenn der Faden in der Gleichgewichtslage feststeht, ist also positiv und variiert nicht sehr stark mit $\Omega$. Die Gleichungen (3) sind die Gleichungen der erzwungenen Schwingungen bei einem System mit zwei Freiheitsgraden. Die allgemeine Bewegung setzt sich in bekannter Weise zusammen aus den Eigenschwingungen des Systems, die wegen der Dämpfung mit der Zeit abklingen, und der eigentlichen erzwungenen Schwingung, die im Takt der Störung ungedämpft verläuft, und die schliesslich allein übrig bleibt.

Wenn wir zunächst annehmen, dass keine Reibung vorhanden sei ($\lambda = 0$), so kann erreicht werden, dass die erzwungene Schwingung ganz im Freiheitsgrad $\sigma$ stattfindet, sodass trotz des störenden Momentes die Welle gleichförmig umläuft. Die Gleichungen (3) werden nämlich erfüllt für

$$\eta = 0 \qquad \sigma = \frac{S}{k\Omega\beta} \sin (k\Omega t)$$

sobald nur die *Abstimmbedingung* erfüllt ist

$$\gamma = k^2 \Omega^2$$

Aber wegen (4) ist dies

$$\Omega^2 \frac{b+a}{L} = \Omega^2 z = \Omega^2 k^2$$

und man sieht, *dass die Bedingung ein für allemal unabhängig von $\Omega$ erfüllt werden kann, wenn man der Zahl $z = \frac{b+a}{L}$ den Wert $k^2$ erteilt.*

$$z = k^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Für die Amplitude der Fadenschwingungen erhält man den Ausdruck

$$\frac{S}{kFp}$$

der ebenfalls von $\Omega$ unabhängig ist. Man hat dafür zu sorgen, dass die Schwingung ganz im geradlinigen Rohrstück verläuft, was durch einen passenden Vordruck erreicht wird.

Ist nun Dämpfung vorhanden, so lauten die Integrale der Bewegungsgleichungen (3) für die nicht abklingende Lösung

$$\eta = P \cos (k\Omega t) + Q \sin (k\Omega t) = H \cos (k\Omega t - \varepsilon_1)$$

$$\sigma = A \cos (k\Omega t) + B \sin (k\Omega t) = \Sigma \cos (k\Omega t - \varepsilon_2)$$

wobei sich für die Amplituden der Schwingungen ergibt

$$\left.\begin{aligned} H &= \sqrt{P^2 + Q^2} = \frac{S}{\alpha k\Omega} \sqrt{\frac{(\gamma - k^2\Omega^2)^2 + 4\lambda^2 k^2 \Omega^2}{\left(\gamma - k^2\Omega^2 + \frac{\beta\delta}{\alpha}\right)^2 + 4\lambda^2 k^2\Omega^2}} \\ \Sigma &= \sqrt{A^2 + B^2} = \frac{\delta S}{\alpha k\Omega} \frac{1}{\sqrt{\left(\gamma - k^2\Omega^2 + \frac{\beta\delta}{\alpha}\right)^2 + 4\lambda^2 k^2\Omega^2}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (6)$$

Nun ist $S/\alpha k\Omega$ gerade die Amplitude der Schwankung, die die Störung in der Drehzahl hervorbringen würde, falls der Faden in der Gleichgewichtslage festgestellt wäre. Der Faktor

$$f = \sqrt{\frac{(\gamma - k^2\Omega^2)^2 + 4\lambda^2 k^2\Omega^2}{\left(\gamma - k^2\Omega^2 + \frac{\beta\delta}{\alpha}\right)^2 + 4\lambda^2 k^2\Omega^2}} \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

gibt sonach an, *in welchem Verhältnis durch das Mitschwingen des Fadens die Ungleichförmigkeit herabgesetzt wird.* Im idealen Fall der Reibungslosigkeit kann er zu Null gemacht werden, indem man die Abstimmrelation (5) erfüllt. In allen andern Fällen ist er von Null verschieden. *Es verhindert demnach die Reibung, indem sie eine Phasenverschiebung erzeugt, das vollständige Uebergehen der Ueberschussenergie auf den schwingenden Faden. Jedoch wird die Amplitude der Geschwindigkeitschwankung auf das f-fache reduziert.* Es gilt also, diesen Faktor möglichst klein zu machen. Zur Verfügung steht bei einem gegebenen Rohr die Fadenlänge $L$. Fassen wir $f$ als Funktion der Grösse $z = (b+a)/L$ auf, so ist zu erwarten, dass $f$ ein Minimum in der Nähe von $z = 1$ aufweist. Wie Rechnung und Versuch übereinstimmend zeigen, kann ohne grossen Schaden auf die optimale Abstimmung verzichtet und der frühere Wert $z = 1$ beibehalten werden. Dann erhält man für $f$

$$f = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\beta\delta}{\alpha\, 2\lambda k\Omega}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{F^2 p^2}{\Omega^3 \mu L \alpha\, 2\lambda k}\right)^2}} \quad . \quad . \quad (8)$$

Da $\alpha$ mit $\Omega$ und $p$ nur wenig veränderlich ist, wird bei gegebener Drehzahl ein grosser Vordruck günstig. Er wird aber praktisch eingeschränkt dadurch, dass die Fadenenden im geraden Rohrteil schwingen müssen.

*

Zur Prüfung der Theorie wurden Versuche am Modell gemacht, für deren Durchführung ich meinen Assistenten, den Ingenieuren Salzmann, Weber, Druey und Waldvogel verpflichtet bin. Abb. 2 gibt eine Ansicht des Modells. Eine Messingscheibe C ist auf vertikaler Achse drehbar gelagert. Auf dieser sitzt lose das Schneckenrad S, das von der Motorwelle W aus gleichförmig angetrieben wird und das seinerseits die Scheibe C vermittelst einer sehr schwachen Feder F mitnimmt. Die Scheibe C trägt das Schwingrohr R mit dem Vordruckgefäss D, sowie einen exzentrischen Stift E, an dem mittels eines Federzuges die periodische, sehr nahezu sinusförmige Störung ausgeübt wird, sodass für die Versuche die in die Theorie eingeführte Konstante $k$ den Wert 1 hat. Zur Feststellung der Ungleichförmigkeit wurde so vorgegangen: Die Scheibe C trägt auf dem Umfang 60 aequidistante Löcher. Auf die Motorwelle ist aufgesetzt eine geschlitzte Scheibe G, durch deren Schlitze zeitlich aequidistante Lichtblitze einer Bogenlampe (60 pro Umlauf) auf den Spiegel H fallen und von ihm aufwärts nach der Loch-

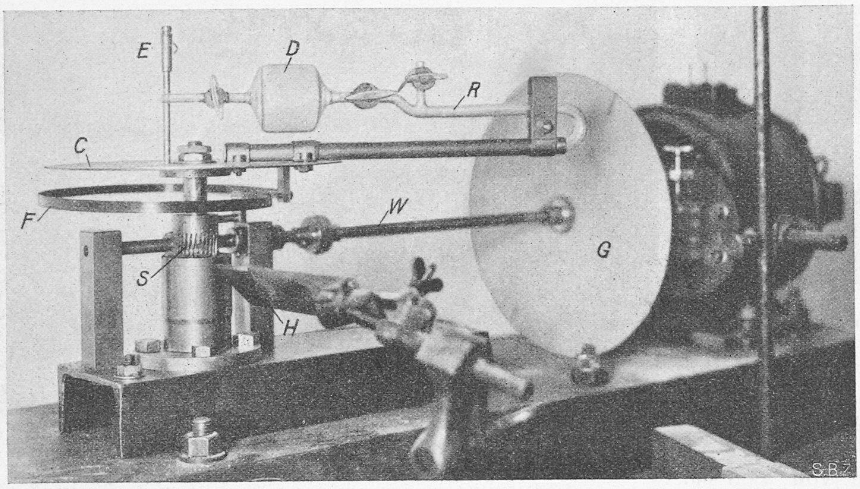


Abb. 2. Ansicht der Versuchseinrichtung mit Schwingrohr.

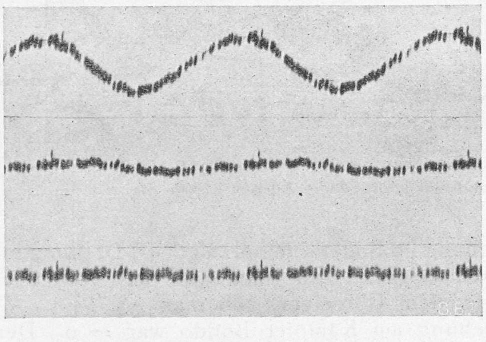

Abb. 3.

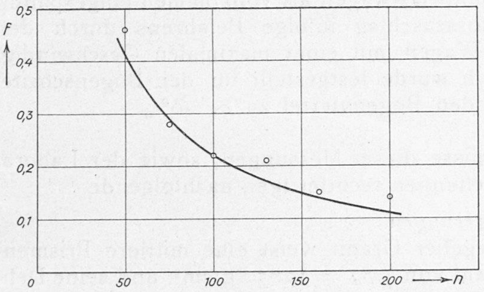


Abb. 5.

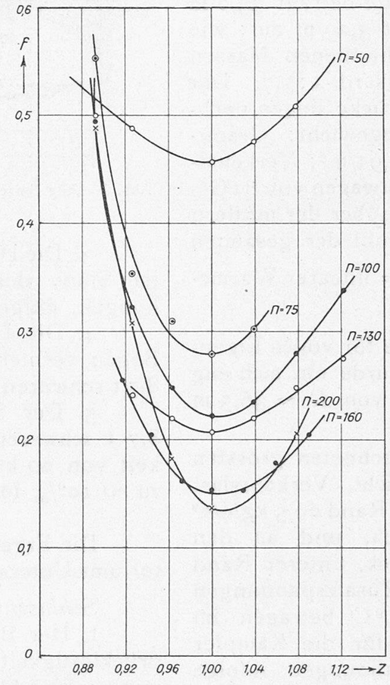


Abb. 4.

reihe der Scheibe C geleitet werden. Dreht sich die Scheibe C gleichförmig, so steht der durch ein Loch der Reihe gehende Lichtblitz im Raume fest. Eilt dagegen das Loch vor oder bleibt es zurück, so pendelt der Lichtstrahl entsprechend in einer Ebene. Der pendelnde Lichtstrahl wird mittels eines Linsensystems und eines langsam rotierenden Spiegels auf eine photographische Platte geworfen und erzeugt dort eine wellenförmige Reihe von Lichtpunkten, deren Abweichungen von der Geraden dem Voreilwinkel proportional sind. Die Platten wurden projiziert und vermessen. Abb. 3 zeigt drei auf solche Weise erhaltene Aufnahmen im selben Masstab. Die unterste Linie entspricht dem gleichförmigen Gang, wenn die Störung ausgeschaltet wird. Die oberste Linie zeigt die Ungleichförmigkeit, wenn die Störung eingeschaltet, der Hg-Faden aber künstlich (durch eingefüllten Alkohol) in seiner Gleichgewichtslage festgehalten wird. Die mittlere Linie endlich entspricht dem freigegebenen, mitschwingenden Faden. Der Vergleich ihrer Amplitude mit jener der obern Kurve zeigt die beruhigende Wirkung des Schwingrohres: die Amplitude ist auf etwa $^1/_5$ gesunken.

Es wurden Versuchsreihen durchgeführt, in denen bei konstant gehaltener Drehzahl jeweilen die Abhängigkeit des Reduktionsfaktors $f$ von der Abstimmzahl $z = \frac{a+b}{L}$ geprüft wurde, um das Optimum zu finden. Die Abb. 4 zeigt die erhaltenen Resultate. Zu ihrem Verständnis ist zu bemerken, dass von einer Reihe zur andern der Vordruck in der Weise geändert wurde, dass die relative Gleichgewichtslage des Fadens $s_0$ die selbe blieb. Die Kurven zeigen, dass mit praktisch genügender Genauigkeit das Minimum für $z = 1$ auftritt. Da für alle Versuche $\alpha$ das selbe, $\beta$ und $\delta$ mit $\Omega$ proportional gehen, so wird der Faktor $f$ nach (8) von der Form

$$f = \frac{1}{\sqrt{1 + A\,\Omega^2}}$$

Nachdem der Dämpfungsfaktor $\lambda$ durch einen Schwingungsversuch bestimmt worden war, liess sich auch diese Abhängigkeit prüfen. Abb. 5 gibt in der ausgezogenen Kurve die theoretischen, in den eingetragenen Punkten die beobachteten Werte. Die Uebereinstimmung ist also befriedigend.

*

Für die praktische Anwendung des Schwingrohrs müsste natürlich die Menge des schwingenden Quecksilbers beträchtlich sein. Man müsste sie auf eine Reihe gleichartiger, radial gestellter Rohre verteilen. Bei ungenauer gegenseitiger Abstimmung wäre eine Beeinflussung der Schwingungen verschiedener Rohre nicht ganz ausgeschlossen; Versuche hätten hierüber zu entscheiden. Die Betriebsicherheit des Schwingrohrs liesse sich wohl unschwer erreichen, Wartungskosten und Abnützung wären gering. Nachteilig beeinflussen die Wirtschaftlichkeit des Schwingrohrs vor allem die Anschaffungskosten der beträchtlichen Hg-Mengen, die nötig sind. Doch handelt es sich hier im Grund genommen um Investition von Kapital, sodass nur die Zinsen in die Berechnung einzusetzen wären. Immerhin möchte ich das Urteil hierüber Sachverständigeren überlassen.

## Untersuchungen an neuern Strassenbrücken im Bergell.

Von Prof. Dr. M. ROŠ, Direktor der E. M. P. A., Zürich.

In den Jahren 1928/29 gelangten, nach den generellen Projekten des kantonalen Bauamtes in Chur und unter der Bauleitung des Kantons-Oberingenieurs J. Solca, im Bergell einige ihrer Bauweise wegen beachtenswerte Strassenbrücken zur Ausführung, die jene durch das Hochwasser der Maira am 25. September 1927 zerstörten ersetzen, gleichzeitig auch mit der Maira-Korrektion im Zusammenhange stehen. Anlässlich der Kollaudation im Juli 1929 wurden diese Brücken interessanten Belastungsversuchen unterzogen, deren Ergebnisse nachfolgend besprochen werden sollen.

BRÜCKE SPINO BONDO ÜBER DIE MAIRA, „SPIZERUN-BRÜCKE".

Entwurf von W. Versell, Ingenieurbureau in Chur, ausgeführt von O. Ganzoni, Bauunternehmung in Promotogno; Gerüst-Erbauer R. Coray, Chur.

Die in den Jahren 1928/29 im Zuge der Strasse Spindo-Bondo erbaute neue Brücke über die Maira dient als Ersatz für die aus dem Jahre 1745 stammende und vom Hochwasser am 25. September 1927 (nach Unterspülung des Mittelpfeilers) weggerissene schöne gewölbte Stein-